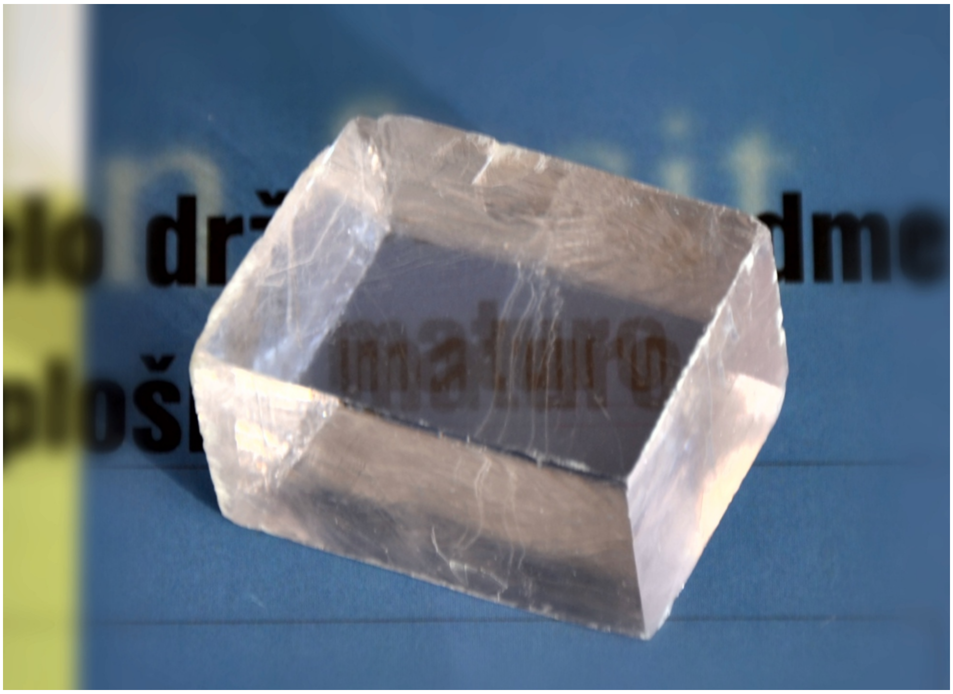
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2020
Letnik 67
6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 67 • ŠT. 6 • STR 201-248 • NOVEMBER 2020

C M Y K

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, NOVEMBER 2020, letnik 67, številka 6, strani 201–248

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 633, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** http://www.obzornik.si/ **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Grega Rihtar.
Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1100 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 24 EUR, za druge družinske člane in študente pa 12 EUR. Naročnina za ustanove je 35 EUR, za tujino 40 EUR. Posamezna številka za člane stane 3,99 EUR, stare številke 1,99 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancira jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

PREPOGIBANJE PAPIRJA, TRETJINJENJE KOTA IN MACLAURINOVA TRISEKTRISA

MARKO RAZPET IN NADA RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2020): 14H45, 51M15

S prepogibanjem papirja lahko tretjinimo kot in pri tem na naraven način najdemo Maclaurinovo trisektriso. Kot lahko tretjinimo tudi z Maclaurinovo trisektriso, ki je nožiščna krivulja parabole, pa tudi inverzna slika hiperbole z razmerjem polosi $1/\sqrt{3}$ na primerni krožnici.

PAPER FOLDING, ANGLE TRISECTION, AND TRISECTRIX OF MACLAURIN

By paper folding we can trisect an angle and at the same time we find the trisectrix of Maclaurin in a natural way. The third of an angle can be constructed also by the trisectrix of Maclaurin which is the pedal curve of a parabola, and also the inverse of hyperbola with semiaxes ratio $1/\sqrt{3}$ on a suitable circle.

Uvod

V prispevku [6] smo spoznali, kako lahko s prepogibanjem papirja rešimo antični problem podvojitve kocke. Tokrat si bomo ogledali, kako s podobnim postopkom rešimo problem tretjinjenja kota. Poleg tega bomo spoznali Maclaurinovo trisektriso, krivuljo, ki se na naraven način, tako kot Slusova konhoida pri problemu podvojitve kocke, pojavi pri tretjinjenju kota z metodo prepogibanja papirja. Ugotovili bomo tudi, kako je Maclaurinova trisektrisa povezana s parabolo in hiperbolo.

O nerešljivosti treh antičnih geometrijskih problemov s šestilom in neoznačenim ravnilom lahko več preberemo v ustrezni matematični literaturi, na primer v [5].

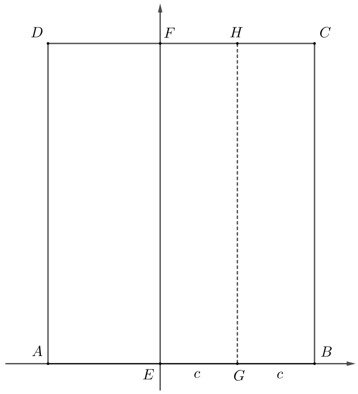
Tretjinjenje kota s prepogibanjem papirja

Opisali bomo tretjinjenje kota s prepogibanjem papirja po postopku, ki ga je razvil Hisashi Abe in ga objavil leta 1980 (več o tem v [3, 4]).

Naj ima naš osnovni list papirja obliko pravokotnika $ABCD$ s stranicama $a = |AB|$ in $b = |BC|$, pri čemer je $b \geq a$ (slika 1). Če je b v primerjavi z a

dovolj velik, lahko tretjinimo poljuben ostri kot. Izberemo poljubno točko E na stranici AB in pravokotnik prepognemo tako, da BC prekrije EF. Na ta način smo razpolovili daljici EB in FC. Če je $|EG| = c$, potem velja:

$$|EG| = |GB| = |FH| = |HC| = c.$$



Slika 1. Priprava pravokotnega lista papirja za tretjinjenje kota.

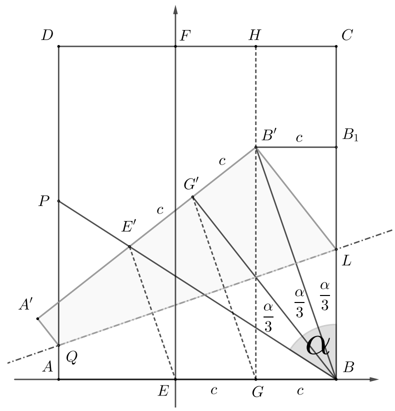
Izberimo točko P na stranici AD (slika 2) tako, da bo $\sphericalangle CBP = \alpha$ (ostri) kot, ki ga želimo tretjiniti. Najprej prepognemo pravokotnik tako, da oglišče B pade na daljico HG, točka E pa na daljico BP (slika 2). Prepogib seka rob pravokotnika v točkah Q in L. Kaj smo s tem naredili? Točke B, G, E in A smo zrcalili prek premice skozi točki Q in L in dobili ustrezne zrcalne točke B', G', E' in A'.

Ker je $|EG| = |GB| = c$, je tudi $|E'G'| = |G'B'| = c$. Zrcalna slika daljice EB je daljica $E'B'$, zrcalna slika daljice $B'G$ pa daljica BG'. Pri tem je $B'G$ pravokotna na EB, BG' pa pravokotna na $E'B'$. Trikotnika $E'BG'$ in $B'BG'$ sta zato pravokotna in skladna, ker se ujemata v dolžinah katet $E'G'$ ter $G'B'$ in imata skupno kateto BG'. To pa pomeni, da sta kota $\sphericalangle G'BE'$ in $\sphericalangle B'BG'$ skladna, oziroma da je trikotnik $B'E'B$ enakokrak in je BG' njegova simetrala.

Naj bo B_1 pravokotna projekcija točke B' na daljico BC. Zato je $|B'B_1| = c$. Pravokotna trikotnika $B'BB_1$ in $B'BG'$ sta tudi skladna, ker se ujemata v dolžinah katet $G'B'$ ter $B'B_1$ in imata skupno hipotenuzo BB'.

Torej velja relacija

$$\sphericalangle B_1BB' = \sphericalangle B'BG' = \sphericalangle G'BE' = \frac{\alpha}{3},$$



Slika 2. Tretjinjenje ostrega kota.

kar pomeni, da nam je uspelo tretjiniti (ostri) kot α. Pri izbiri $P = A$ opisana metoda pripelje do tretjinjenja pravega kota (ki je sicer enostavno).

Topi kot lahko tretjinimo tako, da ga najprej razpolovimo, polovico kota tretjinimo, nato pa dobljeni kot podvojimo. Obstajajo pa tudi metode s prepogibanjem papirja, s katerimi topi kot tretjinimo neposredno. Več o tem na primer v [2], pa tudi v nadaljevanju.

Prepogibanje papirja in Maclaurinova trisektrisa

Sedaj se posvetimo še »analitični« obravnavi tretjinjenja kota. Pravokotnik $ABCD$ (slika 1) postavimo v koordinatni sistem tako, da bo izhodišče v točki E in bosta točki B in F na abscisni in ordinatni osi.

Na daljici GH izberemo poljubno točko B' (slika 3) in narišemo simetralo s daljice $B'B$. Z R označimo razpolovišče daljice $B'B$, z E' pa zrcalno sliko točke E prek simetrale s. **Zanimalo nas bo, kakšno krivuljo opiše E', ko B' teče po daljici GH.** Opazimo, da bo opisana konstrukcija v tesni zvezi s tretjinjenjem kota, namreč če je B' »dovolj visoko« na GH, dobljena točka E' sovpada s točko E' prejšnje konstrukcije in bo veljalo $\sphericalangle CBE' = 3\sphericalangle CBB'$.

Za izbrano točko B' na daljici GH lahko zapišemo koordinate točk B', B in R:

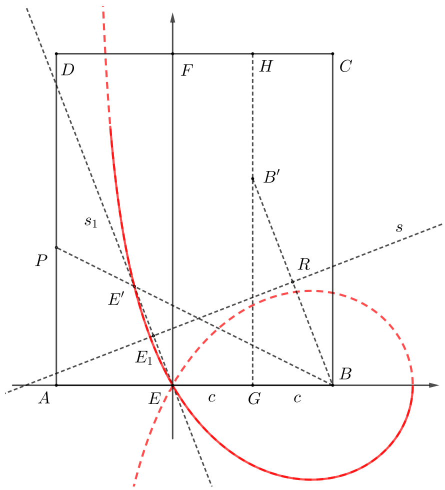
$$B'(c,t), \qquad B(2c,0), \qquad R\left(\frac{3c}{2}, \frac{t}{2}\right).$$

Smerni koeficient premice skozi točki B in B', pa tudi premice s_1 skozi E in E' (slika 3), je enak $-t/c$. Zato je smerni koeficient simetrale s enak c/t in njena enačba je

$$y - \frac{t}{2} = \frac{c}{t}\left(x - \frac{3c}{2}\right), \tag{1}$$

enačba s_1 pa je

$$y = -\frac{t}{c}x. \tag{2}$$



Slika 3. Ko točka B' potuje po daljici HG, točka E' opisuje krivuljo (polna črta) na Maclaurinovi trisektrisi (črtkana črta).

Koordinati x_1 in y_1 točke E_1, presečišča premic s in s_1, dobimo kot rešitev sistema enačb (1) in (2):

$$x_1 = \frac{c(3c^2 - t^2)}{2(c^2 + t^2)}, \qquad y_1 = \frac{t(t^2 - 3c^2)}{2(c^2 + t^2)}.$$

Koordinati točke E' sta dvakratnika koordinat x_1 in y_1. Točka E' je torej podana s koordinatama

$$x = \frac{c(3c^2 - t^2)}{c^2 + t^2}, \quad y = \frac{t(t^2 - 3c^2)}{c^2 + t^2}. \tag{3}$$

Z zamenjavo parametra $t \to -ct$ dobimo parametrično izraženo krivuljo:

$$x(t) = \frac{c(3-t^2)}{1+t^2}, \quad y(t) = \frac{ct(3-t^2)}{1+t^2}, \tag{4}$$

ki jo imenujemo *Maclaurinova*[1] *trisektrisa*. Če iz (2) izrazimo $t = -cy/x$ in to vstavimo v eno od enačb (3), po poenostavitvi dobimo enačbo Maclaurinove trisektrise v implicitni obliki:

$$x(x^2 + y^2) = c(3x^2 - y^2). \tag{5}$$

Zapišimo Maclaurinovo trisektriso še v polarni obliki. V enačbo (5) vstavimo $x = r\cos\varphi$ in $y = r\sin\varphi$ in po krajšem računu izrazimo:

$$r(\varphi) = c\left(4\cos\varphi - \frac{1}{\cos\varphi}\right). \tag{6}$$

Enačbo (6) lahko s formulama za sinus dvojnega in trojnega kota pretvorimo v obliko:

$$r(\varphi) = 2c\frac{\sin 3\varphi}{\sin 2\varphi}. \tag{7}$$

Maclaurinova trisektrisa je simetrična glede na abscisno os, ki jo seka v temenu $A(3c, 0)$ in v koordinatnem izhodišču $E(0, 0)$. V točki E trisektrisa seka samo sebe pod kotom $2\pi/3$ oziroma $\pi/3$. Slednje lahko ohlapno utemeljimo s sicer preprostim intuitivnim razmislekom. Ko smo dovolj blizu točke E, sta koordinati x in y zelo blizu 0. Ko se x in y približujeta 0, se leva stran enačbe (5) hitreje (red 3) približuje 0 kot desna (red 2) stran. Zato lahko rečemo, da ima zelo blizu točke E enačba (5) približno obliko $0 = 3x^2 - y^2$. Enačba $3x^2 - y^2 = (\sqrt{3}x + y)(\sqrt{3}x - y) = 0$ pa predstavlja premici $y = \pm\sqrt{3}x$, ki sta dejanski tangenti Maclaurinove trisektrise v točki E in se sekata pod kotom $2\pi/3$ oziroma $\pi/3$.

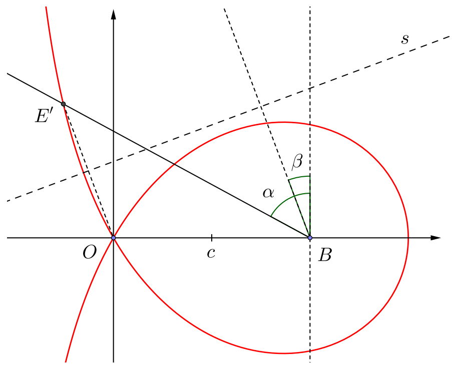
Iz enačb (3) razberemo: ko se $|t|$ približuje neskončnosti, se $|y|$ tudi približuje neskončnosti, medtem ko se x približuje vrednosti $-c$. To pomeni, da ima Maclaurinova trisektrisa za navpično asimptoto premico $x = -c$.

Kateri del Maclaurinove trisektrise opiše točka E' pri različnih vrednostih parametra t? Iz enačb (3) razberemo, kakšne vrednosti zavzameta x in

[1] Colin Maclaurin (1698–1746) je bil škotski matematik.

y pri različnih vrednostih t:

$$\begin{array}{llllll}
\text{za} & t \leq -c\sqrt{3} & \text{sta} & x \leq 0 & \text{in} \ y \leq 0 & \text{(tretji kvadrant)}, \\
\text{za} & -c\sqrt{3} \leq t \leq 0 & \text{sta} & 0 \leq x & \text{in} \ 0 \leq y & \text{(prvi kvadrant)}, \\
\text{za} & 0 \leq t \leq c\sqrt{3} & \text{sta} & 0 \leq x & \text{in} \ y \leq 0 & \text{(četrti kvadrant)}, \\
\text{za} & c\sqrt{3} \leq t & \text{sta} & x \leq 0 & \text{in} \ 0 \leq y & \text{(drugi kvadrant)}.
\end{array}$$



Slika 4. Tretjinjenje ostrega kota z Maclaurinovo trisektriso.

