IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2008
Letnik 55
3

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 55 • ŠT. 3 • STR. 81–120 • MAJ 2008

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, MAJ 2008, letnik 55, številka 3, strani 81–120

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 553, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** `Zaloznistvo@dmfa.si` **Internet:** `http://www.obzornik.si/` **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Devizna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Janez Juvan.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1300 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 21,00 EUR, za druge družinske člane in študente pa 10,50 EUR. Naročnina za ustanove je 33,38 EUR, za tujino 30 EUR. Posamezna številka za člane stane 4,18 EUR, stare številke 2,17 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancirata jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

TRI SKULPTURE

FRANC SAVNIK

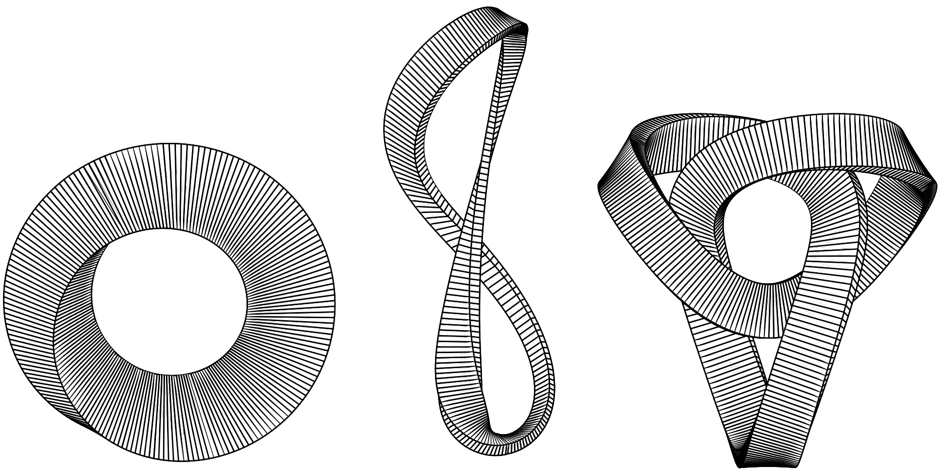
Math. Subj. Class. (2000): 00A06, 51N20, 53A04

Opišemo matematični pristop k oblikovanju treh skulptur, ki vključujejo koncept Möbiusovega traku, tretja tudi idejo vozla.

THREE SCULPTURES

A mathematical approach to designing of three sculptures is described. All of them include the idea of Möbius strip, the third one also the idea of a knot.

Matematični objekti so bili večkrat predmet umetniških upodobitev. Med takimi, ki vključujejo koncepta Möbiusovega traku in vozla, so verjetno najbolj znani lesorezi *M. C. Escherja* in skulpture *J. Robinsona*. Pritegnejo nas z nevsakdanjimi oblikami in s pritajenimi simetrijami; periodičnost, ki se spogleduje s slutnjo večnosti, jim daje nekakšno slovesno noto. Nekaterih Escherjevih mojstrovin se spominjamo z naslovnic gimnazijskih *Matematičnih beril* pokojnega prof. dr. Franceta Križaniča, fotografije vseh Escherjevih in Robinsonovih del pa lahko najdete na internetnih straneh [1] in [2].

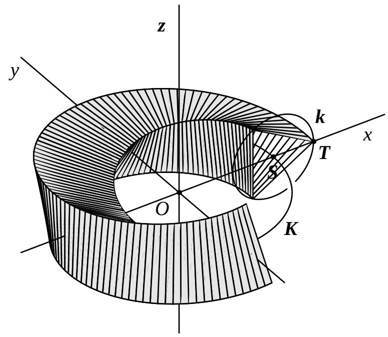


Slika 1. Prva, druga in tretja skulptura

V umetnosti so znani primeri, ko so kak mikaven motiv upodabljali različni avtorji. To velja tudi za matematične skulpture. Tako dobimo na spletu s poizvedbo ‘`sculpture & Moebius`’ več kot 88 000 zadetkov. Čeprav se je v tej zvezi uveljavil izraz *matematična umetnost* (‘`math art`’: 128 000 zadetkov), so prispevki, ki podrobneje pojasnjujejo matematično ozadje takih upodobitev, zelo redki. V sestavku opisujem matematični pristop k oblikovanju treh skulptur, ki vključujejo idejo Möbiusovega traku, tretja pa tudi idejo vozla.

1. Prva skulptura

je zasnovana na ideji angleškega kiparja Johna Robinsona. Pri izdelavi skulpture *Eternity* je uporabil 100 enakostraničnih trikotnih plošč, prevrtanih v težišču. Plošče je nanizal na okrogel obroč in vsako od njih zasuknil glede na prejšnjo okoli težišča za 1,2°. Podrobnosti najdete v [2].



Slika 2. Ploskev z enačbo (1.2). Po krožnici K z enačbo $x^2+y^2=a^2$, $z=0$, se giblje središče S enakostraničnega trikotnika, ki leži v normalni ravnini krožnice K. Trikotnik vrtimo v tej ravnini okoli S in ga pri enem obhodu krožnice K zavrtimo za 120°. Krožnica K, po kateri se giblje trikotnikovo težišče, je *stržen* dobljenega telesa.

V matematičnem modelu vzamemo namesto obroča krožnico K, ki ima središče O in polmer a. Postavimo jo v ravnino xy kartezičnega koordinatnega sistema $Oxyz$ (slika 2). Naj bo S točka na tej krožnici. V ravnini, ki vsebuje os z in gre skozi S, je krožnica k s središčem S in polmerom b. Po krožnici k enakomerno kroži točka $T(\boldsymbol{r}(t))$. Če se ravnina krožnice k enakomerno zavrti okoli osi z za tri polne kote in se medtem T enakomerno zavrti okoli S za en polni kot, se T giblje po krivulji z enačbo

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{f}(t)=\Big((a+b\cos t)\cos 3t,(a+b\cos t)\sin 3t, b\sin t\Big)\,, \quad t\in[0,2\pi]\,. \tag{1.1}$$

Točke $\boldsymbol{r}(t)$, $\boldsymbol{r}\big(t+\frac{2\pi}{3}\big)$ in $\boldsymbol{r}\big(t+\frac{4\pi}{3}\big)$ so oglišča enakostraničnega trikotnika. Ko se t spreminja od 0 do 2π, stranice teh trikotnikov opišejo ploskev z enačbo

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{f}(t)+u\big(\boldsymbol{f}\big(t+\tfrac{2\pi}{3}\big)-\boldsymbol{f}(t)\big)\,, \quad t\in[0,2\pi]\,,\ u\in[0,1]\,. \tag{1.2}$$

Krožnico K imenujemo *stržen* telesa, ki ga omejuje ta ploskev.

Enačbi (1.1) in (1.2) lahko posplošimo tako, da veljata za vsak pravilni n-kotnik. Če se ta pri enem obhodu krožnice K zasuče okoli svojega središča za kot $\frac{2\pi}{n}$, se njegova oglišča gibljejo po krivulji z enačbo

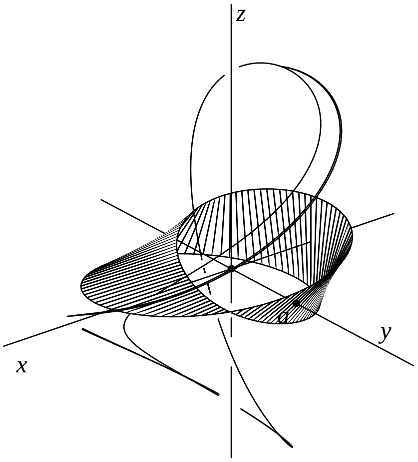
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(t) = \Big((a+b\cos t)\cos nt, (a+b\cos t)\sin nt, b\sin t\Big)\,, \quad t \in [0, 2\pi]\,. \tag{1.3}$$

Stranice takega n-kotnika opišejo ploskev z enačbo

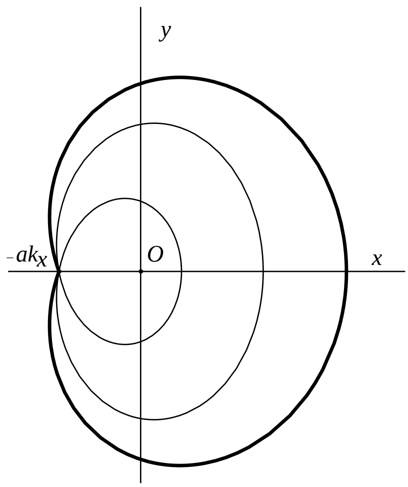
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(t) + u\big(\boldsymbol{f}\big(t + \tfrac{2\pi}{n}\big) - \boldsymbol{f}(t)\big)\,, \quad t \in [0, 2\pi]\,,\ u \in [0, 1]\,. \tag{1.4}$$

Pri $n = 2$ je (1.4) enačba Möbiusovega traku in (1.3) enačba njegovega roba. V tem primeru gre za sukanje izrojenega večkotnika in je v (1.4) pametno vzeti $t \in [0, \pi]$.

2. Druga skulptura



Slika 3a. Rob Möbiusovega traku raztegnemo v smeri koordinatnih osi. Del dobljene krivulje nato izbočimo. Števili k_z in $\Delta\boldsymbol{f}(t)$ iz (2.1) in (2.2) sta tukaj prilagojeni ilustraciji.



Slika 3b. Pravokotni projekciji krivulj (2.1) in (2.2) na ravnino $z = 0$. Projekcija krivulje $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{g}(t)$ nad intervalom $-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$ je narisana krepko.

Za izdelavo njenega stržena uporabimo rob Möbiusovega traku. Rob najprej primerno raztegnemo vzdolž koordinatnih osi, tako da dobimo krivuljo

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(t) = \Big(k_x(a + b\cos t)\cos 2t, k_y(a + b\cos t)\sin 2t, k_z b\sin t\Big)\,, \quad t \in \big[-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{3\pi}{2}\big]\,. \tag{2.1}$$

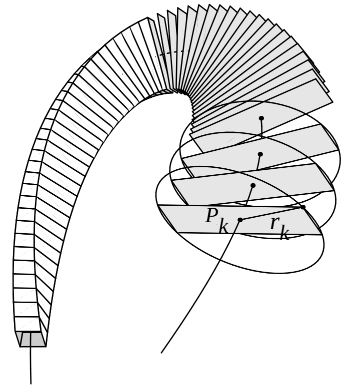
Razdelimo jo na dva loka. Vzemimo lok, ki ustreza vrednostim $-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}$, in označimo z $\boldsymbol{e}(t)$ enotski vektor glavne normale loka v njegovi poljubni točki $T(\boldsymbol{f}(t))$. Točko T premaknimo za $\Delta\boldsymbol{f}(t) = \cos(t)|\boldsymbol{f'}(t)\Delta t|\boldsymbol{e}(t)$, pri čemer je Δt primerno izbran prirastek parametra. S faktorjem $\cos t$ dosežemo, da je premik največji na sredini in najmanjši na robovih intervala $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Ostanek krivulje (2.1) pustimo nespremenjen.

Krivulja

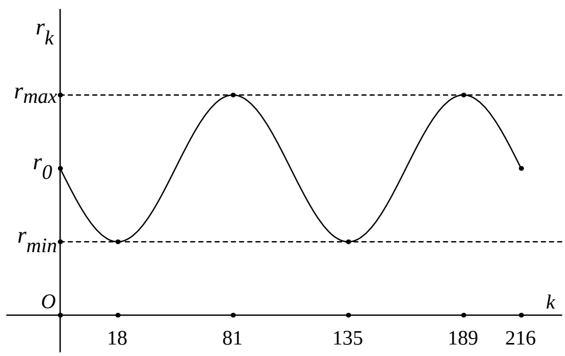
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{g}(t) = \begin{cases} \boldsymbol{f}(t) + \Delta\boldsymbol{f}(t) & \text{za } t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \boldsymbol{f}(t) & \text{za } t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}, \tag{2.2}$$

je stržen skulpture.

V nadaljevanju si pomagamo z diskretizacijo. Najprej nadomestimo stržen z njegovim približkom, s sklenjeno lomljenko. Njena oglišča P_k ležijo na krivulji (2.2). Dobimo jih pa tako, da vzamemo v (2.2) zapored vrednosti $t = \frac{2k\pi}{n} - \frac{\pi}{2}$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$; potem je res $t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$, točki P_0 in P_n pa sovpadata.



Slika 3c. Oblikovanje skulpture s strženom (2.2). Stržen nadomešča sklenjena lomljenka. Narejena je iz n daljic s krajišči na strženu.



Slika 3d. Spreminjanje polmera r_k pri drugi skulpturi na sliki 1. Lomljenka vsebuje 216 daljic. Pravokotnika na vznožju in na vrhu skulpture sta včrtana krožnici s polmerom r_0.