Ostri kot smo znali tretjiniti s prepogibanjem papirja. Ob razumevanju povedanega lahko tretjinimo ostre kote tudi ob predpostavki poznavanja Maclaurinove trisektrise. Začnemo v običajnem koordinatnem sistemu in z Maclaurinovo trisektriso (slika 4) s konstanto c, ki je podana z enačbo (5). Načrtamo premico $x = 2c$. Premica ustreza nosilki BC na sliki 3, katere presečišče z osjo x označimo (analogno s sliko 3) z B. Kot α, ki ga želimo tretjiniti, odmerimo od premice $x = 2c$ tako, da ima vrh v B, drugi krak kota pa seka (bolj oddaljeni del) trisektrise v točki E'. Narišemo simetralo s daljice od točke E' do koordinatnega izhodišča O. Pravokotnica na dobljeno simetralo iz točke B določa kot $\beta = \alpha/3$. Z opisano konstrukcijo v praksi ne moremo tretjiniti majhnih kotov. Za majhne kote je namreč ordinata točke B' zelo velika.

Maclaurinova trisektrisa po točkah in tretjinjenje kota

Oglejmo si še, kako pridemo do Maclaurinove trisektrise z načrtovanjem po točkah v pravokotnem koordinatnem sistemu. Že prej smo ugotovili, da Maclaurinova trisektrisa seka samo sebe pod kotom $2\pi/3$ oziroma $\pi/3$. Iz enačbe (7) zlahka povzamemo, da je $r(-\pi/3) = r(\pi/3) = 0$ in zato $r(\varphi)$ določa Maclaurinovo trisektriso

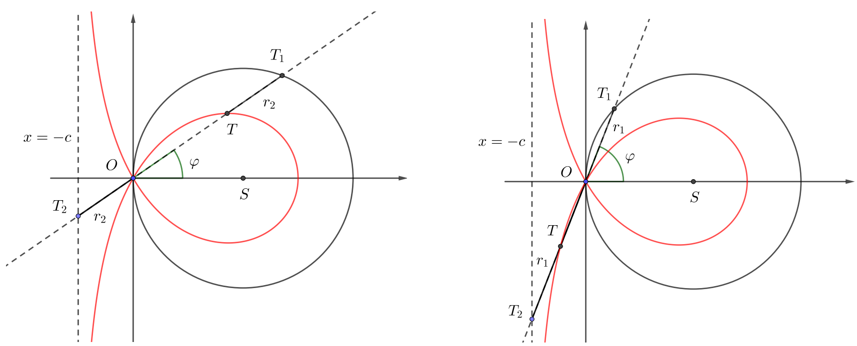
v prvem kvadrantu za $0 \le \varphi \le \pi/3$,
v drugem kvadrantu za $\pi/2 < \varphi \le 2\pi/3$ oziroma za $-\pi/2 < \varphi \le -\pi/3$,
v tretjem kvadrantu za $-2\pi/3 \le \varphi < -\pi/2$ oziroma za $\pi/3 \le \varphi < \pi/2$,
v četrtem kvadrantu za $-\pi/3 \le \varphi \le 0$.

Pri tem smo v drugem in tretjem kvadrantu upoštevali, da se pri povečanju argumenta funkcije cos za π spremeni njen predznak. Tako smo z majhno »zlorabo« polarnih koordinat (polarni radij $r(\varphi)$ je po definiciji razdalja in ne more biti negativna) dosegli, da lahko za definicijsko območje krivulje (6) namesto $[-2\pi/3, -\pi/2) \cup [-\pi/3, \pi/3] \cup (\pi/2, 2\pi/3]$ vzamemo interval $(-\pi/2, \pi/2)$. Pri tem negativno vrednost $r(\varphi)$ odmerimo kot pozitivno na nasprotnem poltraku. »Zaključena zanka« Maclaurinove trisektrise v četrtem in prvem kvadrantu je opisana z $r(\varphi)$ za $-\pi/3 \le \varphi \le \pi/3$. Krožnica $(x-2c)^2 + y^2 = 4c^2$ in premica $x = -c$ se v polarni obliki zapišeta z enačbama $r_1(\varphi) = 4c\cos\varphi$ in $r_2(\varphi) = -c/\cos\varphi$ za $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$. Pri tem smo pri premici zagrešili enako »zlorabo« polarnih koordinat kot zgoraj. Če polarno obliko enačbe Maclaurinove trisektrise (6) zapišemo v obliki

$$r(\varphi) = 4c\cos\varphi - \frac{c}{\cos\varphi},$$

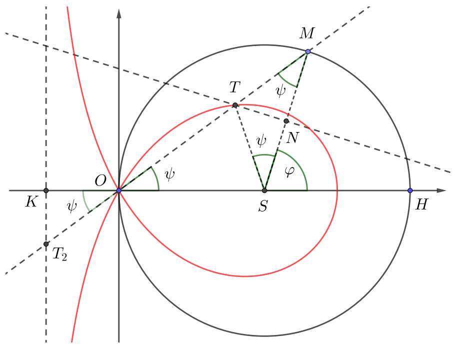
dobimo

$$r(\varphi) = r_1(\varphi) + r_2(\varphi). \tag{8}$$



Slika 5. Risanje Maclaurinove trisektrise po točkah.

Enačba določa točke na Maclaurinovi trisektrisi kot razliko razdalj na ustrezni nosilki poltraka od izhodišča do krožnice oziroma do premice $x = -c$. Pri poltraku, določenem s kotom φ za $-\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/3$, dobimo razdaljo od izhodišča do točke T na Maclaurinovi trisektrisi tako, da od razdalje od O do T_1 odštejemo razdaljo od O do T_2 (slika 5 levo). Razdalja med T in T_1 je torej $|r_2(\varphi)|$. Pri poltraku, določenem s kotom φ za $-\pi/2 < \varphi \leq -\pi/3$ in $\pi/3 \leq \varphi < \pi/2$, pa dobimo razdaljo od izhodišča do točke T na Maclaurinovi trisektrisi tako, da od razdalje od O do T_2 odštejemo razdaljo od O do T_1 (slika 5 desno). Razdalja med T in T_2 je torej $|r_1(\varphi)|$.



Slika 6. Še eno risanje Maclaurinove trisektrise po točkah.

Opišimo še en način risanja Maclaurinove trisektrise po točkah (slika 6). Spet narišemo krožnico s središčem v točki $S(2c, 0)$ in polmerom $2c$. Za kot $0 \leq \varphi \leq \pi$ izberemo točko M na krožnici tako, da bo SM z abscisno osjo oklepala kot φ. Presečišče nosilke daljice OM in simetrale daljice SM označimo s T.

Pokažimo, da T leži na Maclaurinovi trisektrisi. Ker sta ψ in φ, kot sta označena na sliki 6, obodni in središčni kot nad isto tetivo, velja $\varphi = 2\psi$. Nosilka daljice OM oklepa z abscisno osjo kot ψ. Točka M ima koordinati $x_M = 2c + 2c\cos\varphi$ in $y_M = 2c\sin\varphi$, točka N pa $x_N = 2c + c\cos\varphi$ in $y_N = c\sin\varphi$. Nosilka OM ima enačbo $y = x\,\mathrm{tg}\,\psi$, simetrala daljice SM pa $y - c\sin\varphi = -\,\mathrm{ctg}\,\varphi(x - 2c - c\cos\varphi)$. Izračunamo koordinati presečišča premic in dobimo $T(c(1 + 2\cos\varphi), c(1 + 2\cos\varphi)\,\mathrm{tg}\,\psi)$. Če izrazimo

$$1 + 2\cos 2\psi = 3\cos^2\psi - \sin^2\psi = \frac{3 - \mathrm{tg}^2\,\psi}{1 + \mathrm{tg}^2\,\psi}$$

in vpeljemo $t = \operatorname{tg} \psi$, dobimo znani enačbi (4):

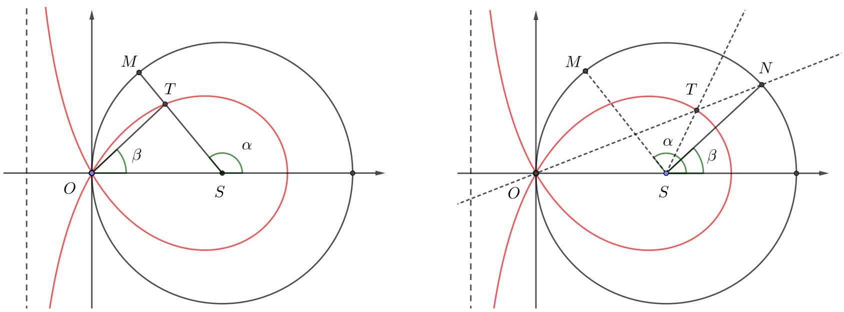
$$x(t) = \frac{c(3-t^2)}{1+t^2}, \quad y(t) = \frac{ct(3-t^2)}{1+t^2}.$$

Zanimivo je, da lahko zadnjo ugotovitev zelo elegantno dokažemo tudi povsem geometrijsko. Opazimo namreč, da sta trikotnika SMT in MOS enakokraka. Od tu in zaradi sovršnosti takoj sledi skladnost štirih na sliki 6 označenih kotov ψ. Ker je dolžina MN polovica dolžine MS, ki je $2c$, sta daljici OK in MN skladni in skladna sta tudi trikotnika MTN in OT_2K. Kot posledica razlage enačbe (8) sledi sklep, da je T na Maclaurinovi trisektrisi. Zelo podobni geometrijski argumenti veljajo tudi v primeru, ko je $-\pi/2 < \psi \leq -\pi/3$ ali $\pi/3 \leq \psi < \pi/2$.

Ponovimo, da velja $\varphi = 2\psi$, saj je φ središčni in ψ obodni kot nad istim lokom. Glede na oznake na sliki 6 je torej $\sphericalangle HST = 3\sphericalangle SOT$.

O tretjinjenju kota s pomočjo Maclaurinove trisektrise smo govorili že pred razdelkom o »načrtovanju Maclaurinove trisektrise po točkah«. Zadnja ugotovitev pa ponuja nov eleganten način za tretjinjenje kota s pomočjo Maclaurinove trisektrise za poljubne kote $0 \leq \alpha \leq \pi$.

Če namreč začnemo z Maclaurinovo trisektriso s konstanto c in krožnico s središčem v točki $S(2c, 0)$ in polmerom $2c$ ter kot α, ki ga želimo tretjiniti, narišemo z vrhom v S tako, da je en krak na abscisni osi, drugi krak pa določa točko M na krožnici, nam daljica OT (slika 7 levo) določa kot $\beta = \alpha/3$.



Slika 7. Tretjinjenje kota z Maclaurinovo trisektriso: $\beta = \alpha/3$.

Tretjino kota α je s pomočjo Maclaurinove trisektrise mogoče dobiti še na en način. Če začnemo podobno kot v pravkar opisanem primeru in razpolovimo kot α, dobimo točko T (slika 7 desno). Nosilka OT seka krožnico v točki N. Daljica SN določa kot $\beta = \alpha/3$. Namreč, trikotnika SNT in NOS sta enakokraka (primerjaj s trikotnikom SMT na sliki 6) in zato velja $\sphericalangle NST = \sphericalangle TNS = \sphericalangle SON$. Ker sta $\sphericalangle SON$ obodni in β središčni kot nad istim lokom, velja $\beta = 2\sphericalangle SON$. Velja tudi $\sphericalangle NST + \beta = \alpha/2$, kar pa že pomeni $\beta = \alpha/3$.

Ploščina

S pomočjo doslej povedanega zlahka izračunamo tudi ploščine nekaterih likov, ki jih omejuje Maclaurinova trisektrisa. Ploščino S_1 lista v prvem in četrtem kvadrantu (slika 8) najlažje izračunamo z uporabo polarnega zapisa (6) in formule za izračun izseka krivulje, podane v polarni obliki

$$S = \frac{1}{2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2(\varphi)\, d\varphi.$$

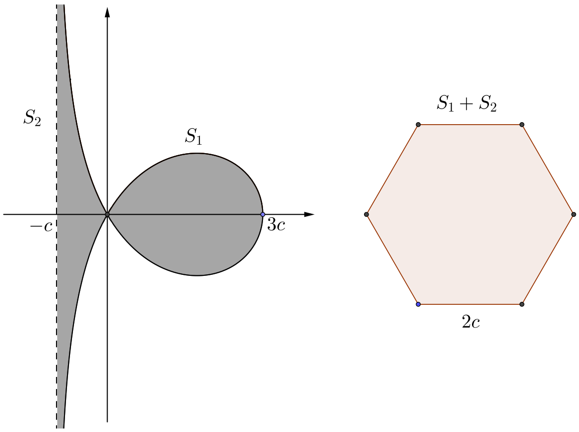
Glede na znana dejstva je

$$S_1 = 2 \cdot \frac{c^2}{2}\int_0^{\pi/3} \left(4\cos\varphi - \frac{1}{\cos\varphi}\right)^2 d\varphi.$$

Integral se s klasičnimi srednješolskimi metodami enostavno izračuna in dobimo $S_1 = 3c^2\sqrt{3}$. Podobno se izračuna ploščina S_2 med Maclaurinovo trisektriso in njeno asimptoto kot »posplošeni integral« (območje ni omejeno). Ob upoštevanju (8) in s pogledom na sliko 5 (desno) dobimo

$$\begin{aligned} S_2 &= 2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\pi/3} r_2^2(\varphi)\, d\varphi + \frac{1}{2}\int_{\pi/3}^{\pi/2} (r_2^2(\varphi) - r^2(\varphi))\, d\varphi\right] \\ &= c^2\sqrt{3} + 8c^2\int_{\pi/3}^{\pi/2} (1 - 2\cos^2\varphi)\, d\varphi = 3c^2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Pri tem je prvi integral kar ploščina trikotnika, drugi integral pa zlahka izračunamo. Zanimivo, da sta ploščini S_1 in S_2 enaki. Mogoče je zanimivo opaziti, da je $S_1 + S_2$ enaka ploščini pravilnega šestkotnika s stranico $2c$.



Slika 8. List Maclaurinove trisektrise in lik med trisektriso in njeno asimptoto imata enaki ploščini.

Nožiščna krivulja parabole

Maclaurinova trisektrisa je tudi nožiščna krivulja parabole. To pomeni, da predstavlja množico pravokotnih projekcij neke točke P na vse tangente parabole (glej na primer [1, 7]).

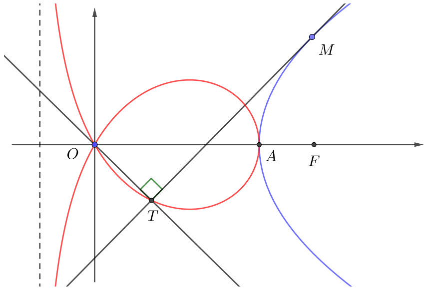
V koordinatnem sistemu narišimo parabolo, ki ima enačbo $y^2 = 4c(x - 3c)$, kjer je c pozitivna konstanta. Parabola ima teme v točki $A(3c, 0)$, gorišče v $F(4c, 0)$, ordinato v gorišču $p = 2c$ in za vodnico premico $x = 2c$ (slika 9). Na paraboli izberemo točko $M(s, t)$ in narišemo tangento na parabolo. Iz točke $O(0, 0)$ narišemo še pravokotnico na tangento. Dobimo presečišče T. Ko se točka M giblje po paraboli, opisuje točka T krivuljo, katere parametričnih enačb ni težko najti.

Tangenta na parabolo v točki M in pravokotnica nanjo iz točke $O(0, 0)$ sta premici z enačbama

$$y - t = \frac{2c}{t}(x - s), \qquad y = -\frac{t}{2c}x.$$

Presečišče teh dveh premic je točka T s koordinatama

$$x_T = \frac{2c(2cs - t^2)}{4c^2 + t^2}, \qquad y_T = \frac{t(t^2 - 2cs)}{4c^2 + t^2}.$$



Slika 9. Nožiščna krivulja parabole $y^2 = 4c(x - 3c)$ glede na točko O je Maclaurinova trisektrisa.

Ker točka M leži na paraboli, velja zveza $t^2 = 4c(s-3c) = 4cs-12c^2$, iz katere sledi $2cs = t^2/2+6c^2$, kar vstavimo v prejšnji enačbi in po poenostavitvi dobimo:

$$x_T = \frac{c(12c^2 - t^2)}{4c^2 + t^2}, \qquad y_T = \frac{t(t^2 - 12c^2)}{2(4c^2 + t^2)}.$$

Z zamenjavo $t \to -2ct$ dobimo ravno parametrično izraženo Maclaurinovo trisektriso

$$x(t) = \frac{c(3 - t^2)}{1 + t^2}, \qquad y(t) = \frac{ct(3 - t^2)}{1 + t^2},$$

kot jo poznamo iz (4).