Sedaj v vsakem oglišču P_k postavimo ravnino, ki je pravokotna na tetivo P_kP_{k+1}. V vsako ravnino postavimo krožnico s središčem P_k in polmerom r_k. Včrtamo ji pravokotnik, ki ga v naslednji krožnici zasučemo okoli središča za kot $\frac{2\pi}{n}$. Velikost pravokotnikov lahko spreminjamo s polmerom r_k, na primer takole:

$$r_k = rA\sin\left(\tfrac{4k\pi}{n} + B\right) + C\,, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, n\,. \tag{2.3}$$

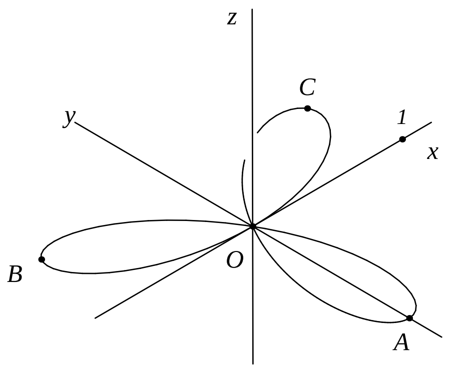
Tukaj so r, n, A, B in C primerno izbrane konstante, kot $\frac{4k\pi}{n}$ pa se pri enem obhodu stržena spremeni za dva polna kota. Na sliki 3d vidimo, kako polmer r_k pri tem obhodu dvakrat doseže svoji največji vrednosti.

3. Tretja skulptura

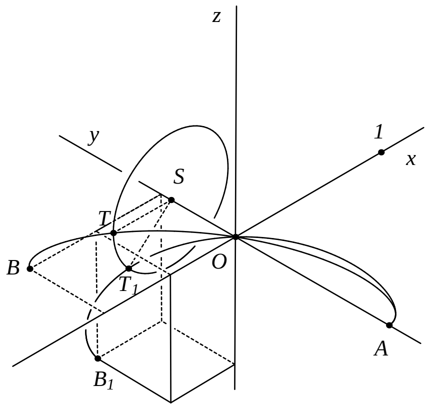
Medtem ko je stržen prve skulpture krožnica in je bil tudi pri drugi dokaj preprost, je z njim pri tretji nekoliko več dela. Za začetek vzemimo ravninsko krivuljo

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(t) = (\sin 3t\cos t, \sin 3t\sin t, 0)\,, \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{3\pi}{2}\right], \tag{3.1}$$

ki jo kaže slika 4a. Če naj jo preoblikujemo v stržen skulpture, moramo njene loke zviti v prostor. Ker je krivulja simetrična glede na os y, bomo storili to najprej z lokoma AB in AC. Enačbo loka AB dobimo tako, da v (3.1) vzamemo $t \in [\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}]$.



Slika 4a. Triperesna deteljica *(trifolium)* z enačbo (3.1) in umetniškim imenom trolistna roža *(rosa trifolia)*.



Slika 4b. Lok AB zvijemo okrog osi y in s tem dobimo lok AB_1. Točka $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ se preslika v $B_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$.

Zavrtimo vsako točko $T(\boldsymbol{f}(t))$ loka AB okoli osi y za kot $t - \frac{\pi}{2}$ v točko T_1. Označimo $\boldsymbol{s}(t) = (\boldsymbol{f}(t)\cdot\boldsymbol{j})\boldsymbol{j}$ in s $S(\boldsymbol{s}(t))$ pravokotno projekcijo točke T na os y (slika 4b). Točki T in T_1 ležita na krožnici s središčem S, polmerom $\boldsymbol{\rho}(t) = \boldsymbol{f}(t) - \boldsymbol{s}(t)$ in enačbo

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{s}(t) + \cos\left(t - \tfrac{\pi}{2}\right)\boldsymbol{\rho}(t) + \sin\left(t - \tfrac{\pi}{2}\right)\boldsymbol{\rho}(t) \times \boldsymbol{j}\,.$$

Ko t preteče vse dovoljene vrednosti, dobimo lok AB_1 z enačbo

$$\boldsymbol{f}_1(t) = \boldsymbol{s}(t) + \sin(t)\boldsymbol{\rho}(t) - \cos(t)\boldsymbol{\rho}(t) \times \boldsymbol{j}\,, \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right]. \tag{3.2}$$

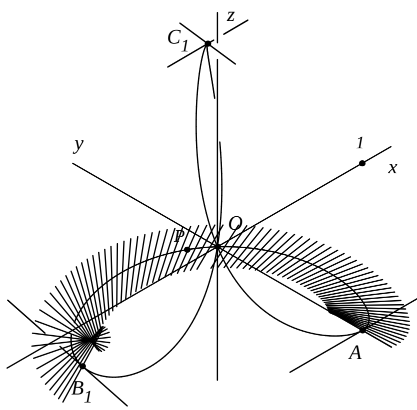
Podobno lahko zvijemo okoli osi y — v nasprotno smer kot AB — še lok AC. Isti učinek dosežemo, če prezrcalimo lok AB_1 čez os y v lok AC_1 z enačbo

$$\boldsymbol{f}_2(t) = \Big(-\boldsymbol{f}_1(t)\cdot\boldsymbol{i}, \boldsymbol{f}_1(t)\cdot\boldsymbol{j}, -\boldsymbol{f}_1(t)\cdot\boldsymbol{k}\Big), \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right]. \tag{3.3}$$

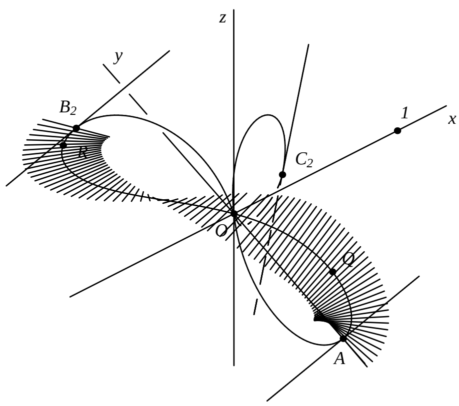
Lok AB_1 nato prezrcalimo še čez premico OB_1 v lok C_1B_1 z enačbo

$$\boldsymbol{f}_3(t) = 2(\boldsymbol{f}_1(t)\cdot\boldsymbol{e})\boldsymbol{e} - \boldsymbol{f}_1(t)\,, \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right], \tag{3.4}$$

pri čemer je $\boldsymbol{e}$ enotski vektor osi $\overrightarrow{OB_1}$.



Slika 4c. Lok AB_1 prezrcalimo čez os y v lok AC_1 in čez premico OB_1 v B_1C_1. Zlepek v točki C_1 ni gladek. Lok AB_1 je na odseku AP negativno, na odseku PB_1 pa pozitivno zvit.



Slika 4d. Če vzamemo $a = 1{,}24345655$ in zanemarimo usmerjenost lokov AB_2, AC_2 in C_2B_2, kot med lokoma v nobenem stičišču ne presega 10^{-6} kotne stopinje. Normale na lok AB_2 opisujejo njegovo zvijanje.

Zlepek usmerjenih lokov AB_1, AC_1 in C_1B_1 je sklenjena krivulja, ki jo kaže slika 4c. V točkah A in B_1 je gladka, v točki C_1 pa ne. Prva je skupni začetek dveh lokov in njuni tangenti sta v stičišču A nasprotno usmerjeni;

podobno se v B_1 stikata konca lokov. Točka C_1 pa je začetek enega in konec drugega loka.

Za stržen skulpture želimo pripraviti gladko krivuljo, zato v enačbi (3.2) v obeh kotnih funkcijah t nadomestimo z at. Poskus ni uspešen: v točki A ostane sicer krivulja gladka za vsak a, vendar za nobeno vrednost a ni gladka v *obeh* preostalih stikih zlepka.

Z nekaj sreče najdemo faktor $\sin^2 t$, s katerim razbijemo monotonost izraza at: v obeh kotnih funkcijah enačbe (3.2) nadomestimo t s funkcijo $\varphi(t) = at\sin^2 t$, kjer je a primerno izbrana konstanta. Dobimo lok AB_2 z enačbo

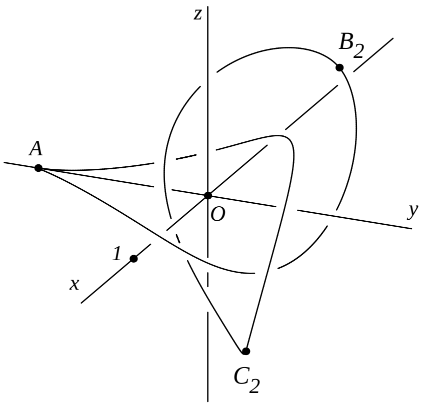
$$\boldsymbol{g}_1(t) = \boldsymbol{s}(t) + \sin[\varphi(t)]\boldsymbol{\rho}(t) - \cos[\varphi(t)]\boldsymbol{\rho}(t) \times \boldsymbol{j}\,, \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right]. \tag{3.5}$$

Prezrcalimo ga čez os y v lok AC_2 z enačbo (3.6) in čez premico OB_2 v lok C_2B_2 z enačbo (3.7):

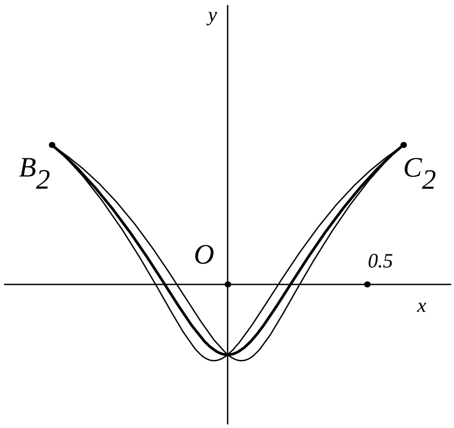
$$\boldsymbol{g}_2(t) = \Big(-\boldsymbol{g}_1(t)\cdot\boldsymbol{i}, \boldsymbol{g}_1(t)\cdot\boldsymbol{j}, -\boldsymbol{g}_1(t)\cdot\boldsymbol{k}\Big), \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right], \tag{3.6}$$

$$\boldsymbol{g}_3(t) = 2(\boldsymbol{g}_1(t)\cdot\boldsymbol{e})\boldsymbol{e} - \boldsymbol{g}_1(t)\,, \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right], \tag{3.7}$$

pri čemer je $\boldsymbol{e}$ enotski vektor osi $\overrightarrow{OB_2}$.



Slika 4e. Lok AB_2 izbočimo v smeri $\overrightarrow{OC_2}$ in v smeri aktualne glavne normale. Podobno izbočimo lok AC_2, lok B_2C_2 pa izbočimo samo vzdolž $\overrightarrow{OA}$.



Slika 4f. Pravokotne projekcije lokov $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{h}_3(t)$, $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{h}_4\big(\frac{4\pi}{3} - t\big)$ in $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\chi}(t)$ na ravnino $z = 0$. Projekcija loka $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\chi}(t)$ je narisana krepko.

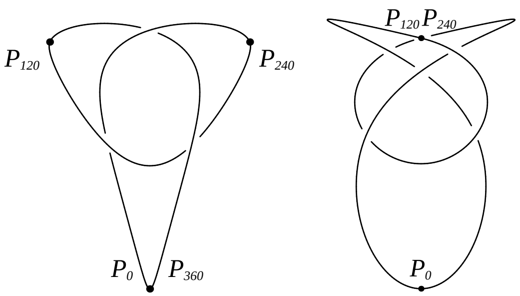
Znano je, da je predznak zvitosti krivulje $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(t)$ določen s predznakom produkta $\boldsymbol{f}'(t)\cdot(\boldsymbol{f}''(t)\times\boldsymbol{f}'''(t))$. Enačba $\boldsymbol{f}_1'(t)\cdot(\boldsymbol{f}_1''(t)\times\boldsymbol{f}_1'''(t)) = 0$ ima na intervalu $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ le en koren, ki mu na sliki 4c ustreza točka P. V njej preide leva stran enačbe iz negativnih v pozitivne vrednosti. Enačba $\boldsymbol{g_1'}(t) \cdot (\boldsymbol{g_1''}(t) \times \boldsymbol{g_1'''}(t)) = 0$ pa ima na intervalu $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ natanko dva korena, ki jima na sliki 4d ustrezata točki Q in R. Med njima je leva stran enačbe pozitivna, sicer pa ne.

Poskrbeti moramo še, da se loki stržena ne bodo sekali. Označimo z $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ zapored enotske vektorje smeri $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB_2}$, $\overrightarrow{OC_2}$. Naj bo Δt izbrani prirastek parametra, $\boldsymbol{n_1}(t)$ in $\boldsymbol{n_2}(t)$ pa naj bosta zapored smerna vektorja glavne normale na krivulji (3.5) in (3.6). Sedaj vsako točko $T(\boldsymbol{g_1}(t))$ loka AB_2 premaknemo za

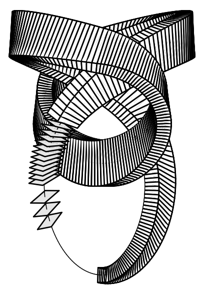
$$\Delta \boldsymbol{g_1}(t) = |\boldsymbol{g_1'}(t)| \Delta t(\alpha \boldsymbol{c} + \beta \boldsymbol{n_1}(t)) \cos^2 3t\,.$$

S konstantama α in β uravnavamo izbočenost loka. Ker je $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{5\pi}{6}$, s faktorjem $\cos^2 3t$ preprečimo izbočenje v krajiščih loka in ga povečamo na njegovi sredini.

Podobno izbočimo lok AC_2 za $\Delta \boldsymbol{g_2}(t) = |\boldsymbol{g_2'}(t)| \Delta t(\alpha \boldsymbol{b} + \beta \boldsymbol{n_2}(t)) \cos^2 3t$, lok B_2C_2 pa samo vzdolž $\overrightarrow{OA}$ za $\Delta \boldsymbol{g_3}(t) = |\boldsymbol{g_3'}(t)| \Delta t \gamma \boldsymbol{a} \cos^2 3t$, kjer je γ izbrana konstanta. Zlepek dobljenih lokov je prikazan na sliki 4e.