Povsem analogno bi izračunali tudi nožiščno krivuljo glede na koordinatno izhodišče za parabolo $y^2 = 2p(x - q)$ $(p \neq 0)$, ki ima teme v točki $A(q, 0)$. Tedaj bi dobili krivuljo, podano z enačbama

$$x(t) = \frac{2q - pt^2}{2(1 + t^2)}, \qquad y(t) = \frac{t(2q - pt^2)}{2(1 + t^2)}.$$

Ta krivulja sovpada z Maclaurinovo trisektriso v obravnavanem primeru, ko je $3p = 2q$. To pomeni, da je takrat q trikratnik razdalje od gorišča do temena parabole. V primeru $3p = -2q$ bi dobili Slusovo konhoido, za $p = 2q$ strofoido, za $q = 0$ pri poljubnem p pa Dioklovo cisoido. Več o teh krivuljah najdemo na primer v [7].

Maclaurinova trisektrisa in inverzija

Zanimivo je na Maclaurinovo trisektriso pogledati še s stališča inverzije. Začnimo spet z Maclaurinovo trisektriso (5). Spomnimo se, da seka samo sebe v izhodišču $O = (0, 0)$. Inverzija glede na krožnico $x^2 + y^2 = R^2$ je določena s preslikavo

$$(x, y) \longmapsto \left(\frac{R^2 x}{x^2 + y^2}, \frac{R^2 y}{x^2 + y^2} \right). \tag{9}$$

Inverzija preslika O v neskončno oddaljeno točko in neskončno oddaljeno točko v O. Točke na krožnici $x^2 + y^2 = R^2$ so za inverzijo (9) negibne. Inverzija preslika premice in krožnice v premice ali krožnice.

Z upoštevanjem preslikave (9) iz (5) in s krajšim računom dobimo enačbo

$$3cx^2 - R^2 x - cy^2 = 0.$$

Pretvorimo jo v klasično obliko

$$\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

ki predstavlja enačbo hiperbole s središčem v točki $S(p, 0)$. Brez težav zapišemo njeni polosi a in b ter linearno ekscentričnost e:

$$a = \frac{R^2}{6c},\ b = \frac{R^2}{2c\sqrt{3}},\ e = \frac{R^2}{3c}.$$

Prav tako koordinate središča S, temen A in B ter gorišč F_1 in F_2:

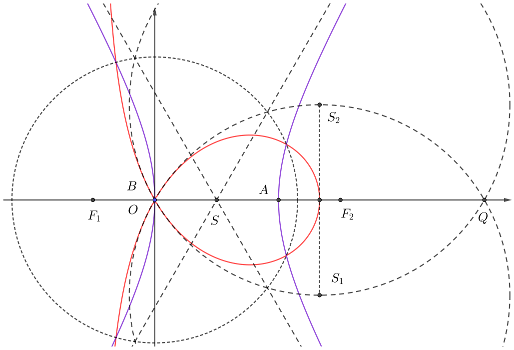
$$S\left(\frac{R^2}{6c}, 0\right),\ A\left(\frac{R^2}{3c}, 0\right),\ B(0,0),\ F_1\left(-\frac{R^2}{6c}, 0\right),\ F_2\left(\frac{R^2}{2c}, 0\right).$$

Na sliki 10 je prikazana hiperbola, ki ustreza $R < 3c$.

Zanimivo je, da smo za vsak R dobili hiperbolo. Še več, iz zgornjega računa je enostavno preveriti, da imajo vse tako dobljene hiperbole konstantno razmerje polosi $a/b = 1/\sqrt{3}$ oziroma asimptoti s smernima koeficientoma $\sqrt{3}$ in $-\sqrt{3}$, in sicer:

$$y = \pm\sqrt{3}\left(x - \frac{R^2}{6c}\right).$$

Tangenti v točki O na Maclaurinovo trisektriso sta asimptotama vzporedni in se pri inverziji ne spremenita. Preprost račun takoj pokaže, da se asimptoti z inverzijo za vsak R preslikata v krožnici s središčema v točkah $S_{1,2}(3c, \mp c\sqrt{3})$ in polmerom $R_i = 2c\sqrt{3}$. Središče prve krožnice leži na drugi krožnici in obratno. Območje, ki ga ograjujeta, je v zgodovini geometrije



Slika 10. Inverzna slika Maclaurinove trisektrise je hiperbola.

znano kot »vesica piscis«[2]. Središči teh krožnic in teme Maclaurinove trisektrise so kolinearne točke. Krožnici se sekata v točkah $O(0,0)$ in $Q(6c,0)$ pod kotom $\pi/3$ oziroma $2\pi/3$. Točki S in Q sta si inverzni. Vse se lepo sklada z dejstvom, da inverzija ohranja kote in dotike med krivuljami.

Polmera $OS_{1,2}$ določata v točki O normali na Maclaurinovo trisektriso in R_i je celo njen krivinski polmer v O, kar potrdi tudi račun z ustrezno formulo. Inverzni sliki asimptot hiperbole sta zato pritisnjeni krožnici na Maclaurinovo trisektriso v O. Zato ni nič čudnega, da sta krožnici neodvisni od R. Maclaurinova trisektrisa s pritisnjenima krožnicama v O vred se z inverzijo preslikajo v hiperbolo in njeni asimptoti. Posamezno krožnico lahko tudi geometrijsko konstruiramo, ker poteka skozi O in presečišči asimptote s krožnico $x^2 + y^2 = R^2$.

LITERATURA

[1] D. Haftendorn, *Kurven erkunden und verstehen: Mit GeoGebra und anderen Werkzeugen*, Springer Spektrum, 2017, str. 62–64.

[2] T. Hull, *Project Origami*, Activities for Exploring Mathematics, Second Edition, CRC Press, 2013, str. 67.

[3] K. Fushimi, *Trisection of an angle by H. Abe*, The Science of Origami, A Supplement to Saiensu (japonska verzija revije Scientific American) October 1980, str. 8.

[4] R. J. Lang, *Origami and Geometric Constructions*, `http://www.langorigami.com`, ogled 25. 9. 2020).

[5] G. E. Martin, *Geometric Constructions*, Springer, New York, 1998, str. 41–50.

[6] M. Razpet in N. Razpet, *Prepogibanje papirja, podvojitev kocke in Slusova konhoida*, Obzornik. mat. fiz. **67** (2020), str. 41–51.

[7] A. A. Savelov, *Ravninske krivulje*, Školska knjiga, Zagreb, 1979.

[2] V latinščini: ribji mehur.

EPIDEMIJA IN SPLOŠNA MATURA IZ FIZIKE 2020

ALEŠ MOHORIČ[1,2] IN ALEŠ DROLC[3]

[1]Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani,
[2]Institut »Jožef Stefan«,
[3]Državni izpitni center

Ključne besede: splošna matura, epidemija, fizika

Pandemija covid-19 je vplivala na učni proces, ki je bil v zaključku šolskega leta 2019/20 moten zaradi pouka na daljavo. Uspeh učnega procesa lahko merimo s testi znanja in posebej primerni so testi, katerih rezultate lahko primerjamo s predhodnimi generacijami in je njihova struktura ter izvedba neodvisna od razmer. Tak test je maturitetni izpit. Matura ima velik vpliv na možnost nadaljnjega izobraževanja, zato se je pojavil strah, da bo vpliv dela na daljavo zmanjšal njeno regularnost. Pomisleke o regularnosti izvedbe mature lahko ovržemo z analizo rezultatov mature in primerjavo z rezultati prejšnjih let.

EPIDEMY AND PHYSICS MATURA IN 2020

Covid-19 pandemic resulted in lock-downs and influenced the schooling process in the school year of 2019/20. The impact on the study process is measured by exams. Exams that are independent of the conditions and have comparable results to previos generations are particulary suited. Such an exam is a matriculation exam, matura. Since matura has high impact on admition to university programmes, fear of its regularity was raised. Doubts on the regularity of matura can be laid to rest with the analysis of the results and comparison with the results of previous years.

Uvod

Na začetku leta 2020 je svet zajela pandemija virusa Sars-Cov-19, ki povzroča gripi podobno infekcijo in se lahko zaplete z virusno pljučnico in vodi v smrt. Zaradi visokega osnovnega reprodukcijskega števila in smrtnosti je bila po svetu razglašena pandemija in v državah uvedeni epidemiološki ukrepi. V Sloveniji je bila epidemija razglašena marca 2020 in pouk se je z uporabo videokonferenčnih sistemov, spletnih učilnic in druge elektronske komunikacije prenesel na daljavo. Ukrep je učence četrtih letnikov srednjih šol zmotil v drugi polovici priprav na maturo. Splošna matura je bila zaradi ukrepov v notranjem delu nekoliko prilagojena, v zunanjem pa je ostala nespremenjena in številni so se spraševali, ali je izvedba mature v takih razmerah regularna. Rezultate izpita splošne mature iz fizike 2020 primerjamo z rezultati preteklih let. V nekaterih vidikih opazimo odstopanje od preteklih let, vendar ta odstopanja niso velika oz. niso večja, kot so kdaj v preteklosti že bila.

Najprej si na kratko oglejmo način izvedbe splošne mature iz fizike in kaj na maturi preverjamo. Vsebine in cilje izpita, način preverjanja znanja in zgradbo izpita določa predmetni izpitni katalog [2]. Izpit iz fizike je sestavljen iz treh delov. **Prva** in **druga izpitna pola** skupaj predstavljata **pisni** ali **zunanji del izpita**. **Laboratorijske vaje** so **praktični, notranji del** izpita in se izvajajo na šoli. Notranji del izpita ocenjuje učitelj. V prvi izpitni poli je 35 nalog izbirnega tipa, vsaka pravilna rešitev je točkovana z eno točko. V drugi izpitni poli je šest strukturiranih nalog, od katerih kandidat **izbere** tri. Vsaka strukturirana naloga je vredna največ 15 točk, kar skupaj znese največ 45 točk. Za notranji del opravi kandidat vsaj 8 laboratorijskih vaj in za vsako napiše poročilo in tako lahko doseže največ 20 točk. Izpitne vsebine so povzete po učnem načrtu za pouk fizike v gimnazijah in razdeljene na splošna in posebna znanja. Splošna znanja so potrebna za splošno izobrazbo in jih morajo obravnavati in poznati vsi kandidati. Zajemajo glavne definicije fizikalnih količin, razumevanje fizikalnih zakonov in konceptov, nekatere pojme in podatke, ki sodijo v splošno izobrazbo, ter temeljna procesna znanja. Posebna znanja dopolnjujejo splošna znanja. Vključujejo vsebine, ki predstavljajo poglobljena znanja in primere, pri katerih je večji poudarek na kvantitativni obravnavi. Cilji splošnih in posebnih znanj so neločljivo povezani z razvijanjem kompleksnega mišljenja, ki ga morajo razviti vsi dijaki [10]. Naloge v prvi izpitni poli preverjajo le splošna znanja in so različno težavne in različnih taksonomskih stopenj. Naloge v drugi izpitni poli preverjajo splošna in posebna znanja. Vsaka od nalog je tematsko osredotočena na eno od šestih vsebinskih področij: merjenje, mehanika, termodinamika, elektrika in magnetizem, nihanje, valovanje in optika ter moderna fizika in astronomija. V prvi izpitni poli vsako področje preverja več nalog izbirnega tipa, v drugi izpitni poli se vsaka strukturirana naloga na nivoju posebnih znanj osredotoča na eno od področij.

Naloge in deli nalog so različno **težavni**. Težavnost naloge izrazimo z **indeksom težavnosti**, deležem kandidatov, ki so neko nalogo rešili prav. Višji indeks težavnosti pomeni lažjo nalogo. Pri nalogah z več možnimi točkami pomeni indeks težavnosti delež povprečnega števila doseženih točk glede na vse možne. Namen testa je ločevanje kandidatov, ki nalogo znajo rešiti, od tistih, ki naloge ne znajo rešiti, zato je v test smiselno vključiti različno težke naloge. Pred uporabo na izpitu vsako izpitno polo pregledajo zunanji, neodvisni strokovnjaki, ki ocenijo njeno težavnost in zahtevnost. Komisija oceni težavnost vsake naloge, preden jo vključi v test.

Naloge, združene v nekem testu, niso le različno težke, ampak so tudi različno **zahtevne**. Težavnost je empirična posledica realne interakcije med nalogo in neko specifično populacijo. Če bi to isto nalogo reševala druga populacija, bi bil indeks težavnosti zelo verjetno drugačen. Večja je razlika med populacijami, večja je razlika med indeksi težavnosti. Ker pa prihaja vsako leto na izpit iz fizike približno enaka populacija, se pričakuje, da bi bil indeks težavnosti neke naloge primerljiv, če bi jo vključili v dva različna testa. Indeks težavnosti je tako kvantitativna mera, ki jo poznamo po opravljenem testu. **Zahtevnost** neke naloge je njena kvalitativna lastnost, ki je razmeroma neodvisna od populacije, ki nalogo rešuje. Z zahtevnostjo naloge se avtorji ukvarjajo pri nastajanju naloge. Intuitivno pričakujemo, da bodo manj zahtevne naloge kandidati reševali bolje, bolj zahtevne pa slabše, a povezava ni nujna in vedno pozitivna [11]. Na primer, naloga druge izpitne pole ima neko zahtevnost in navodilo za ocenjevanje predvideva, kako se bodo razpoložljive točke dodeljevale za zapisano rešitev. S korigiranjem navodila za ocenjevanje je mogoče doseči, da bo kandidat naslednjo točko dobil prej ali pozneje v postopku reševanja. V prvem primeru bo naloga lažja, indeks težavnosti bo višji, v drugem pa težja, indeks težavnosti bo nižji. S spreminjanjem navodila za ocenjevanje lahko do neke mere nadzorujemo indeks težavnosti in s tem povprečno število točk na testu, ne moremo pa nadzorovati zahtevnosti naloge. Ta ostaja nespremenjena in je neodvisna od števila kandidatov, ki so nalogo rešili prav, narobe ali le deloma. Ena glavnih razsežnosti zahtevnosti neke naloge je njena **kognitivna zahtevnost**, ki jo delimo po taksonomskih stopnjah. Predmetni izpitni katalog [2] predpisuje deleže taksonomskih stopenj, ki v grobem temeljijo na Bloomovi taksonomiji znanja. Pri pripravi nalog in njihovem vključevanju v test predmetna komisija za fiziko sledi naslednji štiristopenjski taksonomiji: I osnovna znanja (poznavanje pojmov in dejstev ter priklic), II konceptualna znanja (razumevanje pojmov in dejstev), III proceduralna znanja (poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur) in IV problemska znanja (uporaba znanja v novih situacijah, uporaba kombinacij več pravil in pojmov pri soočenju z novo situacijo, sposobnost uporabe konceptualnega in proceduralnega znanja). Poleg kognitivne zahtevnosti komisija za vsako nalogo že pred uvrstitvijo v test oceni tudi **navidezno težavnost**. Vsako nalogo razvrsti v eno od treh kategorij: lahke (pričakuje se, da bo pri tej nalogi dejanski indeks težavnosti višji od 0,70), srednje (med 0,30 in 0,70) in težke (nižji od 0,30). Določanje obeh mer, težavnosti in zahtevnosti naloge, je subjektiven postopek. Od sestavljavcev testa, v Sloveniji to pomeni od članov predmetne komisije, zahteva temeljito poznavanje učnega načrta ter gimnazijske populacije in njenega potencialno izkazanega znanja.

Število doseženih točk na izpitu se pretvori v **oceno** na podlagi lestvice. Meje med ocenami določi (in jih v potrditev predlaga Državni komisiji za splošno maturo) Državna predmetna komisija za fiziko za splošno maturo, potem ko je seznanjena z rezultati aktualnega roka. Pri določitvi mej upošteva dve merili: absolutno oz. vsebinsko in relativno oz. statistično. Izhodišče je absolutno merilo. Praga za zadostno in odlično oceno komisija določi vnaprej, ob predaji izpitnega gradiva v žreb za prihajajočo maturo. Praga predlaga na podlagi svojega ekspertnega znanja o vsebini, učnih ciljih in standardih znanja. Pri določanju meje za pozitivno oceno komisija upošteva dosežene učne cilje, ki naj bi jih dosegali kandidati s 50 ali več odstotnimi točkami – znanje, ki je točkovano z vsaj 50 odstotnimi točkami, se šteje za zadostno. Pri določanju meje za odlično oceno pa komisija upošteva dosežene učne cilje, s katerimi naj bi kandidati izkazovali odlično znanje. Praga za pozitivno in odlično oceno ni vedno mogoče vnaprej povsem natančno določiti in predmetna komisija lahko meji naknadno tudi (nekoliko) korigira. To lahko naredi tudi v primeru, če je ob napovedanih mejah delež kandidatov, ki so dosegli neko oceno, izrazito drugačen od pričakovanega – v takem primeru lahko komisija uporabi relativno oz. statistično merilo. Če je kandidatov, ki niso dosegli predvidene meje npr. za dve, več kot deset odstotkov, lahko komisija mejo zniža, vendar ob sočasnem upoštevanju vsebinskega merila. V praksi to pomeni, da bo komisija ob velikem deležu negativnih ocen mejo za dve znižala, vendar le do meje, ki jo je še mogoče utemeljiti z vsebinskim merilom. Če neke meje ni več mogoče utemeljiti z nekim pričakovanim standardom, komisija meje ne bo znižala, čeprav bi bil odstotek negativnih še vedno visok, na primer višji od deleža v katerem od prejšnjih let [13]. Pri postavitvi vsebinskega kriterija državna predmetna komisija sledi napotkom državne komisije, da se izpitni kompleti pripravijo tako, da bi bila meja za 2 določena pri 50 odstotnih točkah, ali pa bi se tej meji vsaj približala, meja za 5 pa pri 86 odstotnih točkah. Predmetna komisija za fiziko se temu približuje postopoma, težavnost nalog je namreč še vedno nekoliko previsoka glede na pričakovano število doseženih točk za posamezno oceno. Na prvi pogled se zdi, da bi bilo to preprosto dosegljivo tako, da se pripravi lažji izpit. Vendar izkušnje iz preteklih let kažejo, da ima tak pristop lahko nepredvidljive in neželene posledice. Kandidati prepoznajo, da je izpit lažji, kot so pričakovali, in svoje izkušnje in spoznanje prenesejo kolegom naslednjih generacij. Razliko prepoznajo tudi profesorji in profesorice, ki dijake pripravljajo na izpit. Oboji pričakovani prag zahtevnosti naslednjega izpita nekoliko znižajo. Če se na naslednjem izpitu pričakovanje potrdi, to vpliva na priprave v naslednjem letu itn. Predpostavka pri taki korekciji mej med ocenami je, da se znanje učencev v prihodnje ne bo nižalo, vendar jih spoznanje, da test ni bil tako zahteven, kot so pričakovali, napeljuje prav na to. Ko se sproži ta spirala, je test vsako leto lažji, dosežki pa so vsako leto nižji in trend je zelo težko obrniti. Komisija mora pri želenem dvigu meje za oceno dve iskati občutljivo ravnotežje med težjimi in lažjimi nalogami, med različnimi vsebinami, obenem pa mora dijake spodbujati k boljši pripravljenosti na izpit in profesorje, da jim pri tem pomagajo. Izpit torej ne sme biti prelahek, ker to lahko sproži omenjeno spiralo, in ne pretežek, ker lahko to odvrne dijake od izbire predmeta.

Poleg objektivnih meril, kot so doseženo število točk, ocena in indeksi težavnosti posameznih nalog, lahko maturo ocenjujemo tudi z vtisi udeleženih. Dijaško **mnenje** o zahtevnosti mature ugotavlja Državni izpitni center vsako leto tako, da na svoji spletni strani objavi vprašalnik. Vprašanja se nanašajo na zahtevnost posameznih delov izpitov pri maturitetnih predmetih, izbirne naloge pri pisnem delu izpita, težave in nejasnosti pri izvedbi splošne mature, dejavnike, ki vplivajo na odločitev za izbirne predmete [19]. Pri interpretaciji odgovorov na vprašalnik moramo upoštevati, da tisti, ki nanj odgovarjajo – respondenti – ne predstavljajo naključnega vzorca iz referenčne skupine [1]. Glavno vprašanje analize vprašalnika je, ali je bila splošna matura iz fizike lani (2020) za dijakinje in dijake po zahtevnosti primerljiva z maturami prejšnjih let. Intuitivno se zdi odgovore dijakov smiselno interpretirati pogojno glede na njihovo oceno. Če bi se lani v odzivu na vprašalnik povečal delež tistih, ki izpit označijo za pre/zahteven, lahko to temelji na težjem izpitu ali pa na večjem deležu respondentov s slabšimi ocenami. Če se ob primerljivi porazdelitvi ocen respondentov delež tistih, ki izpit označijo za pre/zahteven, poveča, potem odziv lahko kaže na to, da je izpit lanski generaciji predstavljal večji zalogaj kot prejšnji/m. Primerjava odgovorov respondentov in njihovih podatkov s prejšnjimi leti kaže, da je po strukturi in porazdelitvi ocen vzorec respondentov glede na populacijo konsistentno pristranski, vsebuje manj fantov in tistih z nižjimi ocenami. Ker nas zanimajo le razlike med leti, kaže vzorec pravo sliko, ko ga primerjamo s predhodnimi generacijami.

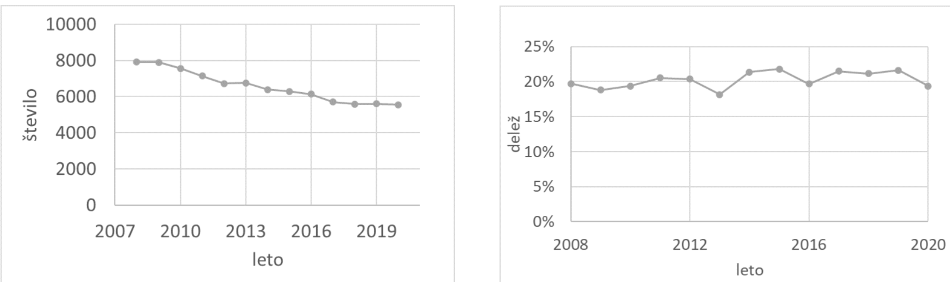
Povzemimo, katere kazalce uspešnosti in zahtevnosti izpita iz fizike na maturi lahko spremljamo: število doseženih točk na notranjem in zunanjem delu izpita, število doseženih točk na prvi in drugi izpitni poli, indeks težavnosti posamezne naloge ali povprečje doseženih točk na posamezni izpitni poli, oceno izpita. Navidezna težavnost in taksonomska stopnja naloge sta znani vnaprej in se uporabljata za uravnoteženje zahtevnosti izpitov v različnih letih. Spremljamo tudi število kandidatov, ki izberejo predmet, in njihov uspeh v zadnjih dveh letih srednje šole. Ti podatki nam kažejo trend predmeta, ali je med kandidati priljubljen in ali je zahteven. Prilagajanje mej za ocene doseženim točkam je tudi lahko indikator uspeha. Zanima nas še, katere naloge kandidati izbirajo na drugi poli. Kandidati svoje dojemanje izpita in motivacijo izrazijo skozi vprašalnik.

Rezultati mature

V analizi dosežkov upoštevamo referenčno skupino, to so dijaki, ki so uspešno zaključili zadnji letnik srednje šole, splošno maturo na spomladanskem roku opravljajo prvič in v celoti. Na podlagi dosežkov te skupine se določajo tudi meje med ocenami.

Število kandidatov

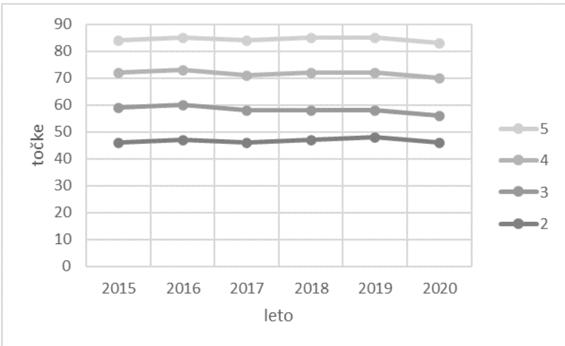
Število kandidatov v referenčni skupini za zadnjih dvanajst let kaže slika 1 levo. Opazimo stalno upadanje, ki je v enem delu posledica manjšanja generacij, v drugem pa večanja deleža dijakov, ki se odločijo za poklicno maturo. Na sliki 1 desno je prikazan delež referenčne skupine, ki na splošni maturi izbere fiziko. Ta delež ostaja skozi leta približno konstanten.



Slika 1. Levo – število kandidatov na splošni maturi se z leti manjša, nekaj na račun upada številčnosti generacij, nekaj na račun večjega deleža kandidatov, ki opravljajo poklicno maturo. Desno – delež kandidatov, ki na splošni maturi izbere fiziko.

Meje za izpitne ocene

Meje za izpitne ocene so lahko indikator težkega izpita oz. slabega uspeha. Graf na sliki 2 kaže število točk, ki so potrebne za višjo oceno. Vidimo, da sta najbolj stabilni meji za oceni 2 in 5, kar pomeni, da predmetna komisija precej dobro sledi absolutnemu merilu, pri mejah za oceni 3 in 4 pa je nihanja več (do 4 točke), kar lahko razumemo, da ima statistični kriterij večji vpliv na srednje meje kot na robni dve. Spreminjanja mej za ocene so minimalna, vseeno pa ne moremo spregledati odmika navzdol pri zadnji maturi, kar pomeni, da je letvica postavljena nekoliko nižje. Ta deviacija je še posebej očitna, če opazimo trend, da se mejo za oceno 2 želi približati 50 točkam, mejo za oceno 5 pa 86.

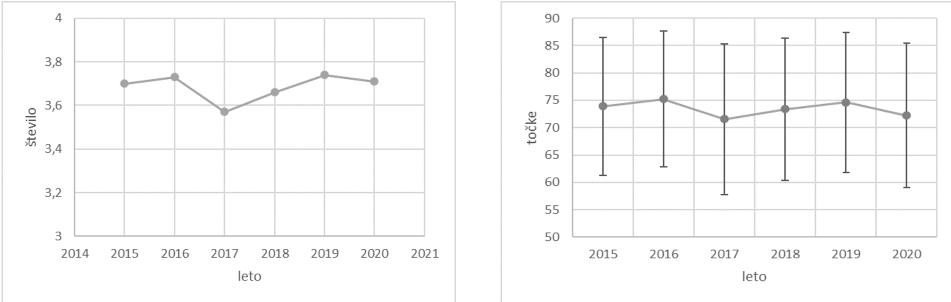


Slika 2. Meje za izpitne ocene na SM iz fizike v zadnjih petih letih.

Dosežki

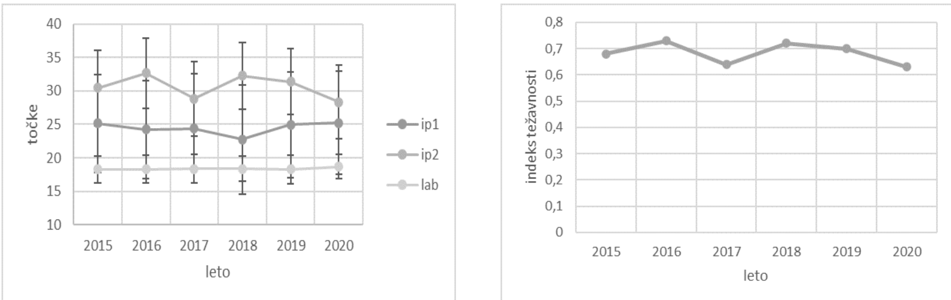
Rezultate izpitov iz fizike na SM za zadnjih pet let kažeta diagrama na sliki 3. Na levi je povprečna ocena, na desni pa povprečno število točk z označenim standardnim odklonom. Število kandidatov je bilo lani najnižje doslej, ob tem se je delež deklet glede na predlani nekoliko zvišal. Povprečno število skupnih točk je med nižjimi, vendar ne najnižje – nižje je bilo leta 2017. Tega leta je bila tudi razpršenost večja. Povprečna ocena je znotraj običajnih odklonov od povprečja. Oceno lahko reguliramo tudi z mejami med ocenami.

Razčlenimo rezultate izpita tako, da si ogledamo povprečne dosežke na delih izpita: prvi in drugi izpitni poli ter laboratorijskih vajah. Rezultate kaže levi diagram na sliki 4. Prva izpitna pola, ki je sestavljena iz petintridesetih nalog izbirnega tipa, je bila lani reševana celo najbolje v zadnjem



Slika 3. Na levi so povprečne ocene, dosežene na izpitu iz fizike na SM, na desni pa povprečno število doseženih točk skupaj s standardnim odklonom.

obdobju. Pri tem ni nepomembno, da se pola ocenjuje »avtomatsko«: kandidati svoje odgovore označujejo na list za odgovore, listi se poskenirajo. Napake ocenjevanja, do katere lahko pride pri ocenjevanju druge izpitne pole zaradi prestrogega ali preblagega ocenjevanja, pri tej poli ni. Pri drugi izpitni poli je lansko povprečje nižje od povprečij prejšnjih let, najbolj se približa povprečju leta 2017. Razpršenost rezultatov je primerljiva s prejšnjimi leti. Pri internem delu je povprečno število doseženih točk lani najvišje, razpršenost pa najmanjša. Kaže, da so imeli lani kandidati z drugo izpitno polo največ težav doslej. Rezultat so v povprečju nekoliko kompenzirali z boljšim reševanjem prve izpitne pole in višjimi točkami pri internem delu. Vprašanje je, ali bi bil ob običajnem letu rezultat na prvi izpitni poli v povprečju še boljši, kot je bil, ali pa so se dijaki nanjo lani v resnici pripravili bolje kot prejšnja leta. Bolj natančen odgovor zahteva vsebinsko analizo prvih izpitnih pol in njihovih zahtevnosti.



Slika 4. Levo: povprečno število doseženih točk na prvi izpitni poli (ip1), drugi izpitni poli (ip2) in laboratorisjkih vajah (lab) za zadnjih pet let. Desno: indeks težavnosti druge pole.

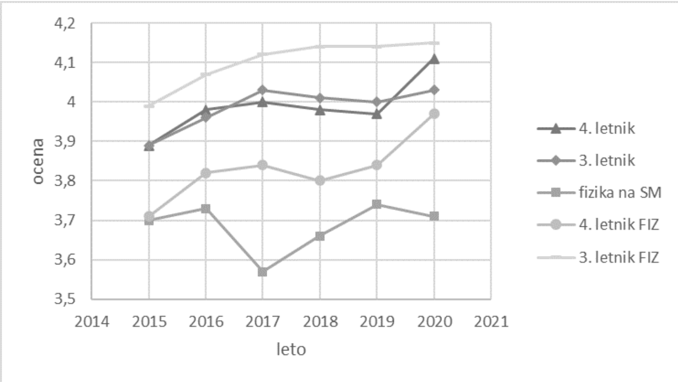
Rezultati izpita v celoti ne odstopajo od rezultatov izpitov v letih 2017 in 2018, pri čemer se rezultati izpitov v letih 2017 in 2018 med seboj razlikujejo. Povprečje doseženega števila točk na prvi izpitni poli je bilo lani primerljivo s predlanskim povprečjem in s povprečjem leta 2015. Povprečno število doseženih točk na prvi izpitni poli je bilo v teh letih najvišje. Povprečje druge izpitne pole je lani primerljivo z letom 2017 – to sta bili najnižji povprečji v zadnjih šestih letih. Pri internem delu v prejšnjih letih razlik v povprečnem številu točk ni bilo, lani pa to značilno odstopa navzgor. Višji rezultat na internem delu je pričakovan. Ocenjevanje je na nekaterih šolah, ki tega dela niso opravile do prve tretjine marca, lahko potekalo prilagojeno. Učitelji so posebne okoliščine zelo verjetno upoštevali pri ocenjevanju in ocenjevali nekoliko bolj blago kot prejšnja leta.