Slika 4g. Levo stržen, kot ga „vidi“ *Mathematica* iz točke $(0, 0, 10^5)$. Točke P_0, P_{120} in P_{240} ustrezajo stičiščem lokov (3.8) in ležijo v ravnini $z = 0$. Desno pogled iz točke $(10^5, 0, 0)$. Točke P_0, P_{120} in P_{240} ležijo v ravnini $x = 0$, zadnji dve se na sliki prekrivata.



Slika 4h. Na stržen nanizamo 360 skladnih pravokotnikov, vsakega na eno stranico lomljenke. Vsak pravokotnik je glede na prejšnjega zasukan okoli osi skozi svoje težišče za kot $\frac{3\pi}{360}$, zadnji glede na prvega za 3π.

Lok B_2C_2 krivulje na sliki 4e ima enačbo

$$\boldsymbol{h_3}(t) = \boldsymbol{g_3}(t) + \Delta \boldsymbol{g_3}(t)\,, \quad t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right],$$

in ni simetričen glede na os y. To hibo odpravimo, če ga najprej prezrcalimo čez os y v lok z enačbo

$$\boldsymbol{h_4}(t) = \Big(-\boldsymbol{h_3}(t)\cdot \boldsymbol{i}, \boldsymbol{h_3}(t)\cdot \boldsymbol{j}, -\boldsymbol{h_3}(t)\cdot \boldsymbol{k}\Big), \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right].$$

Krivulja

$$\boldsymbol{\chi}(t) = \tfrac{1}{2}\Big(\boldsymbol{h_3}(t) + \boldsymbol{h_4}(\tfrac{4\pi}{3} - t)\Big), \quad t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right],$$

je simetrična glede na os y. Zlepek lokov

$$\boldsymbol{h_1}(t) = \boldsymbol{g_1}(t) + \Delta \boldsymbol{g_1}(t)\,,\ \boldsymbol{h_2}(t) = \boldsymbol{g_2}(t) + \Delta \boldsymbol{g_2}(t) \ \text{ in } \ \boldsymbol{\chi}(t)\,,\ t \in \left[\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{5\pi}{6}\right], \quad (3.8)$$

je že zelo podoben strženu skulpture. Glede na njegovo konstrukcijo je simetričen glede na os y, koti med tangentami v stičiščih pa ne presegajo 1,5 kotne sekunde. Točke A, B_2 in C_2 tvorijo enakostranični trikotnik s stranico $\sqrt{3}$.

Pri izdelovanju skulpture je ugodno, če ležijo vrhovi trolistnega vozla v ravnini xy. Zlepek (3.8) zato zasučemo okoli osi y tako, da vsa tri stičišča lokov ležijo v ravnini $z = 0$.

a) b) c)

Slika 5. a) Preseki skulpture z ravninami $z = kd$, $k = 1, \ldots, 19$; d je izbrana konstanta; b) preseki z ravninami $x = kd$, $k = 1, \ldots, 22$; c) grobo obdelana skulptura.

Ker površje objekta ni podano z enačbo, naredimo nivojnice tako, da iz njegovega računalniškega modela najprej izrišemo slike zelo tankih plasti, ki so med seboj oddaljene približno za d. Sliko vsake plasti spremenimo s kakim risarskim programom v krivuljo in ji nato odstranimo dele, ki iz točke $(0, 0, 10^5)$ oziroma iz $(10^5, 0, 0)$ niso vidni. Izdelamo šablone, ki imajo obliko vidnih delov nivojnic. Po šablonah v grobem obdelamo les z nadmiznim rezkarjem. Višinska razdalja d med nivojnicama je na obdelovancu višina stopnice med dvema nivojema. Simetričnost skulpture glede na os y nam prihrani izdelovanje polovice šablon. Precej lesa ostane pod previsi, zlasti zato, ker strojna obdelava v smeri osi y ni možna. Odstraniti ga je treba ročno.

V nadaljevanju nadomestimo zlepek lokov z lomljenko. Njena krajišča dobimo tako, da v enačbi vsakega loka vzamemo za t vrednosti $t = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3n}$,

$k = 0, 1, 2, \ldots, n$; potem je res $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$. Nato jo primerno raztegnemo v smeri koordinatnih osi. Tako dobimo za $n = 120$ sklenjeno lomljenko $P_0P_1P_2 \ldots P_{360}$, pri čemer točki P_0 in P_{360} sovpadata. Nadaljnje oblikovanje poteka podobno kot pri drugi skulpturi, le da so sedaj pravokotniki, ki jih nanizamo na stržen, med seboj skladni.

J. Robinson je zapisal, da je model skulpture *Immortality* izdelal iz stotih vžigaličnih škatlic in iz bakrene cevi, ki jo je *„malo zvil na pravih mestih"*. Drugi spet uporabljajo za oblikovanje takih teles specializirano programsko opremo in z njo povezane 3D-tiskalnike, o čemer poroča npr. članek [5]. Zgodbo o izdelavi lesenega trolistnega vozla, podprto s programom v okolju *Mathematica*, najdemo v [6]. V njej je stržen konstruiran „po točkah" z metodo poskusov in zmot, telo pa je zlepljeno iz 80 plasti. Pristop, ki ga opisujem v prispevku, se mi je zdel bolj športen in skulptura se da izdelati iz enega samega kosa. A to sodi v drugo vrsto obrti.

LITERATURA

[1] *The Official M. C. Escher Website*, http://www.mcescher.com/.

[2] *Symbolic Sculpture, The Collected Works of John Robinson*, http://www.johnrobinson.com/.

[3] *Mathematica*, verzija 5.0, Wolfram Research, Champaign, 2003.

[4] Eric W. Weisstein, *Rose*, http://mathworld.wolfram.com/Rose.html .

[5] Carlo H. Séquin, *Splitting Tori, Knots, and Moebius Bands*, http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/PAPERS/Banff05_SplitTori.pdf .

[6] Daniel Goffinet, *A Wooden Möbius Trefoil Knot*, The Mathematica Journal **5** (1995) 4, str. 70–73, http://www.mathematica-journal.com/issue/v5i4/article/goffinet/70-73goffinet.mj.pdf .

OPRAVIČILO

V prejšnji številki Obzornika za matematiko in fiziko je prišlo v članku Marka Slaparja *Integrali elementarnih funkcij* do tiskarske napake. V formuli na strani 41 manjkajo ulomkove črte.

Avtorju in bralcem se za neljubo napako iskreno opravičujemo.

Uredništvo

ENERGETIKA DOGAJANJ V OZRAČJU[1] I. DEL: IZMERJENE IN MODELSKE VREDNOSTI

JOŽE RAKOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 92.60.Vb, 92.60.Bh

V uvodu za to, da dobimo predstavo o velikosti energetskih pretvorb v ozračju, najprej primerjamo energijo, ki se sprosti v zmerni plohi, z energijo, proizvedeno v jedrski elektrarni. Potem v prvem delu s pomočjo izmerjenih vrednosti in vrednosti, ki jih nudijo simulacije z meteorološkimi modeli, prikažemo glavne pretvorbe sončne energije v t. i. zaznavno toploto in v t. i. latentno toploto ob izhlapevanju tekoče vode v vodno paro ter prenose teh vrst energije po zemeljski obli – ter ob kondenzaciji ponovno sproščanje latentne toplote.

ENERGETICS OF ATMOSPHERIC PROCESSES PART I.: THE MEASURED AND THE MODELLED VALUES

In Introduction the energy, released in a moderate shower is compared with the amount of energy, produced in a nuclear power plant – to illustrate how big are the amounts of energy transforms in the atmosphere. In Part I the main energy exchanges from solar into the sensible heat and the latent heat of evaporation, the advection of these across the globe, as well as the release of the latent heat by condensation are presented on the basis of the measured data and the values obtained by meteorological models.

1. Uvod

Vreme doživljamo vsak dan, a le občasno, npr. ob hudih viharjih ali ob udarih strel, zaslutimo mogočnost energijskih pretvorb, ki ga poganjajo. To pa ne pomeni, da npr. tudi običajno vreme ali pa rahel dež nista povezana z velikimi količinami energije. Poskusimo za uvod to preveriti s kratko oceno, ki nam bo dala občutek, za kolikšne energije gre!

Naj na območje, veliko 10 km × 10 km, pade 10 mm dežja. Take padavine pri nas, kjer imamo v dolgodobnem povprečju v severozahodni Sloveniji v Julijcih več kot 3000 mm padavin na leto, v najbolj suhem severovzhodnem delu pa še vedno okrog 800 mm na leto, niso nič posebnega – toliko dežja pade npr. ob kratki plohi. Kakšne pa so energetske pretvorbe pri kondenzaciji vodne pare v oblakih? Za izhlapevanje enega litra (kilograma) vode je pri temperaturah okrog 0 °C potrebno $q_i = 2{,}5$ MJ toplote. Velika

[1] Predavanje 20. marca 2007 na Institutu Jožef Stefan v okviru Stefanovih dnevov

večina se porabi za povečanje notranje energije vodne pare v primerjavi z notranjo energijo tekoče vode, saj gre v delo le kakih 5 % za izhlapevanje porabljene toplote – zato bomo kar približno izenačili specifično toploto za izhlapevanje q_i s specifično *latentno*[2] notranjo energijo $w_{n,l}$. Izhlapevanje iz tal, morij, oceanov, se dogaja vsak dan. Vodna para se od tam dviga tudi v višje plasti ozračja in zračni tokovi jo prenašajo tudi tisoče kilometrov daleč. Toplota, ki se je porabila za izhlapevanje, je v zraku nekako prikrita, torej *latentna*, kajti voda je v obliki pare, kar v primerjavi s tekočo vodo pomeni več latentne notranje energije $W_{nl} \approx m_v q_i$ (tu je m_v masa vodne pare). Ko pa se zrak in para v njem ob nastanku oblakov toliko ohladita, da pride do kondenzacije, se ta prikrita energija spet pojavi – kot *deus ex machina* v obliki *zaznavne toplote*. Ob vsakem kondenziranem litru (kilogramu) vode se torej sprosti $q_i = 2{,}5$ MJ toplote. Ko ob naši kratki plohi pade 10 mm padavin – to je 10 litrov (kilogramov) vode na vsak kvadratni meter, je skupna masa kondenzirane vode $m = 10^9$ kg (površina je 10 km $\times$ 10 km $= 10^8$ m^2). Ko to pomnožimo z $2{,}5 \cdot 10^6$ Jkg^{-1}, dobimo skupno sproščeno kondenzacijsko energijo $mq_i = 2{,}5 \cdot 10^{15}$ J. Predstave o tem, koliko je $2{,}5 \cdot 10^{15}$ J v vsakdanjem življenju, nimamo. Zato naredimo kako primerjavo! Jedrska elektrarna Krško je leta 2006 v tistih mesecih, ko je najmočneje obratovala, na dan oddala v omrežje okrog 16,6 GWh električne energije [1]; pol od tega dobi Hrvaška in pol Slovenija: Slovenija torej okrog 8,3 GWh na dan. Pretvorimo še sproščeno energijo iz kondenzacije ob naši plohi v kilovature: $2{,}5 \cdot 10^{15}$ J $= 694$ GWh. Skoraj tri mesece mora delati NEK, da v slovensko omrežje pošlje toliko energije, kot se je sprosti v polurni plohi! Očitno so energijske pretvorbe v vremenskih dogajanjih nepredstavljivo velike!

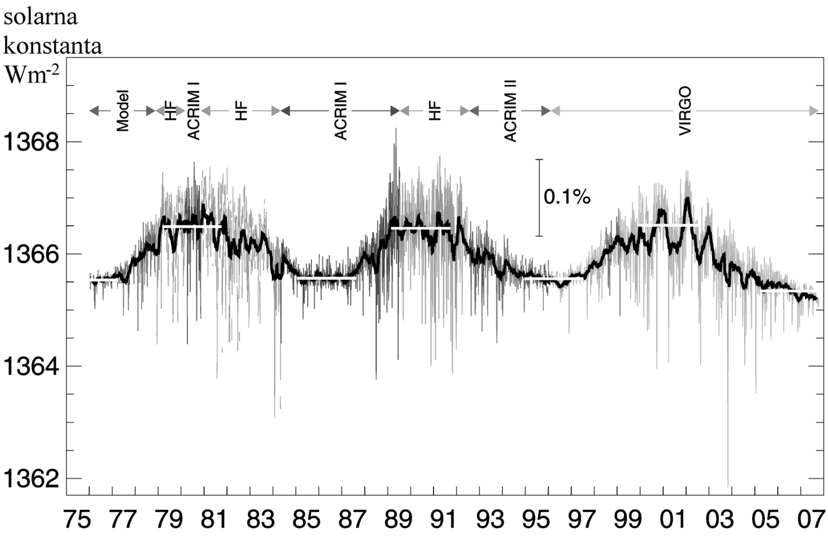
V prvem delu tega prispevka si bomo ogledali, kaj nam o energetiki vremena povedo izmerjene in z meteorološkimi modeli simulirane vrednosti: katere so glavne pretvorbe sončne energije v t. i. zaznavno toploto in v t. i. latentno toploto ob izhlapevanju tekoče vode v vodno paro ter prenosi teh vrst energije po zemeljski obli – ter ob kondenzaciji ponovno sproščanje latentne toplote. V drugem delu pa bomo s pomočjo enačb razložili pretvorbe sončne energije, ki je energetski vir za praktično vsa dogajanja na Zemlji, v druge oblike energije v ozračju: iz diferencialnega dovoda in odvoda toplote s sončnim obsevom in infrardečim zemeljskim sevanjem in

[2] V tujejezični literaturi, pri nas pa predvsem v meteorološki srenji, se za toploto faznih sprememb uporabljata izraza *latent heat* oziroma *latentna toplota*, za zaznavno notranjo energijo pa *sensible heat* oziroma *zaznavna toplota*.

izsevom v vesolje prek razpoložljive skupne potencialne enegije v kinetično energijo atmosferskih (in oceanskih) gibanj in iz te prek viskoznega trenja v notranjo energijo.

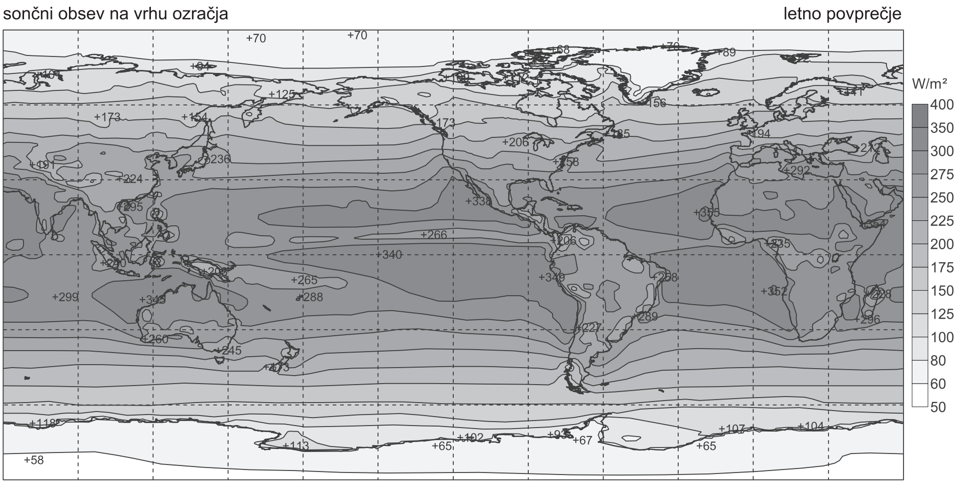
2. Vir energije za dogajanja na Zemlji

Praktično vsa energija, ki uravnava dogajanja na Zemlji, prihaja od Sonca. Sonce sveti približno kot črno telo s temperaturo okoli 6000 K in zato je gostota moči izsevanega energijskega toka na njegovi površini ogromna – po Stefan-Boltzmanovem zakonu jo ocenimo na $j' = \sigma T^4 = 75\ \mathrm{MWm}^{-2}$. Ker se zmanjšuje sorazmerno s kvadratom oddaljenosti od Sonca, je pri Zemlji že zelo „razredčena": obsevanost pri povprečni oddaljenosti Zemlje od Sonca je $E_0 = 1367\ \mathrm{Wm}^{-2}$. Tej vrednosti pravimo *solarna konstanta* – čeprav v resnici ni povsem konstantna, kajti Sonce včasih sveti močneje, včasih pa šibkeje. Zato se E_0 dolgodobno spreminja za okrog ±0,1 %, kratkodobno pa tudi za več odstotkov (slika 1).



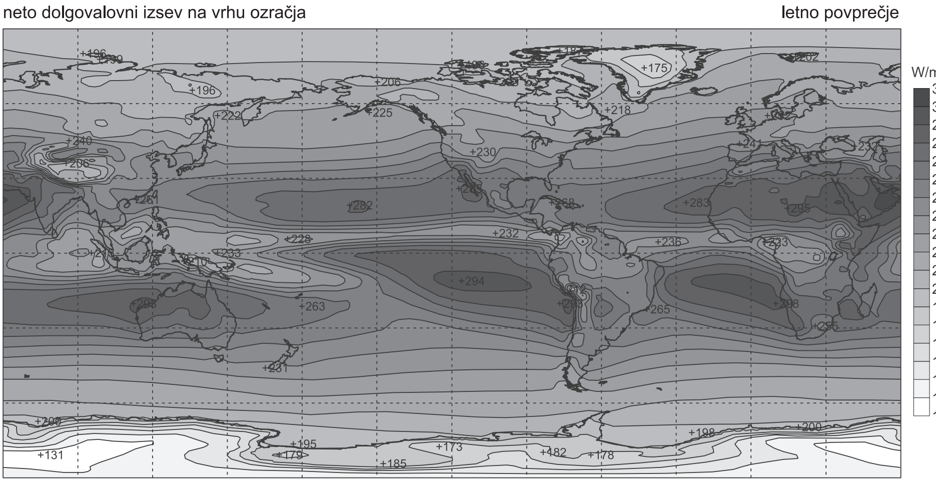
Slika 1. Solarna konstanta, to je osončenost – obsevanost s sončnim sevanjem – pri vrhu ozračja od leta 1975 do leta 2007 po modelu in po meritvah z raznimi senzorji na raznih satelitih – HF na satelitu NIMBUS-7, ACRIM I na SMM, ACRIM II na UARS in VIRGO na SOHO (Frölich, PMOD WRC [2])

Ker se Zemlja vrti, je zdaj osončnen en del njene površine, kasneje pa drug. Tako se moč, ki jo Zemlja prestreza s svojim presekom πr_Z^2, (ne povsem enakomerno) razporeja po vsej njeni površini, ki pa je štirikrat večja – $4\pi r_Z^2$. Odtod povprečna gostota moči sončne obsevanosti za vso Zemljo: 342 Wm^{-2}. Vsa sončna energija pa se ne absorbira, kajti Zemlja je iz vesolja videti prijazen planet – v odbiti svetlobi se vidijo modra morja, zelena vegetacija, rumeno-rjave puščave, beli oblaki, obe beli polarni kapi in beli vrhovi najvišjih gorstev. Odbojnost ali *albedo* a za vse valovne dolžine sončne svetlobe skupaj je okrog 0,31 – torej se na Zemlji absorbira okrog 69 % vpadle sončne energije ali 236 Wm^{-2}. Seveda ne v vseh krajih enako – največ v tropskih predelih in več v temnejših morjih kot v svetlejšem kopnem: dolgoletno povprečje porazdelitve absorbirane sončne moči prikazuje slika 2.



Slika 2. Dolgoletno povprečje gostote moči absorbiranega dela sončnega obseva je na Zemlji 236 Wm^{-2}, krajevno pa zelo različno: med 60 Wm^{-2} v južnih polarnih predelih in 340 Wm^{-2} v tropskih morjih (po re-analizah ECMWF [4]).

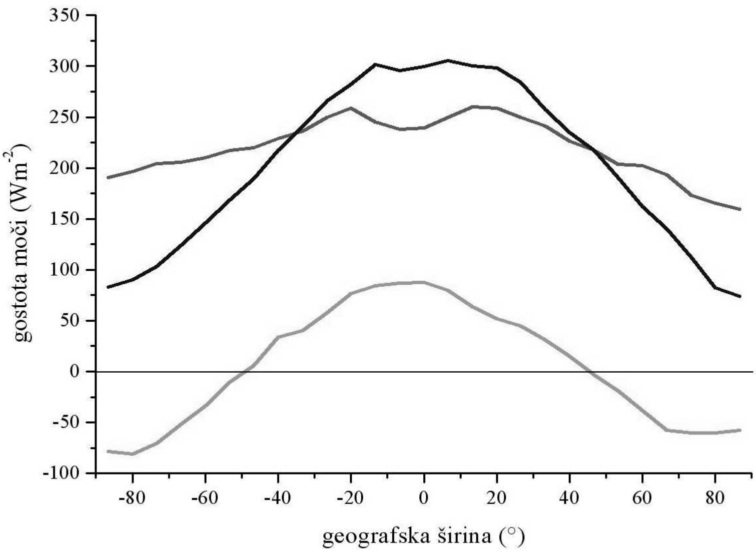
Zaradi primerjave omenimo še druge energetske vire, ki niso neposredno povezani s sevanjem Sonca. Moč plimovanja, ki ima tudi zunajzemeljski izvor (prek gravitacijskih sil), je v primerjavi z osončenostjo zanemarljiva – v povprečju prek vse zemeljske površine samo okrog 0,01 Wm^{-2}. Tudi dotok geotermalne energije iz zemeljske sredice na njeno površje, ki je v nekaterih krajih lokalno zelo pomemben, npr. na Islandiji, je v povprečju za vso Zemljo zanemarljiv – povprečno znaša samo 0,06 Wm^{-2}. Torej je Sonce energetsko praktično edini vir, ki poganja procese nežive in žive narave na Zemlji. Ta vir je tudi dosti večji od „produkcije energije“, ki jo človeštvo na vsej Zemlji proizvaja z močjo okrog $13 \cdot 10^{12}$ W (USGS, [3]), kar preračunano na enoto površine Zemlje v povprečju pomeni okrog 0,1 Wm^{-2} – torej več kot 2000-krat manj, kot je absorbirana gostota sončne moči. Velika večina izvira iz fosilnih goriv – skoraj 86 %, hidroenergije je za 7 %, iz drugih „obnovljivih“ virov je pridobimo manj kot 1 % – in v vseh teh oblikah je pravzaprav „uskladiščena“ sončna energija. Le proizvodnja v jedrskih elektrarnah (6,5 % vse energije na svetu in okrog 11 % svetovne proizvodnje električne energije [3]) je, tako kot geotermalna in energija plimovanja, nesončna energija.



Slika 3. Kot slika 2, toda za povprečno gostoto moči, izsevano iz Zemlje v vesolje v infrardečem območju (po re-analizah ECMWF [4]).

Zemlja pa seveda tudi sama seva. Glede na temperaturo na Zemlji, ki je okrog 220 K v višjih plasteh ozračja in več kot 300 K ob toplih tleh, je to sevanje v infrardečem območju; največ ga je pri valovnih dolžinah okrog 10 μm. Sevajo torej tla in oblaki (oboji približno kot črno telo), sevajo tudi plini ozračja (ti imajo povprečno emisivnost v infrardečem območju okrog 0,7, kar je vzrok za t. i. toplo gredo). Povprečno gostoto izsevane moči prikazuje slika 3. Razlika med absorbiranim sončnim obsevom in infrardečim izsevom pomeni energijsko bilanco Zemlje nasproti njenemu vesoljskemu okolju: seveda v povprečju prek vseh krajev na Zemlji in prek daljših časovnih obdobij Zemlja toliko energije prejme, kot jo sama izseva v vesolje – če ne bi bilo tako, bi se ali segrevala ali pa hladila.

Iz podatkov o geografski razporeditvi letne absorbirane sončne in izsevane infrardeče moči zemeljskega sevanja lahko določimo tudi njihova pov-

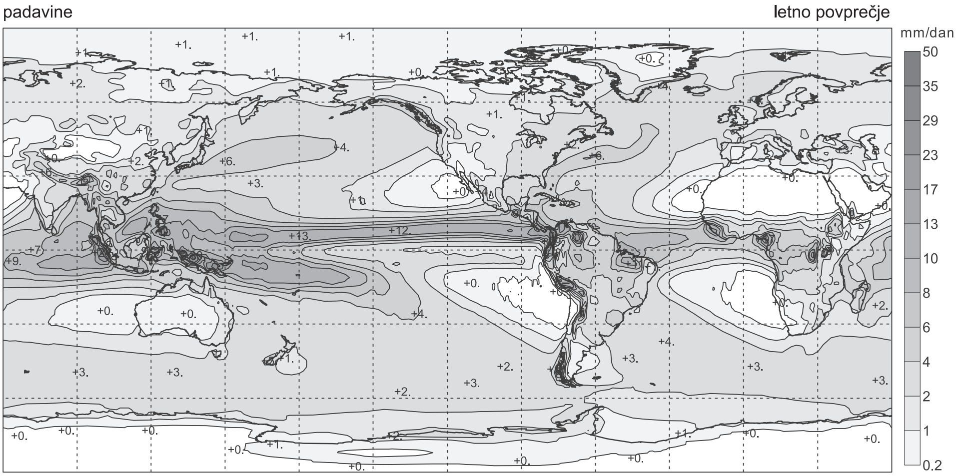


Slika 4. Zonalno povprečeni gostoti moči absorbiranega sončnega sevanja (temna črta) in izsevanega infrardečega terestričnega sevanja (svetlejša črta) ter razlika med njima (najsvetlejša črta, spodaj): tropska in subtropska območja med zemljepisnima širinama približno 38° S in 33° N imajo presežek sevalne energije, tista južno in severno od tega pasu, pa primanjkljaj (iz meritev s satelitov ERBE in CERES [5], po Stepaniaku [6] in Wallaceu in Medini [7]).

prečja po zonalnih pasovih okrog Zemlje. Iz teh vidimo (slika 4), da ima Zemlja neto dovod energije v toplih tropskih predelih, odvod pa v hladnih polarnih predelih. Zemlja torej deluje nekako kot toplotni stroj, ki te dovode in odvode toplote pri različnih temperaturah pretvarja v kinetično energijo zračnih in morskih tokov. Kako? Ali morda kar iz toplotnega toka neposredno prek mehaničnega dela v kinetično energijo (pretežno) horizontalnih gibanj zračnih in morskih mas? Ne, stvar je malo bolj zavita in zahteva še nekaj dodatne razlage.