Dosežek na splošni maturi – ocena oz. število doseženih točk – je le eden od dosežkov dijaka v srednji šoli. V tabeli 1 so navedeni nekateri drugi dosežki in izpostavimo jih lahko nekaj, ki so v tabeli označena krepko. Povprečni splošni uspeh pri splošni maturi (SM) (21,86) je bil lani glede na prejšnja leta višji. Ob s prejšnjimi leti primerljivima povprečnima uspehoma v 3. letniku SŠ (4,03) in povprečno oceno pri fiziki v 3. letniku SŠ (4,15) sta lani povprečni uspeh v 4. letniku SŠ (4,11) in povprečna ocena pri fiziki v 4. letniku SŠ (3,97) višja od prejšnjih let. Kljub temu da sta se splošni uspeh pri SM in uspeh v 4. letniku SŠ zvišala, se je njuna korelacija (0,71) lani glede na prejšnja leta znižala. Znižali sta se korelaciji med oceno pri fiziki na SM in oceno pri fiziki v 3. in 4. letniku SŠ.

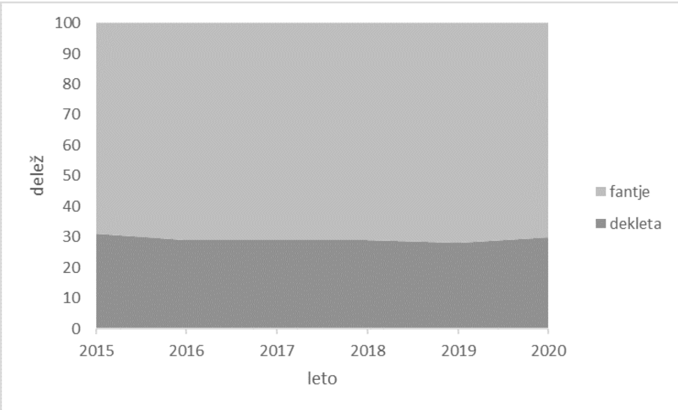
Slika 5 kaže trende povprečnega uspeha v 3. in 4. letniku ter ocene pri fiziki v 3. in 4. letniku. Povsod je opaziti rahlo naraščanje, ki pa se zaustavlja, razen občutnega skoka v 4. letniku, kar kaže na prilagojeno obravnavo med epidemijo. Epidemija na uspeh v 3. letniku seveda ni vplivala, saj se podatki tičejo dijakov, ki so maturo opravljali leta 2020 in so bili v 3. letniku leta 2019. Očitno je tudi, da se kriteriji pri fiziki krepko zaostrijo po prehodu iz 3. v 4. letnik. Za primerjavo je prikazan tudi uspeh pri fiziki na SM, kjer pa skoka navzgor v letu 2020 ne opazimo.

Razlike po spolu

V pregledu trendov znanja [9] avtor opozori na zaskrbljujoč upad zanimanja za naravoslovje in matematiko med dekleti ter na to, da poleg tega dekleta dosegajo slabše rezultate od fantov. V zadnjih šestih letih so dekleta predstavljala slabo tretjino tistih, ki so na splošni maturi za izbirni predmet izbrali fiziko. Delež po letih kaže slika 6.



Slika 5. Povprečni uspeh dijakov in ocena pri fiziki v 3. in 4. letniku ter povprečna ocena pri fiziki na SM.



Slika 6. Razmerje fantov in deklet pri fiziki na SM je stabilno, a delež deklet je nizek.

Podrobnejša analiza dosežkov po spolu kaže, da razlika po spolu med leti ni konstantna, kar lahko kaže na več stvari. Prvič, med nalogami so kakšno leto take, da prihaja pri njih do različne uspešnosti med fanti in dekleti. Drugič, na izpit iz fizike prihajajo med leti po spolu neprimerljive populacije. Leta 2017, ko je bil povprečni uspeh med slabšimi, razlike med povprečnim dosežkom deklet in fantov skoraj ni bilo. V tem letu je bila razlika na prvi poli približno točko, medtem ko razlike na drugi poli skoraj ni bilo. Največja razlika med povprečnima dosežkoma deklet in fantov na celem izpitu je bila leta 2019, na vsaki poli po približno dve točki. Lani se je ta razlika na prvi poli zmanjšala, na drugi pa vztraja. Na internem delu dekleta v povprečju dosegajo več točk kot fantje, vendar se je lani ta

leto	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Število kandidatov	1369	1210	1225	1183	1210	1076
Povprečni splošni uspeh pri SM*	21,45	21,47	21,57	21,23	21,44	**21,86**
Povprečni uspeh v 4. letniku SŠ	3,89	3,98	4,00	3,98	3,97	**4,11**
Povprečni uspeh v 3. letniku SŠ	3,89	3,96	4,03	4,01	4,00	4,03
Povprečna ocena pri FIZIKI SM	3,70	3,73	3,57	3,66	3,74	3,71
Povprečna originalna ocena pri FIZIKI SM**	3,69	3,73	3,56	3,65	3,73	3,70
Povprečno število odstotnih točk pri FIZIKI SM	73,89	75,20	71,54	73,38	74,62	72,18
Mediana odstotnega števila točk pri FIZIKI SM	75	76	73	74	75	73
Standardni odklon odstotnih točk pri FIZIKI SM	12,64	12,41	13,77	13,00	12,78	13,34
Povprečna ocena pri FIZIKI v 4. letniku SŠ	3,71	3,82	3,84	3,80	3,84	**3,97**
Povprečna ocena pri FIZIKI v 3. letniku SŠ	3,99	4,07	4,12	4,14	4,14	4,15
Korelacija splošnega uspeha pri SM in ocene pri FIZIKI SM*	0,77	0,78	0,80	0,77	0,78	0,77
Korelacija splošnega uspeha pri SM in uspeha v 4. letniku SŠ*	0,77	0,75	0,75	0,77	0,75	**0,71**
Korelacija splošnega uspeha pri SM in uspeha v 3. letniku SŠ*	0,75	0,70	0,69	0,69	0,67	0,69
Korelacija ocene pri FIZIKI SM in uspeha v 4. letniku SŠ***	0,64	0,61	0,66	0,63	0,61	0,58
Korelacija ocene pri FIZIKI SM in uspeha v 3. letniku SŠ***	0,64	0,61	0,66	0,63	0,61	0,58
Korelacija ocene pri FIZIKI SM in ocene pri FIZIKI v 4. letniku SŠ***	0,69	0,65	0,70	0,67	0,69	**0,59**
Korelacija ocene pri FIZIKI SM in ocene pri FIZIKI v 3. letniku SŠ***	0,58	0,55	0,56	0,54	0,59	**0,50**
Korelacija notranjega in zunanjega dela pri SM	0,34	0,33	0,41	0,41	0,36	0,38
Odstotek neuspešnih s PP	0,58	0,50	1,39	0,68	0,99	1,30
Odstotek neuspešnih brez PP	1,31	0,99	2,78	1,78	1,82	2,51

Tabela 1. Splošni podatki o kandidatih – referenčna skupina – pri izpitu SM v spomladanskih izpitnih rokih med letoma 2015 in 2020. Podatki so iz vsakoletnega predmetnega poročila [4–8, 12].

* Pri izračunu povprečnega splošnega uspeha so upoštevani samo uspešni kandidati (10 točk ali več). Enako velja tudi za korelacije s splošnim uspehom pri SM.

** Originalna ocena je ocena pri predmetu splošne mature, izračunana iz odstotnih točk brez upoštevanja NP, ocenjevanja na OR namesto VR ali upoštevanja ocene iz prejšnjega roka.

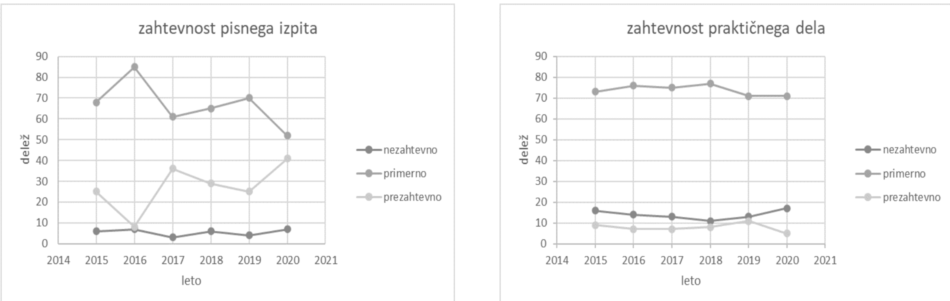
*** Korelacija z oceno pri predmetu SM se računa z originalno oceno pri predmetu SM.

razlika glede na predlani prepolovila. Povprečni dosežek na celotnem izpitu se razlikuje glede na rok in spol, vendar na razlike po rokih ne vpliva spol, in obratno. To velja za izpit v celoti kakor tudi za njegove dele.

Vprašalnik

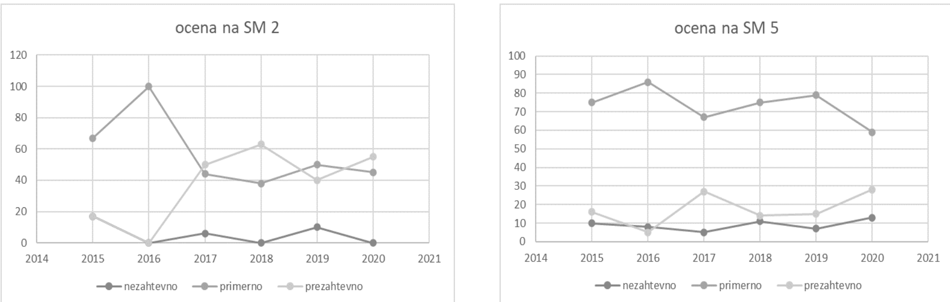
Lani, po koncu spomladanskega roka splošne mature 2020, je vprašalnik izpolnilo 941 kandidatov, respondentov, kar je 16,4 odstotka vseh, ki so spomladanski rok opravljali v celoti. Od tega je bilo kandidatov, ki so za enega od izbirnih predmetov izbrali fiziko, 190. Med respondenti je večji delež deklet in dijakov z višjo oceno, kot bi pričakovali glede na dosežene ocene na SM. Pri interpretaciji se zdi zato smiselno predpostaviti, da je izjava respondentov o zahtevnosti izpita podcenjena.

Zahtevnost posameznega dela izpita vprašalnik preveri z vprašanjem »Kako ocenjujete zahtevnost posameznih delov izpitov pri splošni maturi (pisni, ustni, praktični del)?« [19]. Ponujeni odgovori so »Tega dela izpita ni«, »Nezahtevno«, »Primerno« in »Prezahtevno«. V letih od 2015 do 2019 sta v povprečju dobri dve tretjini respondentov menili, da je pisni del primerno zahteven. V lanskem letu je takih le dobra polovica. Povečal se je delež tistih, ki menijo, da je bil pisni del prezahteven – lani je bilo takega mnenja dobrih 40 odstotkov respondentov. Pri internem delu je obratno, povečal se je delež tistih, ki menijo, da je bil lanski interni del nezahteven, in zmanjšal delež tistih, ki menijo, da je bil interni del prezahteven. Glede na prilagojeni način opravljanja in ocenjevanja internega dela je to pričakovano. Deleži odgovorov o zahtevnosti pisnega in praktičnega dela so prikazani na diagramih na sliki 7.



Slika 7. Deleži odgovorov o zahtevnosti pisnega izpita in praktičnega dela izpita.

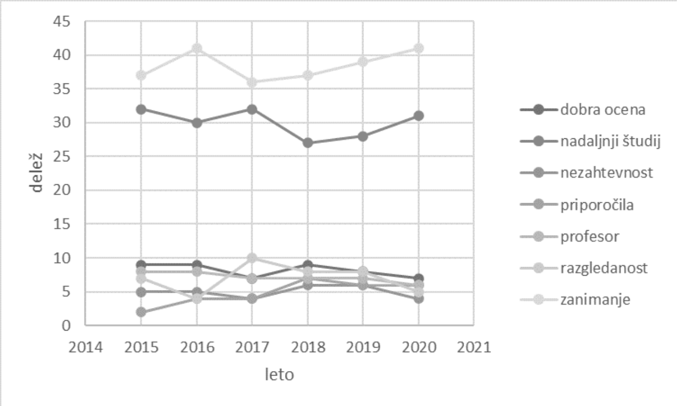
Zanimivo je pogledati, kaj o zahtevnosti izpita menijo respondenti glede na njihovo uspešnost pri izpitu, ali slabši ocenjujejo izpit kot prezahteven in boljši kot preenostaven. Predvsem drugemu se skušamo izogibati, da ne dosežemo kognitivnega podcenjevanja, kar odvrača dobre kandidate. Diagrama na sliki 8 kažeta odgovore o zahtevnosti takih kandidatov, ki so izpit komaj opravili, in odličnih. Med respondenti, ki so dosegli oceno dve, je pričakovano malo takih, ki pisni del označujejo za nezahtevnega. Večina jih odgovarja, da je pisni del primeren oz. prezahteven, vendar se deleža med leti spreminjata. Med respondenti, ki so na maturi dosegli oceno pet, se je v zadnjem letu povečal delež tistih, ki so pisni izpit označili za prezahtevnega. Pri teh se je delež tistih, ki pisni del označujejo za prezahtevnega, glede na predlani skoraj podvojil in je primerljiv z deležem iz leta 2017. Zanimivo je, da se je glede na predlani podvojil delež tistih, ki menijo, da je izpit nezahteven. Možna razlaga je, da je na tako mnenje respondentov vplivala predvsem prva pola, ki je glede na doseženo povprečno število točk primerljiva s prvimi polami prejšnjih let. Če sprejmemo, da je bil izpit za kandidate lani težji (oz. da je bilo njihovo znanje nižje), potem je bila lani prva pola relativno lažja kot prejšnja leta – kar so nekateri boljši dijaki tudi zaznali.



Slika 8. Mnenje respondentov o težavnosti izpita, levo tisti, ki so dobili oceno 2, desno tisti, ki so dobili oceno 5. Prikazani so deleži odgovorov.

Ob pregledu mnenja o zahtevnosti pisnega dela glede na oceno na maturi lahko sklenemo, da se je pomik respondentov od mnenja, da je bila zahtevnost pisnega dela primerna, k mnenju, da je bil pisni del prezahteven, zgodil pri vseh ocenah, najmanj izrazit pa je pri tistih, ki so na maturi dosegli oceno 5. Med temi se je celo povečal delež takih, ki menijo, da je bil pisni del nezahteven.

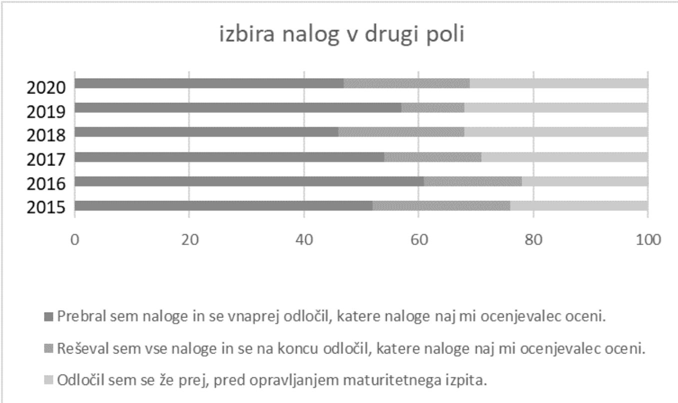
V anketnem vprašalniku dijaki odgovarjajo tudi na vprašanje »Katera dva dejavnika sta najbolj vplivala na vašo odločitev za 1. in 2. izbirni predmet na splošni maturi?« [19]. Najpogosteje so izbirali »zanimanje za predmet« in »nadaljnji študij« (gl. sliko 9). »Zanimanje za predmet« je tudi pri drugih predmetih najpogostejši dejavnik izbire, »nadaljnji študij« pa pogosto pri naravoslovnih predmetih (za druge predmete in po letih gl. [14–19]).



Slika 9. Motivacija respondentov za izbiro fizike na SM.