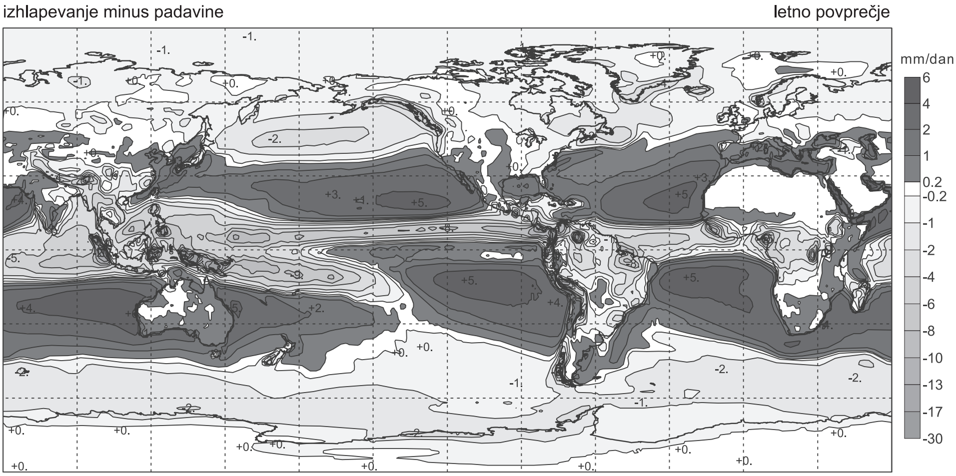
3. Kaj iz podatkov in modelov izvemo o prenosih energije sem in tja po Zemlji?

Za to, da se tropi in subtropi zaradi sevalnega energetskega presežka kar naprej ne grejejo, polarni predeli pa zaradi primanjkljaja ne hladijo, je za izenačevanje sevalnih razlik očitno treba ogromno toplote prenesti iz tropskih predelov v zmerne in visoke geografske širine. Za to poskrbijo prenosi energije z zračnimi in morskimi tokovi. Topli deli teh tokov prenašajo sem in tja po Zemlji „zaznavno toploto“ – zaznavno notranjo energijo $W_{nz} = mc_V T$. Povratni hladni tokovi izvirajo pretežno iz višjih geografskih širin (in v vsakdanjem jeziku bi rekli, da „prenašajo mraz“). Poleg tega pa zračni tokovi nosijo s seboj tudi vodno paro in s tem „skrito“, „latentno toploto“ v obliki latentne notranje energije $W_{nl} \approx m_v q_i$. Glede na oceno iz uvoda, da je te toplote lahko zelo veliko, je vredno pogledati, kolikšen delež sevalnih neravnotežij izravnavajo transporti latentne toplote z zračnimi tokovi.



Slika 5. Povprečna razporeditev padavin (v mm/dan, po re-analizah ECMWF [4])

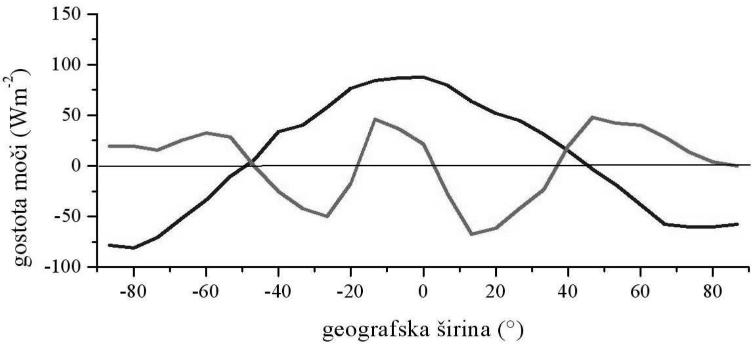
Oceno transporta latentne toplote po Zemlji sem in tja lahko dobimo iz geografske razporeditve količine izhlapele vode in padavin in s tem povezanih energijskih sprememb. Na splošno je padavin (slika 5) precej v tropskem pasu, kjer zaradi vsakodnevne konvekcije nastajajo ob plohah in nevihtah. V subtropih pa se zrak v glavnem spušča z višin proti tlom, se ob tem adiabatno stiska in torej segreva – padavin zato tam skorajda ni; na kopnem so v tem območju marsikje puščave, npr. v Sahari, v Arabiji, v Tibetu in v Kaliforniji. V višjih geografskih širinah je padavin spet več – predvsem ob frontah v ciklonih. Zagotavlja jih ohlajanje zraka ob frontalnem adiabatnem dviganju, s tem razpenjanju in torej ohlajanju zraka. Izhlapevanje je po geografski širini bolj enakomerno razporejeno: za izhlapevanje je treba veliko energije, zato je najmočnejše v tropih, od tam pa količina precej enakomerno upada proti višjim geografskim širinam. Je pa izhlapevanje seveda odvisno tudi od podlage – nad oceani je npr. na splošno večje kot nad kopnim. Iz primerjave med izhlapevanjem in padavinami (slika 6) je očitno, da je za presežek padavin nad izhlapevanjem v tropskem pasu ali pa npr. v severni Evropi in Kanadi potreben dotok vodne pare z zračnimi tokovi od drugod – z območij, kjer izhlapevanje presega padavine.



Slika 6. Povprečna razporeditev razlike med izhlapevanjem in padavinami (v mm/dan, po re-analizah ECMWF [4])

Velika neravnotežja zahtevajo izenačevanje tako sevalnih energijskih razlik kot tudi masnih razlik med izhlapevanjem in padavinami, in tako je treba veliko energije in vlage prenesti iz tropskih predelov v zmerne in visoke geografske širine. Kako ocenimo velikosti teh tokov energije ter divergenco v teh tokovih? Vsaj za prenose latentne toplote spet kar iz bilance med izhlapevanjem in padavinami. Ker se pri izhlapevanju toplota porablja, pri padavinah pa ob kondenzaciji sprošča, lahko pomnožimo masno bilanco izhlapele oz. padavinske vode z izhlapilno oz. kondenzacijsko toploto in tako dobimo ustrezno bilanco v energijskih enotah. Skupaj z neto sevalno bilanco jo povprečeno po zonalnih pasovih prikazuje slika 7.

Vidimo, da sevalni presežek npr. v območju severnih subtropov pri okrog 20° sev. g. š. znaša okrog 50 Wm^{-2} in da moč, porabljena za izhlapevanje, tam presega kondenzacijsko moč padavin za okrog 60 Wm^{-2}. Torej v tem predelu procesi izhlapevanja in kondenzacije bistveno prispevajo k izravnavanju sevalnega neravnovesja. Če pa pogledamo razmere npr. pri 65° sev. g. š., pa vidimo, da je tam sevalni primanjkljaj okrog 60 Wm^{-2}, da pa tam prese-



Slika 7. Zonalno povprečje gostote moči sevalnega presežka oz. primanjkljaja (črna črta) in gostote neto sproščene moči ob pretvorbah para-voda (siva črta), oboje v Wm^{-2} (po Stepaniaku [6], iz re-analiz NCEP/NCAR [8])

žek kondenzacijske moči nad močjo za izhlapevanje dosega okrog 40 Wm^{-2}. Torej tam razlika med kondenzacijo in izhlapevanjem nadomesti več kot polovico sevalnega primanjkljaja. Na ta način lahko ocenimo delež prenosov latentne toplote pri izravnavanju sevalnih neravnovesij za vsak predel na Zemlji.

Pretoke zaznavne toplote – to je zaznavne notranje energije ter divergence teh pretokov pa ocenimo iz polj hitrosti in temperature. Za advektivne pretoke energije v ozračju poskrbi veter, v oceanih pa morski tokovi. Tok zaznavne notranje energije $\rho\vec{v}w_{nz}$ in divergence v njem lahko določimo, če poznamo 3-D polje gibanja in 3-D polji gostote in temperature. Pri tem je seveda treba upoštevati tudi to, da oceani niso horizontalno neomejeni, tako kot je ozračje: tam, kjer je kopno, morski tok pač ni mogoč. Za ozračje je 3-D podatkov o vetru, gostoti in temperaturi kar precej, saj jih že desetletja vsak dan merimo zaradi potreb napovedovanja vremena, za oceane pa je teh podatkov za sedaj še precej manj.[3] Prenose energije z morskimi tokovi pa vseeno lahko približno posredno ocenimo kot preostanek po upoštevanju prenosov latentne in zaznavne notranje energije z zračnimi tokovi. Nekako na grobo bi rekli, da globalno morski tokovi na Zemlji izravnajo približno 40 % sevalnih energijskih neravnovesij, zračni pa okrog 60 %: od

[3] V oceane pa so začeli t. i. "pametne" plovce bolj množično nameščati šele v zadnjih letih – a njihovo število se praktično iz dneva v dan povečuje; npr. avgusta 2007 jih je bilo skoraj 2900 (ARGO [9]). Potopijo se v globino 2000 m in potem jih morski tokovi kakih 9 ali 10 dni nosijo sem in tja, potem pa med dvigom na gladino izmerijo vertikalna profila temperature in slanosti, s površine odpošljejo podatke in se znova potopijo.

tega približno pol, to je 30 % s pretoki zaznavne toplote (to je zaznavne notranje energije) in drugih 30 % s pretoki latentne toplote v atmosferskem delu vodnega cikla: z izhlapevanjem, s prenosom pare z zračnimi masami sem in tja, in s sproščanjem kondenzacijske toplote ob padavinah. Lokalno so seveda izravnave lahko tudi precej drugačne.

Vonder Haar in Oort [10] sta že leta 1973 za severno poloblo ugotovila – in kar so kasneje potrdili še mnogi drugi (npr. [11, 12]), da je potrebno za izenačevanje sevalnih energijskih neravnotežij npr. prek severne geografske širine 30°, kjer sta deleža morskih in zračnih prenosov energije približno enaka, prenašati $5 \cdot 10^{15}$ W moči. Morski tokovi imajo večji delež predvsem južneje, v tropih in subtropih, kjer so oceani precej obsežni, pa tudi vremenska dogajanja v klimatskem območju stalnih pasatov so na splošno dokaj umirjena (izjeme so seveda divji tropski cikloni, ki pa zajemajo le majhna območja). V višjih geografskih širinah pa izravnavajo neravnovesja predvsem zračni tokovi. Tam kakega stalnega sistema meridionalne izmenjave zračnih mas sicer ni, saj Coriolisov efekt preusmeri vetrove v zahodnike. Zato tam ni sistematičnega, stalnega in enakomernega prenosa toplote in vlage proti poloma, kar pa povzroči, da se gradienti občasno povečajo tudi čez kritične vrednosti. To povzroči nestabilnost in zonalni tok zahodnikov se sprevrže v obsežne vrtince. V njih se pri nas in še severneje zato pogosto dogajajo prodori hladnega zraka daleč proti jugu in toplega daleč proti severu. Ti občasni in intenzivni vremensko spremenljivi meandri zračnih tokov poskrbijo za izdaten meridionalni prenos energije in vlage. Ti prodori so tako močni, da izravnave severneje od 40° g. š. pretežno zagotavljajo zračni tokovi – severneje od 60° g. š. pa praktično izključno zračni tokovi. (Tudi zaradi tega, ker so tu kontinenti precej sklenjeni in Arktični ocean skorajda nima stika z Atlantikom in Pacifikom, oceanski tokovi tam sploh niso mogoči.)

LITERATURA

[1] *Nuklearna Eelektrarna Krško – Proizvodnja*, http://www.nek.si/sl/o_nek/proizvodnja/.

[2] C. Fröhlich, *Solar Constant*, Physikalisch-Meteorologisches Observatorium Davos, World Radiation Center, http://www.pmodwrc.ch/pmod.php?topic=tsi/composite/SolarConstant.

[3] *USGS Energy Resources Program*, http://energy.usgs.gov/.

[4] *ERA-40 Atlas*, ECMWF, http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40_Atlas/docs/index.html.

[5] *EO Observation Deck: Net Radiation Dataset View*, NASA Earth Observatory,

http://earthobservatory.nasa.gov/Observatory/Datasets/netflux.erbe.html ali *Outgoing Longwave Radiation::2005*, NASA Visible Earth, http://visibleearth.nasa.gov/view_rec.php?id=7641 .

[6] David Stepaniak, *Vertically Integrated Mass, Moisture, Heat, and Energy Budget Products Derived from the NCEP/NCAR Reanalysis*, Climate Analysis Section, CGD, NCAR, http://www.cgd.ucar.edu/cas/catalog/newbudgets/.

[7] J. M. Wallace (diagram S. Medina) v: Holton, Curry in Pyle (ur.), *Encycl. Atmos. Sci.*, Acad. Press, 2003.

[8] *The NCEP/NCAR Reanalysis Project at the NOAA/ESRL Physical Sciences Division*, Earth System Research Laboratory, http://www.cdc.noaa.gov/cdc/reanalysis/reanalysis.shtml in *NCEP/NCAR Reanalysis*, UCAR, http://dss.ucar.edu/pub/reanalysis/.

[9] *ARGO – part of the integrated global observation strategy*, http://www.argo.ucsd.edu/index.html .