Predmetni izpitni katalog pri drugi izpitni poli omogoča izbirnost – kandidat med šestimi strukturiranimi nalogami izbere in rešuje le tri. Izbirnost v testu lahko predstavlja težavo tako za dijaka, ki test opravlja, kakor tudi za komisijo, ki mora pripraviti veljaven in zanesljiv test in pozneje dosežke analizirati [3]. Eno od vprašanj dijake sprašuje, kaj jih vodi pri odločitvi, katere tri naloge bodo reševali na drugi izpitni poli. Na vprašanje »Kakšna je bila vaša strategija za izbiro nalog pri posameznem maturitetnem predmetu?« so bili ponujeni štirje možni odgovori: 1 – Maturitetnega predmeta nisem opravljal. 2 – Prebral sem naloge in se vnaprej odločil, katere naloge naj mi ocenjevalec oceni. 3 – Reševal sem vse naloge in se na koncu odločil, katere naloge naj mi ocenjevalec oceni. In 4 – Odločil sem se že prej, pred opravljanjem maturitetnega izpita [19].

S slike 10 lahko razberemo, da se strategija, kot sporočajo respondenti, med leti ne spreminja bistveno. Največ, v povprečju dobra polovica, jih naloge najprej prebere in se potem vnaprej odloči, katere bodo reševali. Najmanj, v povprečju slaba petina, rešuje več nalog in se na koncu odloči, katere naloge naj ocenjevalec oceni. Če se osredotočimo na zadnje štiri roke, vidimo, da je pristop, da so se kandidati za naloge odločili vnaprej, že pred opravljanjem maturitetnega izpita, stabilen. Razmerje med »prebrati in reševati le vnaprej izbrane naloge« proti »reševati vse naloge in se na koncu odločiti« pa se spreminja. Intuitivno verjetna razlaga se zdi, da je

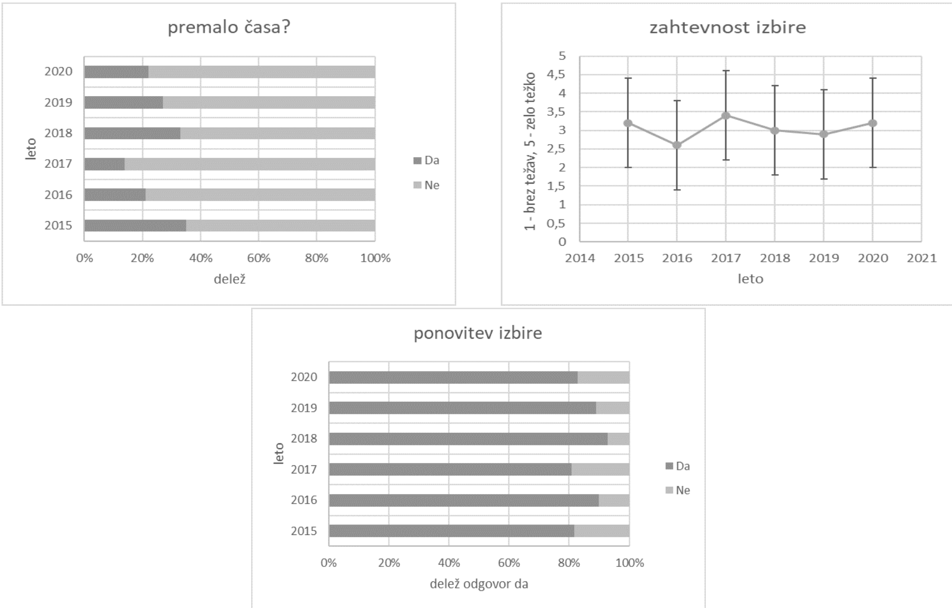


Slika 10. Odgovori na vprašanje, kaj vpliva na izbiro nalog v drugi poli pisnega izpita.

to odvisno od tega, kako jasno je zapisana neka naloga oz. od tega, kako kandidat zaupa v svoje znanje in ali že po prvem branju besedila naloge razbere, ali bo nalogo znal rešiti ali ne, oziroma širše, katere tri naloge bo znal rešiti najbolje. Če po prvem branju tega ni razbral, potem je zelo verjetno reševal (ali vsaj začel reševati) več nalog ali celo vse in se šele na koncu odločil, katere naj se mu ocenijo. Delež dijakov, ki so se lani vnaprej, že pred opravljanjem maturitetnega izpita odločili, katero nalogo bodo reševali, je v okvirih pričakovanega. Spremenilo pa se je razmerje med drugima dvema kategorijama, vendar ne prav drugače kot v letih 2015 in 2018. Več dijakov, kot bi pričakovali, je začelo reševati več nalog ali vse in se na koncu odločilo, katero naj se oceni. Tako razmerje je pred leti že bilo, a je na meji.

Če zgornja predpostavka o »zaupanju« v svoje znanje in strategiji izbiranja nalog drži, potem lanski odgovori respondentov kažejo, da je bilo pri izbiri nalog lani nekoliko več negotovosti, kot bi pričakovali za »povprečno leto«.

Kritična razlika med enim in drugim pristopom je lahko razpoložljivi čas: če se kandidat za naloge odloči vnaprej, bo imel časa za reševanje bolj verjetno zadosti, če kandidat rešuje več nalog ali vse, mu bo časa za reševanje bolj verjetno zmanjkalo. Slika 11 kaže, kako težko je bilo respondentom izbrati nalogo in kaj je vplivalo na izbiro. Vprašanja so: »Ali vam je zaradi izbiranja nalog zmanjkalo časa za reševanje izpitne pole pri posameznem maturitetnem predmetu?«, »Kako težka je bila za vas izbira nalog pri posameznem maturitetnem predmetu z izbirnimi nalogami?« (1 »povsem brez težav«, 5 pa »zelo težka odločitev«), »Ali bi izbrali iste izbirne naloge, če bi ponovno opravljali maturitetni izpit?« [19].



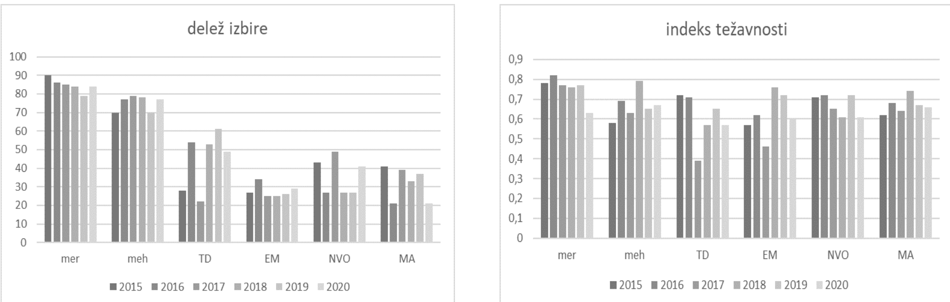
Slika 11. Diagrami, ki kažejo, kako težko je respondentom izbrati naloge na drugi poli; zgoraj levo so odgovori na vprašanje, ali imajo za izbiro premalo časa, zgoraj desno so odgovori na oceno težavnosti izbire, spodaj so odgovori na vprašanje, ali bi izbiro ponovili, če bi imeli možnost.

Med kandidati, ki so izpolnili vprašalnik in izbrali fiziko, je lani relativno nizko število takih, ki jim je zaradi izbiranja nalog zmanjkalo časa za reševanje. Primerljiv delež je bil na roku 2016, precej nižji pa na roku 2017. Za izpit leta 2017 se izkazuje, da je bil v več pogledih nekoliko drugačen od drugih. Na roku 2017 je bila izbira naloge za kandidate najtežja, v tem oziru sledi lanski rok. Za ta dva roka je najmanj kandidatov izjavilo, da bi, če bi maturo opravljali ponovno, izbrali iste naloge. Povedano nakazuje na sklep, da se je lani kandidatom izbira naloge zdela težja kot sicer, da bi ob ponovni možnosti raje, kot do zdaj, izbrali drugo nalogo.

Vendar pa so imeli dijaki, proti pričakovanjem, lani zaradi izbiranja naloge najmanj težav s časom za reševanje. Pri odgovorih na to vprašanje je treba dopustiti možnosti, da se kandidati ob izpolnjevanju vprašalnika ne spomnijo, ali jim je časa za reševanje primanjkovalo ali ne. Z zadržkom pa je treba jemati celotno izjavo, da jim je časa zmanjkalo prav zaradi negotovosti pri odločanju, katero nalogo izbrati – časa za reševanje jim je lahko primanjkovalo tudi zaradi česa drugega.

Ena od možnih interpretacij takega razpleta za te kandidate bi lahko bila, da kandidati ob pisanju niso bili prav prepričani v svoje znanje (težko so se odločili, katero nalogo reševati) in da tudi, potem ko so videli rezultate izpita, niso bili v tolikšni meri kot prejšnja leta prepričani, ali so se odločili prav. Toda kljub temu jih je le majhen del izrazil, da so imeli premalo časa. To navidezno protislovje morda pomeni, da je bilo zaupanje v svoje znanje šibkejše kot sicer, a v resnici je bilo boljše, saj je bilo njihovo reševanje bolj tekoče – zaradi česar jim na koncu vendarle ni zmanjkovalo časa. A če ob tem upoštevamo še, da so dijaki lani na drugi izpitni poli dosegli manjše število točk kot v povprečju v zadnjih letih, iz tega lahko sledi, da so kandidati pri reševanju bolj pogosto naleteli na vprašanje, ki ga sploh niso reševali – so ga preskočili –, zaradi česar se je verjetnost, da bi jim na koncu časa zmanjkalo, nižala. Ta razlaga morda pojasni skladnost med lanskim rokom in izpitom leta 2017.

Smiselno se zdi predpostaviti, da kandidati večinoma izbirajo in rešujejo tiste naloge, za katere verjamejo, da jih bodo med vsemi nalogami rešili najbolje in s tem dobili tudi največ točk – za izbiro katerekoli druge kombinacije verjamejo, da bodo na izpitni poli dobili manj točk. V nadaljevanju primerjamo delež kandidatov, ki so se v posameznem letu odločili reševati posamezno izbirno nalogo, in dosežen indeks težavnosti pri tej nalogi (slika 12).



Slika 12. Deleži kandidatov, ki so v posameznih letih izbrali določeno nalogo na drugi poli (mer – merjenja, meh – mehanika, TD – termodinamika, EM – elektrika in magnetizem, NVO – nihanje, valovanje, optika, MA – moderna fizika in astronomija), ter indeksi težavnosti posameznih nalog.

Na podlagi podatkov lahko za lansko reševanje izpitne pole 2 predlagamo nekaj ugotovitev:

1. »Priljubljenost« naloge lahko vrednotimo na dva načina: prvi, katera je naloga po vrsti po priljubljenosti, drugi, koliko dijakov oz. kolikšen delež dijakov je izbralo neko nalogo. Spremenjen delež dijakov ne pomeni nujno tudi spremenjene priljubljenosti. Po obeh merilih so dijakinje in dijaki najbolj konsistentni pri izbiranju nalog 1, 2 in 4. Prvi dve izbirajo najbolj pogosto, četrto najbolj poredko. Najbolj nekonsistentni so pri izbiri nalog 3 in 5. Če se osredotočimo le na zadnje tri izpite, je pogostost izbire stabilna tudi pri teh nalogah.

2. Pogostost izbire nalog iz merjenja in mehanike je na zadnjih šestih rokih najbolj konsistentno – vedno sta bili najbolj pogosto izbrani nalogi. Na rokih od 2018 do 2020 je stalna in visoka tudi pogostost izbire naloge iz termodinamike – je tretja najbolj pogosto izbrana naloga. Za naloge iz elektrike, nihanja in moderne fizike stalnost na zadnjih šestih rokih ni tako izrazita. Na splošno bi lahko rekli, da so se dijaki v zadnjih šestih rokih najbolj pogosto izognili nalogi iz elektrike in magnetizma.

3. Osredotočimo se na naloge, ki so jih zadnja tri leta kandidati izbirali najbolj pogosto. Lanski delež povprečno doseženih točk na nalogi se od povprečja prejšnjih let ne razlikuje pri mehaniki. Pri termodinamiki je število doseženih točk lani nižje kot predlani, a primerljivo z letom 2018. Pri merjenju je razlika s predlanskim letom bolj izrazita; razlika je 0,14 odstotne točke, kar v surovih točkah pomeni dve točki od petnajstih možnih. Odstopanje se zdi precejšnje, še posebej za nalogo, ki je vsa leta največkrat izbrana in ima vsako leto primerljiv povprečni dosežek.

4. Naloga iz elektrike, ki je bila na prejšnjih rokih najmanj priljubljena, je tudi tokrat med manj priljubljenimi, a ne najmanj. Če lansko reševanje primerjamo z reševanjem na rokih od 2015 do 2019, je lanski povprečni dosežek v okviru pričakovanega. Če pa ga primerjamo le s povprečjem na rokih 2018 in 2019, pa je povprečno število doseženih točk nižje od pričakovanega, razlika pa je primerljiva z razliko pri prvi nalogi.

5. Povprečni dosežek je lani nižji od pričakovanega predvsem na drugi izpitni poli. Dozdajšnja analiza po nalogah napeljuje na sklep, da je k temu v največji meri pripomogla naloga 1 (merjenje). K nižjemu povprečju so v manjši meri doprinesle še naloge 3, 4 in 5. Pri teh nalogah so kandidati dosegali v povprečju manj točk, kot bi pričakovali glede na povprečja zadnjih let. Nalogi 2 in 6 so kandidati reševali pričakovano, ob tem da je bila naloga iz mehanike druga najbolj pogosto izbrana naloga,

kot vsa leta do zdaj, naloga iz moderne fizike pa najmanj pogosto izbrana. Če to ugotovitev postavimo v okvir lanskih posebnih okoliščin, te niso učinkovale na znanje iz mehanike in zaupanje dijakov v svoje znanje s tega področja, prav tako niso učinkovale na znanje dijakov iz moderne fizike, a so zelo verjetno krojile zaupanje dijakov v lastno znanje s tega področja. Ta vsebinski sklop je v primerjavi z drugimi manj obsežen. Po mnenju nekaterih profesorjev fizike se ga je zaradi tega, in ker naj bi bil posledično tudi najmanj zahteven, najlaže naučiti. To je perspektiva, ki je dijaki sami ne prepoznajo. Zato je odnos dijaka do tega poglavja v veliki meri odvisen tudi od profesorjevega pristopa. Ker lani dijaki v zadnjih mesecih pred maturo stika z učitelji niso imeli na način kot v preteklih letih, zelo verjetno tudi o tem poglavju niso razpravljali tako kot prejšnja leta. Posledično se dijaki za to nalogo niso odločali v pričakovani meri. Tisti dijaki pa, ki so se za nalogo odločili, so jo reševali tako dobro kot njihovi kolegi pred leti. Pri mehaniki, ki proporcionalno predstavlja največji del maturitetne snovi, so dijaki to nalogo izbirali samozavestno in jo reševali tako dobro kot prejšnja leta. Lanske okoliščine na te vsebine niso vplivale.

6. Prva naloga je bila lani kot običajno najbolj pogosta izbira dijakov. Slabši dosežek lahko izhaja iz posebnosti naloge – tu bi bila potrebna podrobnejša analiza postavk. A če predpostavimo, da je bila enako zahtevna kot prejšnja leta, so na slabši rezultat lahko vplivale spremenjene okoliščine. Ta naloga je računsko intenzivna, navezuje se tudi na praktično delo. Oba vidika sta bila lani okrnjena: manj je bilo skupnega ponavljanja, pri katerem profesor opozarja na zanke in napake v računanju, ponekod je bilo praktično delo izpeljano na prilagojen način.

7. Pri tretji in četrti nalogi je odstopanje od povprečij prejšnjih let sicer minimalno, a negativno. Nekoliko slabše je bila reševana še naloga 5 (nihanje). Naloga je bila po pogostosti izbiranja četrta. Rezultat je bil za sedem odstotnih točk nižji od povprečja rokov od 2015 do 2019.

8. Torej: merjenje (1) nepričakovano slabo, mehanika (2) in moderna fizika (6) pričakovano, primerljivo s povprečji prejšnjih let. Termodinamika (3), elektrika (4) in nihanje (5) vsaka posebej v okviru prejšnjih let, z majhnim negativnim odklonom glede na povprečje let 2015–2019, vendar s to razliko, da so bili lani vsi odkloni sočasno negativni.

Zaključek

Pred izvedbo mature smo pričakovali, da bodo kandidati na maturi dosegli manjše povprečno število točk in bo razpršenost v dosežkih večja. Povprečni dosežek na izpitu v celoti je bil lani nekoliko slabši, vendar ne najslabši in v okvirih zadnjih let. Podobno velja za drugo izpitno polo, ki je ostala v okviru najslabših v preteklih letih, vendar z najnižjim povprečnim dosežkom. Ravno obratno velja za prvo izpitno polo, na kateri so lani kandidati dosegli najvišje povprečno število točk v zadnjih letih. Na internem delu, na katerem med prejšnjimi letih ni bilo statistično značilnih razlik, je lani doseženo najvišje povprečje. Hkrati opazimo boljšo oceno v četrtem letniku, kar kaže na to, da je bila generacija v šoli obravnavana z velikim razumevanjem za otežene razmere pouka. Matura je robusten test, lani na njegovo zahtevnost in objektivnost zunanji vzroki niso vplivali. Rezultati lanske mature iz fizike tudi kažejo, da spremenjen pouk (še) ni bistveno vplival na dosežke na maturi. Deloma tudi zato, ker je pouk v četrtem letniku prilagojen pripravi na maturo in ni zelo občutljiv na spremembe okoliščin. Zanimivo bo opazovati rezultate mature v prihodnjih letih, še posebej njihov odraz na temah, ki se obravnavajo v letu, ki je najbolj prizadeto z drugačnim poukom.

LITERATURA

[1] B. MacInnis, J. A. Krosnick, A. S. Ho in M.-J. Cho, *The Accuracy of Measurements with Probability and Nonprobability Survey Samples replication and Extension*, Public Opinion Quarterly **82** (2018), 707–744.

[2] V. Babič, R. Belina, P. Gabrovec, M. Jagodič, A. Mohorič, M. Pirc, G. Planinšič, M. Slavinec in I. Tomić, *Predmetni izpitni katalog za splošno maturo 2019 – Fizika*, Ljubljana, Državni izpitni center, 2017.

[3] G. Cankar, *Allowing examinee choice in educational testing*, Metodološki zvezki **7** (2010), 151–166.

[4] P. Gabrovec in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2015*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2015, dostopno na `www.ric.si/mma/2015%20Porocilo%20DPK%20411%20FIZ/2015121612553260/`, ogled 7. 8. 2020.

[5] P. Gabrovec in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2016*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2016, dostopno na `www.ric.si/mma/2016%20Porocilo%20411%20%20FIZ%202016/2017020710012066/`, ogled 7. 8. 2020.

[6] P. Gabrovec in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2018*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2018, dostopno na `www.ric.si/mma/2018%20Porocilo%20DPK%20411%20FIZ%202018/2018112710165457/`, ogled 7. 8. 2020.

[7] P. Gabrovec in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2019*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2019, dostopno na `www.ric.si/mma/2019%20Porocilo%20DPK%20FIZ%202019/2020012014410795/`, ogled 4. 8. 2020.

[8] P. Gabrovec in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2020*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2020, dostopno na `www.ric.si/mma/2020%20Porocilo%20DPK%20FIZ%202020/20210119152756/`, ogled 25. 2. 2021.

[9] A. Mohorič, *O mednarodni analizi trendov znanja – TIMSS Advanced 2015*, Obz. mat. in fiz. **64** (2017), 171–181.

[10] G. Planinšič, R. Belina, I. Kukman in M. Cvahte, *Učni načrt*, Fizika [Elektronski vir], gimnazija, splošna gimnazija, obvezni predmet (210 ur), izbirni predmet (35, 70, 105 ur), matura (105 + 35 ur). Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, 2008, dostopno na `portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_fizika_gimn.pdf`, ogled 7. 8. 2020.

[11] A. Pollitt, A. Ahmed in V. Crisp, *The demands on examination syllabuses and question papers*, V P. Newton, J.-A. Baird, H. Goldstein, H. Patrick, & P. Tymms, ur. Techniques for Monitoring the Comparability of Examination Standards, 2007, 166–206, London, Qualifications and Curriculum Authority.

[12] M. Pric in A. Mohorič, *Splošna matura iz predmeta fizika v letu 2017*, Poročilo DPK SM za fiziko, 2017, dostopno na `www.ric.si/mma/2017%20Porocilo%20DPK%20411%20%20FIZ%202017/2018012308563785/`, ogled 7. 8. 2020.

[13] I. Saksida ur., *Letno poročilo – splošna matura 2019*, Državna komisija za splošno maturo, Državni izpitni center, Ljubljana, 2019.

[14] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2015*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202015/2015110209474966/`, ogled 13. 8. 2020.

[15] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2016*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202016/2016112513095660/`, ogled 13. 8. 2020.

[16] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2017*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202017/2017121214205715/`, ogled 13. 8. 2020.

[17] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2018*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202018/2019020422414834/`, ogled 13. 8. 2020.

[18] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2019*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202019/2019102513330939/`, ogled 13. 8. 2020.

[19] E. Semen, *Analiza anketnega vprašalnika za dijake 2020*, Državni izpitni center, dostopno na `www.ric.si/mma/Analiza%20ankete%20za%20dijake%20-%20spomladanski%20rok%20splo%20%20ne%20mature%202020/2020102811020186/`, ogled 25. 2. 2020.

73. Občni zbor DMFA Slovenije

Letošnji, že 73. Občni zbor DMFA Slovenije je potekal 3. decembra 2020 od 17. ure dalje preko spletne aplikacije Zoom. Srečanje smo začeli s predavanji dveh prejemnikov Zoisove nagrade za leto 2019. Denis Arčon (UL FMF in IJS) je predaval o raziskavah kvantnega magnetizma, Enes Pasalic (UP FAMNIT in IAM) pa o razvoju kriptografije in informacijske varnosti.

Slika 1. Nova predsednica DMFA Slovenije je Nežka Mramor Kosta.

Po ugotovitvi sklepčnosti (75 navzočih članov) ob drugem sklicu je delovno predsedstvo, ki mu je predsedoval Peter Legiša, začelo uradni del občnega zbora. Z minuto molka smo se najprej poklonili v preteklem letu preminulim članom: Dragu Bajcu, Zori Gomilšček, Francu Hočevarju, Marjanu Jermanu, Mileni Kek, Marku Lesarju, Jožetu Petkovšku, Mariji Vencelj in Francu Žigmanu. Podeljenih je bilo 5 društvenih priznanj, ki so jih prejeli Alojz Grahor, Milena Košak, Janez Krušič, Marijana Robič in Jakob Jurij Snoj, za novega častnega člana so navzoči soglasno izvolili Vladimirja Batagelja.

Tajnik društva Janez Krušič je poročal, da je bilo 20. novembra 2020 v DMFA Slovenije včlanjenih 888 članov (118 preko kolektivnega članstva oddelkov IJS), od tega 23 novih, zaradi izstopa ali neplačevanja članarine pa je članstvo prenehalo 26 posameznikom. Na poročila o delu društva v minulem letu ni bilo pripomb. Bilten s poročili je dostopen na spletni strani DMFA Slovenije. Zainteresirane člane je Nada Razpet povabila k sodelovanju na Seminarju za zgodovino matematike, ki poteka po spletu ob četrtkih zvečer. Posebej je bil predstavljen povzetek finančnega poročila za celotno leto 2019 in za leto 2020 do meseca novembra, kar je bilo sprejeto brez pripomb. Podrobnejša pojasnila lahko člani dobijo pri tajniku Društva.

Ob izteku mandata 2018–20 je občni zbor podelil razrešnico voljenim organom društva in se posebej zahvalil predsedniku Draganu Mihailoviću in dolgoletni podpredsednici Nadi Razpet za uspešno delo, predsednik pa se je članom zahvalil za zaupanje in opozoril na nekatere odprte probleme (stabilnejše financiranje, status Plemljeve vile). Sledile so spletne volitve novih organov društva. Predlagano kandidatno listo je soglasno podprlo vseh 58 navzočih članov.

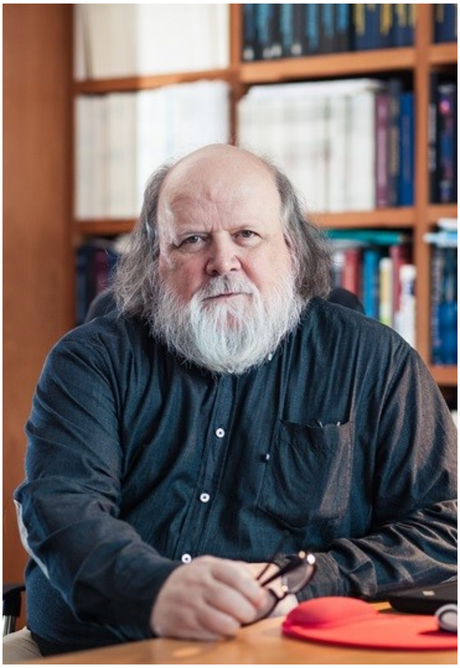
Za novo predsednico DMFA Slovenije z dveletnim mandatom je bila izvoljena *Nežka Mramor Kosta*, zaslužna profesorica Univerze v Ljubljani, ki pedagoško in raziskovalno delo opravlja na Fakulteti za računalništvo in informatiko in na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko. Napovedala je, da bo nadaljevala delo društva na področju popularizacije strok, se zavzemala za intenzivnejše sodelovanje z raziskovalnimi ustanovami ter s pedagogi na strokovnih področjih društva na vseh stopnjah izobraževanja.

Na druge funkcije so bili izvoljeni podpredsednica društva *Marjeta Kramar Fijavž*, tajnik društva *Janez Krušič*, predsednik Slovenskega odbora za matematiko *Boštjan Kuzman*, predsednik Slovenskega odbora za fiziko *Martin Klanjšek*, predsednica Slovenskega odbora za astronomijo *Andreja Gomboc*, tajniki stalnih komisij DMFA Slovenije *Aljoša Brlogar* (za popularizacijo matematike v osnovni šoli), *Sandra Cigula* (za popularizacijo matematike v srednji šoli), *Barbara Rovšek* (za popularizacijo fizike v osnovni šoli), *Jurij Bajc* (za popularizacijo fizike v srednji šoli), *Andrej Guštin* (za popularizacijo astronomije), *Gregor Dolinar* (za tekmovanje Mednarodni matematični Kenguru), *Aleš Mohorič* (za pedagoško dejavnost), *Matjaž Željko* (za informacijsko tehnologijo), *Ciril Dominko* (za upravne in administrativne zadeve), ter predstavnik študentske sekcije *Nejc Zajc* in predstavnica Odbora za ženske *Marjetka Conradi*. Obenem so bili izvoljeni člani Nadzornega odbora *Matej Brešar*, *Andrej Likar*, *Dragan Mihailović*, ter člani častnega razsodišča *Maja Klavžar*, *Anton Suhadolc* in *Zvonko Trontelj*. Občni zbor se je zaključil v nenavadnem virtualnem, a prijetnem vzdušju.

Boštjan Kuzman

Prof. dr. Vladimir Batagelj novi častni član DMFA Slovenije

Člani DMFA Slovenije so na 73. občnem zboru 3. decembra 2020 soglasno potrdili predlog za novega častnega člana DMFA Slovenije. Prof. dr. Vladimirju Batagelju iskreno čestitamo in se zahvaljujemo za njegov trajen prispevek k razvoju in popularizaciji matematike v Sloveniji.



Prof. dr. Vladimir Batagelj je bil rojen leta 1948 v Idriji, leta 1986 pa je doktoriral iz teorije grafov pod mentorstvom T. Pisanskega. Je zaslužni profesor za matematiko na Univerzi v Ljubljani, kjer je večino svoje akademske kariere na različnih fakultetah predaval predmete s področja diskretne in računalniške matematike, tudi po upokojitvi pa raziskovalno deluje na Univerzi na Primorskem.

Profesor Batagelj je danes mednarodno najbolj poznan kot izjemno uspešen raziskovalec in eden od utemeljiteljev vizualizacije in analize velikih omrežij v družboslovju v svetovnem merilu. Na tem področju je skupaj s soavtorji objavil več znanstvenih monografij pri najuglednejših svetovnih založbah, njegova dela pa so bila prevedena celo v kitajščino in japonščino. Programsko opremo Pajek, ki sta jo razvila skupaj z A. Mrvarjem, danes uporabljajo raziskovalci po vsem svetu, prof. Batagelj pa je izjemno zaželen

Slika 1. Nekaj mednarodnih del prof. Batagelja.

član programskih odborov in vabljeni predavatelj najuglednejših mednarodnih konferenc iz tega področja. Kot zanimivost omenimo še, da je prof. Batagelj s sodelavci večkrat zmagal tudi na tradicionalnem tekmovanju v vizualizaciji grafov, ki je del mednarodne konference Graph Drawing.

Kot visokošolski učitelj na UL je profesor Batagelj opravil veliko pionirskega dela pri uvajanju predmetov s področja diskretne matematike v različne študijske programe, tako s področja matematike in naravoslovja, kot tudi družboslovja. Skupaj s S. Klavžarjem, I. Hafnerjem in drugimi soavtorji je napisal učbenike za diskretne strukure, logiko, kombinatoriko, statistiko ter računalništvo in aktivno uvajal sodobno tehnologijo v visokošolsko poučevanje. Kot mentor je na raznovrstnih področjih svojega dela vzgojil 9 doktorskih študentov in številne uspešne diplomante, tako pedagoških kot uporabnih matematičnih smeri. Slovenski visokošolski prostor je obogatil tudi z uspešnim sodelovanjem z novoustanovljeno Univerzo na Primorskem ter svojim obsežnim mednarodnim delovanjem in vpeljavo znanstvenih konferenc iz povsem novih raziskovalnih področji.

Delo prof. Batagelja je izjemnega pomena tudi za DMFA Slovenije in širšo matematično skupnost v Sloveniji. V svojih študentskih letih je bil Vladimir Batagelj med najbolj aktivnimi pri popularizaciji matematike med srednješolci in je soavtor prvih zbirk *Rešenih nalog iz matematike z republiških*

Slika 2. Prispevki k popularizaciji in razvoju stroke.

tekmovanj, nekoliko kasneje pa tudi zbirke tekmovalnih nalog iz računalništva. Je avtor številnih poljudnih člankov za revijo Presek in njen dolgoletni urednik za področje računalništva. S temami o računalništvu, teoriji grafov in uporabi računalnika pri pouku matematike je sodeloval na številnih seminarjih DMFA za učitelje matematike, v šolah je uvajal in spodbujal uporabo programskega jezika Logo za najmlajše, sodeloval pa je tudi z Zavodom za šolstvo pri projektu *Računalniško opismenjevanje*. Njegov *Sredin seminar za računalniško matematiko* je bil več desetletij zapored stičišče ustvarjalnih idej takrat še mladega področja računalništva v Sloveniji. Kot soavtor obsežnega priročnika za uporabo sistema TeX za stavljenje matematičnih besedil skupaj z B. Gollijem je prof. Batagelj prenekateremu slovenskemu matematiku ali fiziku olajšal pisanje člankov, visokošolskih učbenikov in drugih del, ki so obogatila zakladnico strokovne literature v slovenskem jeziku.

Cele generacije diplomantov in akademskih kolegov iz področja matematike, računalništva in družboslovne statistike poznajo Vlada Batagelja kot duhovitega in široko razgledanega sogovornika, ki je vedno pripravljen prisluhniti novim idejam in se o njih pogovoriti. Tudi na vsakoletnih občnih zborih DMFA Slovenije, ki se jih občasno še vedno udeleži, in se jih bo, upamo, udeleževal še vrsto let.