[10] T. H. Vonder Haar in A. H. Oort, *New estimate of annual poleward energy transport by Northern Hemisphere oceans*, J. Phys. Ocean. **2** (1973), str. 169–172.

[11] K. E. Trenberth in J. M. Caron, *Estimates of meridional atmosphere and ocean heat transports*, J. Climate **14** (2001), str. 3433–3443.

[12] A. Czaja in J. Marshal, *The Partitioning of Poleward Heat Transport between the Atmosphere and Ocean*, J. Atmos. Sci. **63** (2006), str. 1498–1511.

[13] *Wikipedia, the free encyclopedia*, http://en.wikipedia.org/wiki/.

[14] H. Pichler, *Dynamik der Atmosphäre*, Spektrum Akademischer Verlag, 1997.

[15] E. N. Lorenz, *Deterministic nonperiodic flow*, J. Atmos. Sci. **20** (1963), str. 130–141.

[16] R. Grothjahn v: Holton, Curry in Pyle (ur.), *Encycl. Atmos. Sci.*, Acad. Press, 2003.

[17] A. H. Oort in J. P. Peixoto, *The annual cycle of the energetics of the atmosphere on a planetary scale*, J. Geophys. Res. **79** (1974), str. 2705–2719; povzeto po: Holton, *An Intr. to Dynamic Meteorology*, Elsevier Acad. Press, 2004, 4. izdaja.

VESTI

OBVESTILO

V Obzorniku za matematiko in fiziko, letnik **49**, številka 2, str. 62–63, in na domači strani DMFA http://www.dmfa.si/ je objavljen Pravilnik o podeljevanju društvenih priznanj.

Vabimo vas, da pisne predloge (z utemeljitvami) za letošnja priznanja pošljete **do 30. septembra 2008** na naslov: **DMFA Slovenije, Komisija za pedagoško dejavnost, Jadranska ulica 19, 1000 Ljubljana**.

Predsednik DMFA Slovenije:
prof. dr. Milan Hladnik

OB SPREJETJU PRENOVLJENEGA UČNEGA NAČRTA GIMNAZIJSKEGA PROGRAMA MATEMATIKE

MARJAN JERMAN

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 97B70, 97D30

Članek obravnava prenovo učnega načrta za gimnazijski program matematike, ki je bil sprejet leta 2008 in se bo to leto začel tudi uporabljati. Avtor opiše svoje poglede na glavne razloge za nekatere rešitve v novem učnem načrtu.

REFORM OF THE MATHEMATICS CURRICULUM FOR GENERAL UPPER-SECONDARY SCHOOLS

The article examines the reform of the mathematics curriculum for general upper-secondary schools (*gimnazije*) that was completed in 2008 and will be implemented in the same year. The author offers his personal view on the main reasons for some of the changes in the reformed document.

1. Uvod

V začetku letošnjega leta so bili po dolgotrajnih razpravah, ki so bile medijsko zelo odmevne in včasih celo politično motivirane, sprejeti prenovljeni učni načrti za gimnazije. Kot soavtor sem sodeloval pri prenovi gimnazijskega programa matematike. Iz prečiščene verzije učnega načrta (glej [4]) je težko razbrati, kaj vse je vplivalo na končni rezultat. Da ne bi učitelji dojeli novega učnega načrta kot rezultat administrativne prisile ali larpurlartizma, bom poskušal predstaviti svoj pogled na nastajanje učnega načrta in na prednosti, ki jih ponuja.

Po osamosvojitvi Slovenije so učni načrt za gimnazijski program matematike spreminjali v letih 1992 in 1998. Učitelji se večinoma strinjajo, da je veljavni načrt dober, zato je bilo glavno vodilo komisije nenasilna evolucija, s katero bi skušali odpraviti nekatere težave, ki so se pokazale v zadnjih letih poučevanja, ponuditi novosti, ki sledijo razvoju družbe in tehnike, in predstaviti dobre prakse pouka. Pri sestavljanju učnega načrta smo si pomagali z angleškim in finskim učnim načrtom, upoštevali pa smo tudi rezultate mednarodnih raziskav TIMSS in PISA. Novi učni načrt je sestavljen tako, da učiteljev ne sili k radikalnim spremembam, temveč jim ponuja več avtonomije pri pripravi in izvedbi pouka.

Komisijo za prenovo smo sestavljali Mirjam Bon Klanjšček s Šolskega centra Nova Gorica, Andrej Ruter z Gimnazije Ravne, Samo Repolusk s Fakultete za naravoslovje in matematiko v Mariboru, Amalija Žakelj in Silva Kmetič z Zavoda za šolstvo ter avtor članka s Fakultete za matematiko in fiziko v Ljubljani. Rezultate dolgih petkovih sej smo sproti predstavljali na rednih študijskih srečanjih in na spletni učilnici. Pri oblikovanju in realizaciji idej so nam zelo pomagali gimnazijski profesorji, še posebej smo hvaležni Sonji France s Šolskega centra Velenje in Marku Špoladu z Gimnazije Škofja Loka. Tehtne končne pripombe smo dobili tudi od recenzentov Darke Hvastja z Gimnazije Bežigrad in Petra Legiše s Fakultete za matematiko in fiziko v Ljubljani. Rečem lahko, da še nikoli nisem tako uspešno, intenzivno in z veseljem delal v skupini tako strokovnih in dobronamernih sodelavcev.

2. Povečan vpis na gimnazije

Zadnja leta se na gimnazije vpisuje veliko več osnovnošolcev kot včasih. Še pred dvajsetimi leti je bil gimnazijski učni načrt predviden za najbolj sposobno petino šolajoče se populacije, sedaj pa je namenjen skoraj polovici vseh srednješolcev. Težav in frustracij, ki so s tem nastale, so se zavedali že tvorci prejšnjega učnega načrta, zato so iz njega izločili zahtevnejše in hkrati lažje pogrešljive teme. Z leti se je izkazalo, da je tudi takšen učni načrt prezahteven in preobsežen za tako visok delež gimnazijcev. Ena izmed negativnih posledic je, da se sposobnejši dijaki naučijo manj matematike kot včasih, prav tako manj kot njihovi vrstniki po svetu, in pridejo na univerzo slabše pripravljeni kot prejšnje generacije. Letos je bila pri nas drugič izvedena raziskava TIMSS Advanced (prvič v letu 1995), katere namen je na mednarodni ravni izmeriti znanje in trende znanja med populacijo dijakov četrtega letnika tistih programov srednjih šol, ki vodijo v univerzitetne študije in imajo zahtevnejši program matematike in fizike v državi. Nepopoln vpogled v še ne obdelane rezultate kaže na skrb zbujajoče stanje. Testi TIMSS (nekaj primerov si lahko ogledate v [5]) pokrivajo več vsebin, kot jih sliši slovenski gimnazijec. Večina nalog je strukturiranih in zahteva globlje in težje premisleke, kot jih pri preverjanjih znanja pričakujemo od naših dijakov (za ilustracijo glej naloge 2, 10, 13, 20, 22, 25 na testu *Grade 12 Advanced Mathematics* v [5]).

Naša komisija se je zavedala, da ne obstaja čudežna formula za rešitev vseh teh težav. Zelo dobro oporo pa smo našli v formalno predpisanih smernicah za prenovo učnih načrtov, ki narekujejo razdelitev znanj med *splošna znanja* (SZ) in *posebna znanja* (PZ). Med SZ smo uvrstili vse vsebine, za katere smo menili, da jih mora na solidnem nivoju obvladati prav vsak gimnazijec ne glede na smer gimnazije, interes za matematiko in intelektualne sposobnosti. Te vsebine je treba natančno predavati, utrditi in preveriti povsod. Morda je zanimivo povedati še to, da SZ ne vsebujejo nekaterih tem, ki so skoraj tradicionalno sestavljale preizkuse znanja, so pa s preveliko težo in rutiniranostjo ponekod postale same sebi namen in niso prispevale k razumevanju snovi (na primer dolge in zapletene manipulacije s koreni in algebraičnimi ulomki). Z maturitetno komisijo se dogovarjamo, da bi SZ pokrivala maturo iz matematike na osnovni ravni. Med PZ je komisija uvrstila bolj poglobljene vsebine in vsebine, ki so posebej pomembne za določene strokovne smeri. Tako je recimo globlje poznavanje kompleksnih števil zelo pomembno za dijake elektrotehnike, dijake ekonomskih in umetniških gimnazij pa lahko s kompleksnimi števili seznanimo na bolj osnovnem nivoju. Prav tako bi bilo škoda, da zahtevnejših dijakov ne bi naučili na primer uporabe vektorjev v geometriji, pomena drugega odvoda ali integracije *per partes*. Vsebin, ki spadajo med PZ, ni nujno obravnavati, smejo pa se testirati in ocenjevati. Z maturitetno komisijo se dogovarjamo, kako in kdaj bi določili vsebine iz PZ, ki bi prišle v poštev za višjo raven mature. Dodatno je komisija uvedla še *izbirne vsebine* (I), ki pokrivajo nekatere izpuščene teme iz starih učnih načrtov (na primer analitično geometrijo v prostoru, polarni zapis kompleksnega števila, Bayesovo formulo) in teme, ki bi utegnile zanimati mlade navdušence za matematiko (na primer linearno programiranje in numerično računanje integralov). Znanja izbirnih vsebin se ne sme ocenjevati. V zainteresiranih razredih jih lahko obravnavamo med poukom, lahko pa tudi v okviru krožkov in projektnih tednov. Komisija je tudi predlagala uvedbo izbirnega predmeta z matematičnimi vsebinami, kjer bi se lahko poleg izbirnih vsebin obravnavale tudi nekatere elementarno dostopne zanimive matematične vsebine (na primer težje teme iz elementarne geometrije, teorija grafov, osnovne algebrske strukture, matrike).

Zavedamo se, da lahko takšna razdelitev vsebin prinese tudi težave. Možno je, da bi učitelji pod pritiski dijakov, staršev, ravnateljev ali pa kar po liniji najmanjšega odpora obravnavali le vsebine iz SZ in tako še znižali splošno raven znanja matematike. Želje po čim bolje opravljeni maturi so že zdaj povzročile, da nekateri učitelji načrtujejo pouk skoraj izključno po maturitetnih katalogih. Trdijo celo, da vsebin, ki se ne bodo testirale na maturi, sploh nima smisla vključiti v učni načrt. Možne so tudi logistične težave pri razdelitvi dijakov, ki bodo maturo opravljali na osnovni in višji ravni, in pri iskanju soglasja o vsebinah iz PZ, ki bodo vključene na višjo raven mature. Pri vseh teh težavah in morebitnih težavah, ki jih zdaj še ne znamo predvideti, se zanašamo na tradicionalno zelo dobre izkušnje s praviloma dobro izobraženimi in vestnimi profesorji matematike.

3. Razvoj družbe in tehnologije

Del sprememb smo v učni načrt vnesli zaradi družbenih in tehnoloških sprememb.

Zaradi dostopnosti računalnikov in neplačljivih programskih paketov, namenjenih numeričnemu in simbolnemu računanju, dinamični geometriji, obdelavi podatkov in interaktivnemu učenju, smo v načrtu večkrat svetovali uporabo *informacijsko-komunikacijske tehnologije* (IKT) in dodali didaktična priporočila, kako predstaviti ustrezne pojme.

V zadnjih letih narašča tudi pomen finančne matematike in statistike, zato smo obrestni račun in osnovne statistične pojme uvrstili med SZ. Zavedamo se, da gre za vsebine, ki so nekaterim učiteljem manj domače, zato bomo enega od začetnih seminarjev ob uvajanju novega učnega načrta namenili poučevanju osnov statistike. Dobro je vedeti, da se veliko teh vsebin dijaki naučijo že v osnovni šoli, dostopna pa je tudi zelo dobra knjižica v slovenščini [1].

Na mednarodnih primerjavah znanja matematike se je med drugim izkazalo, da naši dijaki razmeroma dobro rešujejo tudi bolj zapletene rutinske naloge, skoraj popolnoma pa odpovedo, ko je treba kakšen enostaven problem iz realnega življenja, obvladljiv z elementarnimi sredstvi, predstaviti v matematičnem jeziku in ga nato rešiti. Zato je v vsakem poglavju o elementarnih funkcijah na primernem nivoju predvideno tudi modeliranje problemov s temi funkcijami.

4. Načrtovanje pouka geometrije

Ravninska, še bolj pa prostorska geometrija sta že nekaj desetletij odrinjeni na rob poučevanja. To je škoda, ker je prav geometrija tisti del matematike, pri katerem dijaki najbolje spoznajo zgradbo matematične teorije in se naučijo logičnega sklepanja.

Večina učbenikov, ki geometrijo vsebuje le kot del snovi letnika, z geometrijo zelo mačehovsko opravi. Do dodatne težave pride zaradi obravnavanja ravninske geometrije čisto na koncu prvega letnika. Zato nekateri učitelji geometrijo predelajo zelo površno. Še slabše je s prostorsko geometrijo, ki se ji nekateri učitelji praktično v celoti ognejo. Izkušnje kažejo, da kar precej dijakov ne razvije solidne ravninske in prostorske predstave.

V komisiji upamo, da smo našli dobro rešitev v povečanju avtonomije profesorjev. Odslej bodo lahko, po uskladitvi s kolegi v aktivu matematikov, sami načrtovali, kdaj in kako bodo obravnavali geometrijo. Možnih načrtov je več, vsi pa so odvisni od ocene stanja na konkretni šoli. Snov namreč ni več predpisana po letnikih, zajeta je v vsebinske sklope. Eden od možnih načrtov je, da konec prvega letnika namesto geometrije predelajo osnove statistike, geometrijo pa v miru predelajo v drugem letniku. Po drugem načrtu lahko, tako kot je to počelo kar nekaj profesorjev že pred leti, vsak teden namenijo eno od ur geometriji. Po tretjem načrtu se prvi letnik začne z aksiomatsko zastavljeno geometrijo s formalnimi dokazi (tako kot pred časom po Pucelj-Štalčevih učbenikih [2] in [3]) in se tako sproti predela osnove teorije množic in logike. Možnih načrtov je še več, omejeni so le s kreativnostjo profesorjev, učljivostjo in odzivom dijakov ter zajetjem snovi, predpisane z učnim načrtom (komur trenutni sistem ustreza in se mu zdi, da daje dobre rezultate, lahko seveda ostane pri stari razdelitvi snovi). Kasneje se lahko obravnava geometrije naravno poveže s trigonometrijo.

Že na srečanjih študijskih skupin, pa tudi drugje, so nas profesorji opozorili, da lahko takšna avtonomija učiteljev privede do težav pri učbeniških skladih in pri prehajanju dijakov iz ene šole na drugo. Tudi po daljših razpravah pa je komisija še vedno mnenja, da avtonomija profesorjev pri izbiri zaporedja snovi odtehta potencialne težave. Prehodov med šolami je relativno malo, težave z učbeniškimi skladi pa bi se dalo z drugačno organizacijo ustrezno rešiti.

Največjo nevarnost pri uveljavljanju avtonomije učiteljev in aktivov lahko povzročijo morebitni pritiski vodstev šol, motivirani s kratkoročnimi in parcialnimi interesi. Neposredno se z učnim načrtom takih pritiskov ne da preprečiti, komisija pa priporoča in upa, da bo učiteljem zagotovljena avtonomija, ki bo omogočala kvalitetno in dosledno izvajanje učnega načrta.

5. Medpredmetno sodelovanje

Že dolgo so znane težave, da so pri pouku fizike nekatera matematična znanja potrebna veliko prej, kot ta pridejo na vrsto pri pouku matematike. Nekatere težave, kot je na primer nepoznavanje funkcij z vrednostmi v $\mathbb{R}^3$ in njihovih odvodov (na primer položaj, hitrost in pospešek kot funkcije časa), rešijo fiziki tako, da fizikalne zakone obravnavajo v posebnih, enostavno obvladljivih primerih, v bolj zapletenih primerih pa računajo z ustreznimi komponentami (na primer sile na klancu). Nikakor pa se ne da izogniti poznavanju kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku, težko je shajati brez pojma odvoda, pa tudi poznavanje vektorskega produkta bi fizikom velikokrat prišlo prav. Ena od prednosti svobodnega načrtovanja pouka je tako tudi ta, da se matematik lahko dogovori s fizikom, kdaj obravnavati snov, ki jo fizik nujno potrebuje. Matematično znanje, ki je eksaktno pridobljeno pri pouku matematike, bodo dijaki kasneje praktično uporabili pri pouku fizike in se jim bo bistveno bolj usedlo v spomin kot kratki, *ad hoc* tečaji matematičnih pojmov.

Velja tudi obratno. Učitelji drugih predmetov, še posebej kemiki, biologi, psihologi in sociologi, lahko z vključitvijo matematičnih metod na primerih pokažejo uporabnost osvojenih matematičnih znanj.

Medpredmetno sodelovanje je lahko tudi zelo dobra osnova za načrtovanje projektnih tednov, kjer dijaki skupaj z učitelji povežejo in utrdijo znanja z različnih področij. Tako bodo dijaki najlepše videli, da matematika ni sama sebi namen, in morda dobili motivacijo in veselje za delo v naprej.

6. Sklep

Pričujoče besedilo ni podrobna sistematična obravnava učnega načrta. Navedel sem le nekatere bistvene misli, ki so nas vodile pri prenovi učnega načrta, in s tem skušal pojasniti, kakšen je njegov namen in koliko svobode dopušča učiteljem s ciljem, da dijake naučimo čim več na čim bolj prijazen način. Zapisano je le moje osebno mnenje, ki ni nujno enako mnenju drugih članov komisije in mnenju inštitucij, ki so izdelavo načrta naročile. Prenovljeni učni načrt je precej daljši kot zadnji izpred desetih let, a je napisan dovolj natančno, sistematično in razumljivo, da si bodo učitelji lahko po natančnem branju ustvarili pravo sliko.

V učnem načrtu je še nekaj novosti. Ena pomembnejših je bistvena razširitev didaktičnih priporočil, kjer smo pri veliko vsebinah skušali svetovati, kako jih čim bolje predstaviti.

Pri srečanjih z učitelji na študijskih skupinah se je pokazala še vrsta nelogičnosti in težav, ki pestijo profesorje matematike, a se nanje z učnim načrtom ne da neposredno vplivati. Strinjali smo se o prevelikem številu dijakov v razredih, o problematičnosti omejitev pri preverjanjih znanja, o prevelikem številu predpisanih ustnih ocen, o slabi opremljenosti nekaterih šol z IKT in o kontroverzni vlogi mature. V učni načrt smo o teh stvareh napisali le svoje predloge in nezavezujoče mnenje.

LITERATURA

[1] Z. Magajna in A. Žakelj, *Obdelava podatkov pri pouku Matematike 6–9* (Modeli poučevanja in učenja, Matematika), prvi natis, Zavod republike Slovenije za šolstvo, Ljubljana, 2000.

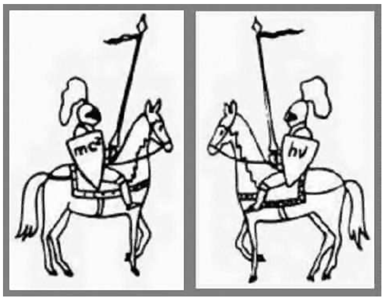
[2] I. Pucelj in I. Štalec, *Geometrija za 1. razred gimnazije*, Obzorja, Maribor, 1966.

[3] I. Pucelj in I. Štalec, *Geometrija za 2. razred gimnazije*, Obzorja, Maribor, 1970.

[4] `http://info.edus.si/studijske/`, podstran Matematika-GIM.

[5] `http://www.edinformatics.com/timss/timss_intro.htm`.

MALO DRUGAČNA TEKMOVANJA IZ FIZIKE



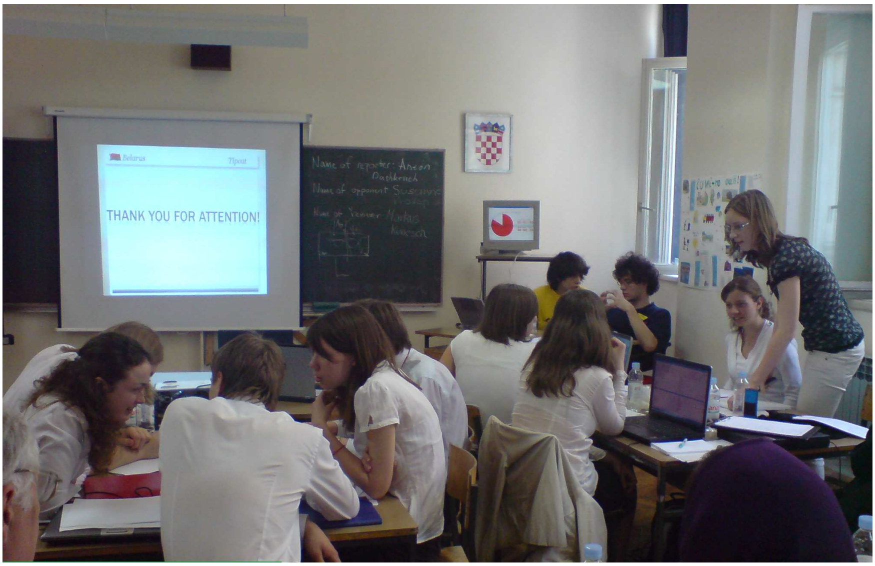
Tekmovanja iz fizike so običajno namenjena preverjanju individualnega znanja tekmovalcev. Tipično mora vsak dijak oziroma učenec rešiti nekaj računskih nalog, tu in tam pa tudi kakšno eksperimentalno nalogo. Rešitve in večinoma tudi postopki reševanja so znani že vnaprej. Takšno reševanje problemov se močno razlikuje od vsakodnevnega dela fizikov, ki je po navadi usmerjeno na raziskovanje neznanih pojavov v sodelovanju z drugimi raziskovalci. Resničnemu svetu fizikalnega raziskovanja se želijo približati tekmovanja z naslovom „Mednarodni turnir mladih fizikov“ (*International Young Physicists Tournament*, kratica IYPT).

Tekmovanja IYPT so namenjena srednješolcem in poudarjajo ekipno raziskovalno delo. Na začetku so bila to tekmovanja ruskih dijakov, ki jih je organizirala Univerza v Moskvi, leta 1988 pa so postala mednarodna in od takrat potekajo na različnih koncih sveta. Vsaka država tekmovalka lahko sodeluje z eno ekipo. Letošnje tekmovanje je bilo v Trogiru na Hrvaškem, na njem pa je sodelovalo 21 držav. Slovenija se je tekmovanja udeležila kot opazovalka. Opazovalke dobijo možnost, da se v roku naslednjih treh let tekmovanjem pridružijo s svojo ekipo. Po tem času pa se „vstopnica“ izteče in je spet treba poslati opazovalca. Poleg Slovenije so bile opazovalke na IYPT 2008 še Francija, Makedonija, Srbija, Singapur in Tajska.

Slika 1. Udeleženci IYPT 2008 pred poslopjem Osnovne šole Petar Berislavić v Trogiru, kjer je potekala večina tekmovanja.

Dobro leto dni pred tekmovanjem mednarodni organizacijski komite IYPT objavi besedila 17 nalog oziroma problemov, ki jih bodo udeleženci reševali na naslednjem tekmovanju. Ekipe dijakov nato te probleme več mesecev preučujejo z vsemi sredstvi, ki so jim na voljo. Opravljajo samostojne raziskave in meritve, iščejo informacije po literaturi in svetovnem spletu ter diskutirajo z učitelji in strokovnjaki. Nato morajo pripraviti 15-minutno računalniško predstavitev svojih dognanj. Nekaj najbolj „težavnih“ problemov lahko tudi izpustijo, saj je na tekmovanju možno brez posledic zavrniti razpravo o največ treh problemih. Kot primer navajam besedila 3 nalog s tekmovanja IYPT 2008:

- Naloga št. 4: **Činele.** Če elektronsko bliskavko spraznimo v bližini činel, činele zazvenijo. Pojasni nastanek tega pojava in razišči ustrezne parametre.
- Naloga št. 14: **Faradayev generator.** Izdelaj električni generator za enosmerni tok. Razišči električne lastnosti naprave in določi njen izkoristek.
- Naloga št. 16: **Črna žlica.** Kovinsko žlico postavi v plamen sveče tako, da počrni. Če žlico zatem potopiš v vodo, opaziš zrcalni sijaj. Razišči ozadje pojava in določi optične lastnosti tovrstnega „zrcala“.



Slika 2. Ekipi Madžarske in Belorusije med „bojem“ na IYPT 2008

Tekmovanje poteka v obliki „fizikalnih bojev“, v katere so sočasno vključene 3 ekipe. Prva ekipa je poročevalka, druga igra vlogo nasprotnika, tretja pa vlogo recenzenta. Ekipa nasprotnika izbere eno izmed nalog in ekipa poročevalka mora javno predstaviti svoje rezultate in ugotovitve v povezavi s to nalogo. Nato nasprotniki poskušajo spodbiti predstavljena dognanja,

Slika 3. Vhod v kampus Univerze Nankai v Tianjinu, kjer bo tekmovanje IYPT 2009. Na fotografiji v sredini med kitajskima študentoma je avtorica prispevka.

zahtevajo dodatne razlage in sprašujejo o podrobnostih raziskav. Potem predstavnik ekipe recenzentov poda mnenje o nastopu tako poročevalca kot nasprotnika. Nazadnje sledijo še vprašanja sodnikov, ki so lahko namenjena katerikoli ekipi. Sodniško ekipo sestavlja 6–8 sodnikov, ki so po poklicu v glavnem srednješolski učitelji fizike in univerzitetni predavatelji. „Boj“ se konča z ocenami sodnikov. Nato ekipe zamenjajo vloge in postopek se ponovi, le da beseda tokrat teče o drugem problemu. Vsaka ekipa se pomeri v 5 bojih z ekipami iz različnih držav. O kombinacijah odloča žreb. Tri ekipe, ki zberejo najboljše sodniške ocene ter tako največ turnirskih točk, sodelujejo v zaključnem boju. V primerjavi s prejšnjimi boji je na tem boju izbor naloge prepuščen ekipi poročevalki. Kot na vsakem pravem turnirju je tudi na IYPT pomembna taktika. Precejšnjo prednost je namreč možno pridobiti s premišljenim izbiranjem nalog v posameznih bojih, kar tekmovanju daje dodatno zanimivost. Na tekmovanju v Trogiru je zmagala ekipa iz Nemčije, ki je navdušila s samozavestnim nastopom in profesionalno izvedenimi raziskavami. Na zadnjem mestu pa se je znašla ekipa Nizozemske, katere člani so bili precej pasivni in nezainteresirani za razprave.