Boštjan Kuzman

Alojz Grahor, Milena Košak, Janez Krušič, Marjana Robič in Jakob Jurij Snoj prejemniki priznanj DMFA Slovenije 2020

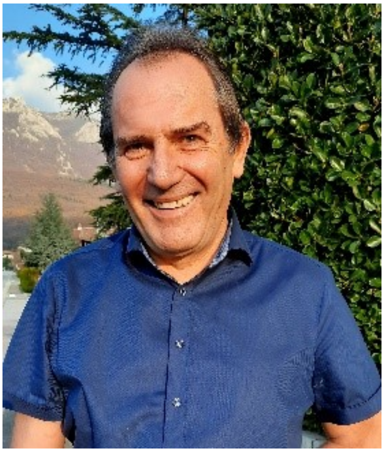
DMFA Slovenije že od leta 1968 podeljuje društvena priznanja za prispevke na področju matematike, fizike ali astronomije. Priznanja so bila sprva namenjena predvsem uspešnim osnovnošolskim in srednješolskim pedagogom, sčasoma se je krog prejemnikov nekoliko razširil. Veljavni pravilnik (2018) predvideva podelitev priznanj posameznikom predvsem za uspešno delo z mladimi ali za strokovno dejavnost, ter posameznikom ali ustanovam za uspešno sodelovanje z Društvom.

Na 73. Občnem zboru DMFA Slovenije je komisija za priznanja podelila 5 priznanj. Prejeli so jih **Alojz Grahor**, profesor matematike na Škofijski gimnaziji v Vipavi, *za vsestransko zgledno pedagoško in strokovno delo ter za uspešno mentorstvo dijakov pri raziskovalnih nalogah*, **Milena Košak**, učiteljica matematike in fizike na OŠ Šmihel, *za kvalitetno poučevanje in mentorstvo osnovnošolcev ter uvajanje novosti v pouk fizike*, **Janez Krušič**, dolgoletni tajnik DMFA Slovenije, *za njegov izjemen osebni prispevek k uspešnemu delovanju društva*, **Marjana Robič**, učiteljica matematike na II. OŠ Celje, *za kvalitetno strokovno pedagoško delo in navduševanje osnovnošolcev za matematiko*, in **Jakob Jurij Snoj**, študent Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, *za predano in uspešno vodenje priprav srednješolcev za mednarodna tekmovanja iz matematike.*

Komisija v sestavi dr. Dragan Mihajlović, dr. Barbara Rovšek in dr. Boštjan Kuzman se zahvaljuje vsem, ki so poslali predloge, in tudi v bodoče vabi širše članstvo k predlaganju kandidatov in kandidatk, ki s kvalitetnim pedagoškim in strokovnim delom izstopajo v svojem okolju. V nadaljevanju objavljamo pisne utemeljitve priznanj.

Mag. Alojz Grahor, profesor matematike na Škofijski gimnaziji v Vipavi, je diplomiral leta 1981 iz pedagoške matematike, leta 2000 je dosegel naziv profesor matematike specialist in leta 2003 še magister znanosti, vse na Univerzi v Ljubljani. Že štiri desetletja svoje bogato matematično znanje z izjemnim pedagoškim čutom razdaja mladini, najprej na gimnaziji v Postojni, od leta 1999 pa v Vipavi, kjer v zadnjem obdobju sodeluje tudi pri vodenju šole in kot član državne predmetne komisije aktivno sooblikuje splošno maturo iz matematike.

Prof. Grahor zna mladim na nazoren način razložiti in približati še tako težak matematičen problem. Nenehno izpopolnjuje svoje pedagoško znanje, ki ga posodablja tudi z možnostmi novih tehnologij. Izziv mu je uporabo tehnologije vključiti v pouk kot pripomoček za resno delo in ne zgolj kot no-



Slika 1. Mag. Alojz Grahor

vodobno igralo. Že veliko pred množičnim poukom na daljavo je kot pomoč dijakom ustvarjal obsežne posnetke predavanj in interaktivne ponazoritve matematičnih konceptov. Učenci in učenke prof. Grahorja dosegajo visok nivo znanja tako pri rednem pouku kot na maturi, pa tudi lepe uspehe na različnih matematičnih tekmovanjih, tudi mednarodnih, kjer so se že izkazali kot udeleženci matematične in lingvistične olimpijade.

Posebej opazno je njegovo mentorstvo na državnih srečanjih mladih raziskovalcev. V zadnjih letih so matematične raziskovalne naloge dijakinj in dijakov ŠGV pod njegovim mentorstvom osvojile kar 10 zlatih priznanj in eno srebrno, avtorji dveh od teh nalog pa so sodelovali tudi na evropskem srečanju mladih znanstvenikov EUCYS. Kot mentor je prof. Grahor sodeloval še pri dveh osnovnošolskih nalogah, s katerima so učenci osvojili zlato priznanje. Raznovrstnost in inovativnost pri obravnavi raziskovalnih problemov kažejo odlično delo mentorja, ki zna učencem poiskati primerne teme in jih usmeriti k sistematičnemu raziskovalnemu delu, kar je v srednješolski matematiki precejšnja redkost.

Tudi sicer je prof. Grahor s svojim načinom dela, natančnostjo, človeško držo in spoštljivim pristopom vsestranski vzor, tako mladim – dijakom, študentom ali učiteljem ob začetku njihove karierne poti, kot tudi drugim sodelavcem v svojem okolju.

Ga. Milena Košak, predmetna učiteljica matematike in fizike na OŠ Šmihel, je leta 1982 diplomirala na takratni Pedagoški akademiji v Ljubljani in se zaposlila na OŠ Milka Šobar Nataša (danes OŠ Šmihel). Vsa leta po-

Slika 2. Ga. Milena Košak

učuje fiziko in matematiko v višjih razredih osnovne šole, zadnja leta pa tudi izbirni predmet astronomija. Svoje strokovno področje venomer promovira z organizacijo naravoslovnih dni, tekmovanj, delavnic, astronomskih opazovanj, vikendov za nadarjene ali drugih dejavnosti.

Pri delu z nadarjenimi učenci jo je najbolj pritegnilo področje fizike, kjer so bili uspehi OŠ Šmihel opazni tudi v državnem merilu. Njeni učenci in učenke so sistematično širili in poglabljali znanje, se urili v eksperimentiranju in razvijali prostorsko predstavljivost. Navajala jih je na logično sklepanje ter raziskovalno delo, pa tudi na učenje iz lastnih napak, preko katerih vodi pot do elegantne rešitve. Njeni učenci in učenke so na državnih tekmovanjih v znanju v zadnjem obdobju dosegli 6 zlatih in 30 srebrnih priznanj pri matematiki, 12 zlatih in 60 srebrnih pri fiziki, 3 zlata in 2 srebrni pri astronomiji. Mnogi njeni učenci so ohranili veliko zanimanje za naravoslovje tudi v srednji šoli ter dosegali tekmovalne uspehe tudi tam.

Milena Košak učence ne samo poučuje, temveč jih s svojim zgledom pripravlja za življenje. Prizadeva si, da bi pridobili delovne navade ter postali samostojni in odgovorni. Pri tistih, ki težje dojemajo fizikalne in matematične vsebine, doseže, da sčasoma zaupajo vase in so ob sprotnem delu uspešni, ustvarjalni in vedoželjni. Vsem je pripravljena priskočiti na pomoč tudi v prostem času, za kar so ji hvaležni številni nekdanji učenci, pa tudi njihovih starši.

Bogato je tudi njeno organizacijsko in strokovno delo z odraslimi. Bila je mentorica mnogim študentom Pedagoške fakultete. Kot vodja šolskega aktiva matematike in naravoslovja je redno organizirala šolska tekmovanja, trikrat področno tekmovanje v znanju fizike in po enkrat regijsko in državno tekmovanje v znanju matematike. Od 1997 do 1999 je vodila področno študijsko skupino za fiziko pri ZRSŠ. Od 2001 do 2005 je bila članica predmetne komisije za eksterno preverjanje znanja iz fizike pri RIC, sodelovala je pri pripravi nalog za eksterno preverjanje znanja iz matematike. Kot multiplikator za področje IKT pri pouku fizike v letih 2005 in 2006 je z V. Udirjem organizirala in izvedla večdnevne delavnice za druge multiplikatorje in učitelje fizike. Novosti pri uporabi IKT še zdaj spremlja in jih vključuje v delo na šoli. Mlajšim kolegom je z odnosom do dela in z vztrajnostjo zgled, s svojim delom pa je trajno prispevala k popularizacije fizike in matematike med mladimi v novomeški regiji.

Janez Krušič je dolgoletni tajnik DMFA Slovenije, ki svoje delo neprekinjeno opravlja že od leta 1996, že pred tem pa je delo tajnika nekaj let opravljal tudi v osemdesetih letih prejšnjega stoletja.

Slika 3. Janez Krušič

Njegovo delo je vestno, natančno in skrbno. S pravočasno pripravo gradiv skrbi za učinkovito delo Upravnega odbora na njegovih rednih sestankih. Članom tekmovalnih komisij in vodjem aktivnosti nudi zanesljivo oporo pri pripravi dokumentacije za prijave na različne razpise, jim svetuje pri pripravi poročil in pogodb, opozarja na tekoče objave in časovne roke ter pomaga pri medsebojni komunikaciji. V sodelovanju z računovodstvom skrbi, da je materialno poslovanje društva tekoče in vzdržno. Ureja arhivsko dokumentacijo Društva in s tem poskrbi, da ostanejo dejavnosti društva zabeležene za prihodnje rodove. Prav tako skrbi za dobro sodelovanje našega društva z drugimi ustanovami, posebej z društvom DMFA Založništvo. Z uvedbo Informacijskega strežnika DMFA Slovenije se je v zadnjem obdobju zelo povečal tudi obseg njegovega dela v zvezi s tekmovanji, saj se nanj obračajo tako šole kot starši tekmovalcev, ki želijo od njega različne informacije.

Janez Krušič je dragocen pomočnik pri organizaciji in izvedbi različnih društvenih aktivnosti, kot so seminarji, občni zbori ali obletnice in priložnostne svečanosti. Nanj se lahko glavni organizator vselej zanese in ga vpraša za nasvet. Kadar ne gre vse gladko, vpletene pomirja s svojo modrostjo in trezno presojo, pa tudi s prijetno in duhovito besedo.

Njegova zanesljivost je bila in je še vedno osnova za tekoče delo in številne uspešno izvedene projekte našega društva v zadnjih dvajset in več letih, od društvenih dogodkov in aktivnosti do uspehov mladih na mednarodnih tekmovanjih. Za njegovo delo smo mu člani Upravnega odbora iskreno hvaležni.

Ga. Marjana Robič, učiteljica matematike na II. OŠ Celje, je diplomirala leta 1983 v Ljubljani na takratni Pedagoški akademiji. Na tej šoli poučuje že 30 let. Je odlična učiteljica, ki učencem snov podaja sistematično in razumljivo, ves čas svojega službovanja pa uspešno skrbi tudi za promocijo matematike med mladimi.

Marjana Robič je svojemu poklicu predana. Redno spremlja tehnološke,

Slika 4. Ga. Marjana Robič

didaktične in vsebinske novosti in jih vnaša v lastno poučevanje. Učencem je pripravljena pomagati v vsakem trenutku, tako tistim, ki potrebujejo dodatno razlago in imajo posebne potrebe, kot tistim, ki zmorejo več. Nadarjene uspešno spodbuja za poglobljeno učenje matematike. V okviru matematičnega krožka na svoji šoli jih redno in sistematično pripravlja na državna tekmovanja v znanju. Na državnih tekmovanjih v znanju matematike so njeni učenci v zadnjem obdobju prejeli 8, v znanju razvedrilne matematike pa 5 zlatih priznanj, zelo uspešni pa so tudi na različnih tekmovanjih v znanju logike. Številni njeni učenci so na tovrstnih tekmovanjih kasneje zelo uspešni tudi kot srednješolci. Kot večkratna mentorica osnovnošolcem pri izdelavi raziskovalnih nalog na natečaju Mladi za Celje pa je učence spodbujala tudi k raziskovanju nematematičnih, zanje primernih tem.

Kot vodja občinskega matematičnega aktiva v Celju je v začetnem obdobju devetletke uspešno delila izkušnje in nasvete ostalim učiteljem iz širše regije. Več let je bila vodja področne komisije za NPZ. V pedagoško delo je uspešno vpeljala več pripravnikov. Lastno bogato pedagoško prakso in strokovno znanje je uspešno uporabila za soavtorstvo priljubljenega kompleta učbenikov za matematiko Skrivnosti števil in oblik ter nekaterih drugih dopolnilnih gradiv za pouk osnovnošolske matematike, ki so zelo priljubljena in so doživela že več ponatisov.

Svoje bogate izkušnje s poučevanjem matematike še vedno uspešno deli z mlajšimi kolegi in ostalimi učitelji v aktivu, zato je med sodelavci na svoji šoli kot tudi v širšem celjskem okolju priljubljena in spoštovana.

Jakob Jurij Snoj je študent matematike na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani. Kot vodja priprav srednješolcev na mednarodna matematična tekmovanja pri DMFA Slovenije od leta 2017/18 dalje ima veliko zaslug za izjemne uspehe na mednarodnih matematičnih tekmovanjih v zadnjih letih, ki so dosegli vrhunec s prvo zlato medaljo za Slovenijo na letošnji 61. mednarodni matematični olimpijadi.

Jakoba Jurija Snoja je matematika zanimala, odkar pomni. Tako v osnovni šoli kot v gimnaziji je sodeloval na matematičnih tekmovanjih, v letih 2015 in 2016 se je uvrstil v slovensko ekipo za Mednarodno matematično olimpijado, kjer je obakrat osvojil pohvalo. Še kot dijak je leta 2016 sodeloval pri pripravi slovenske ekipe na Srednjeevropsko matematično olimpijado, že v naslednjem šolskem letu pa je aktivno sodeloval pri celoletnih pripravah in bil tudi vodja slovenske ekipe na Srednjeevropski matematični olimpijadi 2017, kjer so naši tekmovalci osvojili ekipno drugo mesto z istim številom točk kot prvouvrščeni.

Slika 5. Jakob Jurij Snoj

Jakob Jurij Snoj rad dela s tekmovalci in se jim z veseljem posveti na skupinskih pripravah, pogosto pa tudi vsakemu posebej. Vedno išče nove načine, kako bi priprave izboljšal in ostal v koraku s časom. Pozornost posveča tudi psihološki pripravljenosti, ki je pomemben dejavnik pri uspehu. Še zlasti je pomembna motivacija tekmovalcev, pa tudi dobro in sproščeno vzdušje na samem tekmovanju. V zadnjih treh letih so slovenski tekmovalci na Mednarodni matematični olimpijadi dosegli zgodovinske uspehe, med drugim so osvojili štiri od skupno sedmih srebrnih medalj od začetkov sodelovanja Slovenije na olimpijadi pred več kot 25 leti ter prvo zlato medaljo za Slovenijo.

Jakob Jurij Snoj ustvarja tudi tekmovalne naloge, med drugim je avtor dveh nalog, ki sta bili leta 2019 zastavljeni na tekmovanju Romanian Master of Mathematics. Sodeluje tudi pri drugih mednarodnih tekmovanjih: leta 2020 je bil član komisije za izbor nalog in koordinator na Srednjeevropski matematični olimpijadi, ki je bila izvedena virtualno, sodeloval pa je tudi pri izvedbi virtualnega tekmovanja Global Quarantine Mathematics Olympiad.

Ob podelitvi priznanja Jakobu Juriju Snoju bi se pri DMFA Slovenije radi zahvalili tudi vsem ostalim študentom, ki so v zadnjem desetletju sodelovali pri izvedbi priprav in po svojih močeh prispevali k slovenskim uspehom na mednarodnih matematičnih tekmovanjih.

Boštjan Kuzman

LETNO KAZALO

Obzornik za matematiko in fiziko 67 (2020)
številke 1–6, strani 1–248

Članki — Articles

Zanimivosti — Miscellanea

Nove knjige — New books

Vesti — News

http://www.obzornik.si/

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, NOVEMBER 2020
Letnik 67, številka 6

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Islandski dvolomec, prozorni kristal kalcita, je dvolomen. V dvolomni snovi se žarek svetlobe razdeli na redni in izredni žarek, ki se lomita pod različnimi koti. Zato vidimo skozi kristal dvojno sliko. Tudi lanska matura je bila redna in izredna. Redna v izvedbi, izredna v razmerah. Ali so razmere vplivale na rezultate pa preberite v prispevku na straneh 215–235. Foto: Aleš Mohorič