Raziskovanje problemov s seznama IYPT je zanimiva možnost za aktivnosti dijakov v sklopu fizikalnih krožkov in projektnega dela, lahko pa je tudi osnova za raziskovalne naloge. Za eksperimentiranje po navadi ni treba imeti specialne merilne opreme, seveda pa lahko dijaki zaprosijo za pomoč na bližnjem inštitutu. Poleg raziskovanja in sodelovanja pri timskem delu je pomemben element priprave na tekmovanje izpopolnjevanje v angleščini. Vsi boji na tekmovanjih IYPT namreč potekajo v angleškem jeziku in dijaki se morajo naučiti ustreznih jezikovnih spretnosti za javno predstavitev svoje rešitve problema in tudi za komuniciranje v razpravi, ki sledi zatem.

Željo po sodelovanju na tekmovanjih IYPT je že izrazilo nekaj slovenskih srednjih šol. Vsi, ki bi se kakorkoli radi pridružili, se javite tajniku komisije DMFA za popularizacijo fizike v srednji šoli prof. Cirilu Dominku (Ciril@gimb.org) ali pa avtorici tega prispevka (Irena.Drevensek@ijs.si). Tekmovanje IYPT 2009 bo v Tianjinu na Kitajskem, kar pomeni, da bo glavni organizacijski problem, ki ga bo treba rešiti ob morebitni udeležbi slovenske ekipe, poravnava potnih stroškov. O postopku izbire in priprave ustrezne nacionalne ekipe na društvu še razpravljamo, vsekakor pa bo odvisen od zbranih finančnih sredstev ter od števila zainteresiranih šol.

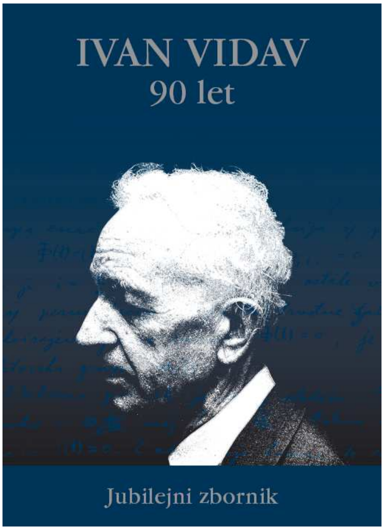
Dodatne informacije o IYPT so na voljo na spletni strani tekmovanja `http://www.iypt.org/`, kjer so tudi že objavljena besedila problemov za tekmovanje v letu 2009. Želim vam veliko raziskovalne vneme ob njihovem proučevanju.

Irena Drevenšek Olenik

NOVE KNJIGE

JUBILEJNI ZBORNIK: IVAN VIDAV – 90 LET, Matjaž Omladič (glavni urednik), DMFA–založništvo, Ljubljana 2008, 208 strani.

Ta lepo opremljena knjiga je izšla januarja 2008 ob devetdesetletnici akademika profesorja doktorja Ivana Vidava. Uvodnik je napisal Matjaž Omladič, ki je koncizno predstavil slavljenčevo odločilno vlogo v razcvetu slovenske matematike. Zanimiva je matematična genealogija profesorja Vidava, se pravi povezave med mentorji in doktorandi. Te se začnejo (omenili bomo le najbolj slavne predhodnike) pri Bernardu Bolzanu v Pragi, gredo čez Josefa Petzvala (slovaškega matematika in profesorja na Dunajski univerzi, ki ima eno najodličnejših mest v zgodovini fotografske in astronomske optike) do



Josipa Plemlja, pri katerem je Vidav doktoriral leta 1941. Nato se drevo močno razveji, saj je profesor Vidav imel 16 doktorandov. (Med nasledniki pa kot večkratni mentor izstopa Matjaž Omladič.)

Trije doktorandi so žal že preminuli. Rajko Jamnik se je ponesrečil v gorah leta 1983, France Križanič je umrl leta 2002, Niko Prijatelj pa leta 2003. Vsi preostali so za zbornik napisali spomine na sodelovanje z Vidavom. Nekaj teh prispevkov je bilo objavljeno v prvi letošnji številki Obzornika za matematiko in fiziko. Avtorji spominov so bili večkrat presenetljivo odkritosrčni, tako da je ta del knjige zanimivo branje tudi za tiste, ki bi radi spoznali druge slovenske matematike. Daljši prispevek ima Ciril Velkovrh, ki je dolga leta vodil Matematično knjižnico, obenem pa kot alfa in omega Komisije za tisk pri DMFA skrbel za izdajanje matematične literature in tudi druge organizacijske zadeve na Oddelku za matematiko. Spomine na Vidava iz oči študentke (prvič objavljene že leta 1986) je živahno napisala Marta Majcenovič Zabret.

Življenje in delo profesorja Vidava je na devetih straneh lepo opisal Milan Hladnik. Profesor Vidav je bil od leta 1954 do nekako leta 1978 vodilna oseba in nesporna avtoriteta na Oddelku za matematiko, ki je bil vključen v fakultete z imeni od Prirodoslovno-matematično-filozofske do Fakultete za naravoslovje in tehnologijo. Bil je predstojnik, dekan, vodilni raziskovalec ... Njegov vpliv na slovensko matematiko je bil v tem času izreden. Potem je iniciativo počasi prepuščal mlajšim kolegom, vendar je še leta 1985 skupaj z Nikom Prijateljem ustanovil izobraževalno smer podiplomskega študija matematike. V letu 1958 je postal dopisni, štiri leta kasneje pa redni član Slovenske akademije znanosti in umetnosti.

Podrobneje je o slavljenčevem znanstvenem delu za njegovo šestdesetletnico v OMF pisal France Križanič. Ta prispevek je, z nekaterimi dopolnitvami, znova objavljen v tem Zborniku. Prav tako je ponatisnjen privlačno napisan članek Boruta Zalarja o zgodovini Vidavovega izreka o karakterizaciji C^*-algeber. Anton Suhadolc je predstavil Vidavove članke, ki so povezani z matematično fiziko, se pravi področje, na katerem je delal tudi profesor Suhadolc sam in pri tem sodeloval z Vidavom, tako kot Ivan Kuščer.

Vsebina Vidavovih knjig (17 naslovov) je prav tako povzeta po recenzijah v Obzorniku, manjkajoče pa je dopolnil Milan Hladnik. Verjetno vsi poznamo *Višjo matematiko I*. Profesor Vidav se je odpovedal honorarju za to mnogokrat ponatisnjeno knjigo in tako pomagal drugim piscem, ki niso mogli računati na takšno število bralcev. Klasika sta v zbirki Sigma izdani knjigi *Rešeni in nerešeni problemi matematike* in *Števila in matematične teorije*, ki ju lahko kupimo tudi danes. Zadnja knjiga v Sigmi je *Teorija števil in elementarna geometrija, izbor člankov (1996)*. Kot učbenik je še zmeraj zelo dobrodošla *Algebra*, napisana jasno in pregledno kot vsa Vidavova dela.

Predavanja, ki jih je imel profesor Vidav, je naštel Milan Hladnik. Pred kratkim mi je Bojan Magajna povedal, da se je ob selitvi v novo stavbo odpovedal večini svojih zapiskov iz študentskih let, obdržal pa je zvezke z Vidavovimi predavanji iz Teorije analitičnih funkcij, ker so mu še zdaj zelo všeč. Tudi sam sem zapiske Vidavovih predavanj uporabil pri pripravi svojih. Profesor Hladnik je ob delu za zbornik zbral še mnogo več podatkov o zgodovini matematike na Univerzi v Ljubljani. K temu smo morali zaradi njegove vztrajnosti prispevati tudi tisti, ki sicer nismo najbolj navdušeni za brskanje po starih dokumentih. Prav bi bilo, da iz tega nastane nekaj člankov v Obzorniku ali posebna publikacija.

Janko Bračič je zgledno predstavil najvažnejše med več kot sedemdeset Vidavovimi prispevki v OMF od leta 1951 do leta 2006. Večinoma obravnavajo teorijo števil. Nekateri pa so bralce seznanjali z matematično snovjo, ki ni bila na seznamu takratnih predavanj. Uvod v Bračičev prispevek je bil ponatisnjen v prvi letošnji številki Obzornika.

Marija Vencelj, dolgoletna urednica Preseka, je opisala dobrih dvajset Vidavovih člankov v tej reviji za širšo publiko. Teme so večinoma iz geometrije in teorije števil. Med Presekovimi avtorji je sicer več matematikov raziskovalcev. Vendar pa med njimi profesor Vidav izstopa po stalnosti svojih prispevkov.

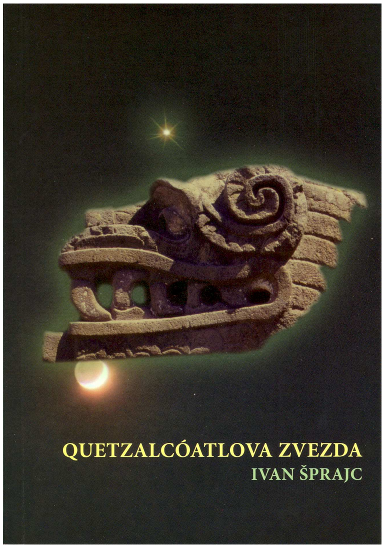
Darjo Felda in Milan Hladnik sta predstavila slavljenčevo delo v Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, kjer je bil v letih 1952–54 predsednik, od leta 1966 do leta 1992 pa urednik zbirke Knjižnica Sigma. Za društvo je pripravil precej seminarjev, predavanj in pomagal pri tekmovanjih. Tudi ta del zbornika je bil ponatisnjen v prvi letošnji številki OMF.

Knjiga je bogato opremljena s fotografskim gradivom, mnogimi skupinskimi slikami, opremljenimi z datumi in imeni oseb, tako da je tudi v tem pogledu dragocen dokument. Uredniki Mirko Dobovišek, Milan Hladnik, Edvard Kramar (odgovorni urednik), Matjaž Omladič (glavni urednik), Marko Petkovšek in Sašo Strle so zgledno opravili svoje delo. Pri tem so jim pomagali Agata Tiegl, Marija Vencelj, Nada in Marko Razpet (ki je izdelal genealoško drevo) ter Darjo Felda. Naj se tudi jaz zahvalim vsem za njihov trud, za katerega, kolikor vem, niso dobili honorarja.

Knjigo lahko naročite pri DMFA–založništvo po članski ceni 11,99 EUR.

Peter Legiša

Ivan Šprajc: QUETZALCÓATLOVA ZVEZDA: PLANET VENERA V MEZOAMERIKI, prevedla Zala Rott, Založba ZRC, Ljubljana 2006, 208 strani.



Maji neizogibno pritegnejo pozornost vseh, ki so si v Mehiki in sosednjih državah ogledali piramide. Zemljo so imeli za plosko in niso poznali kolesa, a so uvedli ničlo in številski sistem z mestno vrednostjo.

Slovenski prevod dela predstojnika Inštituta za antropološke in prostorske študije dr. Ivana Šprajca je nastal po originalu, ki je deset let pred tem izšel v španščini v Mehiki. Knjiga ne ponuja samo podatkov za morebitne turiste, ampak seže veliko globlje, čeprav „ni namenjena strokovnjakom za Mezoameriko ali arheoastronomijo“. Predgovoru in uvodu sledijo poglavja Potovanja klateške zvezde, Svete knjige, Dež in koruza, Vojna in žrtvovanje in Ideje in izvori. Na koncu je še veliko lepih barvnih prilog, sklepna razmišljanja in seznam virov.

Za bralce Obzornika je najbrž najbolj zanimivo začetno poglavje, posvečeno Veneri. Za Soncem in Luno najsvetlejšemu vesoljskemu telesu je veljala posebna pozornost prebivalcev Mezoamerike. Skrbno so zasledovali Venero na nebu in na tem gradili koledar in verovanje. Povezali so jo s Quetzalcóatlom, enim od „najpomembnejših in najkompleksnejših“ mezoameriških božanstev, stvarnikom, bogom življenja, rodovitnosti in vetra. Po pripovedovanju se je po odhodu proti vzhodu spremenil v Venero kot Danico. Prerokba, da se bo vrnil, je domačinom vzela voljo, da bi se odločno uprli španskim zavojevalcem. Knjiga osvetli pomen Venere v kulturi in življenju mezoameriških ljudstev.

Venera kot notranji planet se okoli Sonca giblje hitreje kot Zemlja. Maji so poznali njen sinodski obhodni čas 583,92 dneva ali približno 584 dni, po katerem se Venera vrne v enako lego na nebu. Pet krat 584 je enako 2920, kar da osem let po 365 dni. O številih 236, 90, 250, 8 je v svojih spominih poročal Richard Feynman, ki se je živo zanimal za Maje in o njih tudi predaval. Venero so videli 236 dni na vzhodnem nebu kot Danico, potem je 90 dni niso videli, ker je izginila za Soncem v vnanjo konjunkcijo, nato so jo videli 250 dni na zahodnem nebu kot Večernico, nakar je prišla za 8 dni pred Sonce v notranjo konjunkcijo. Razlika med 90 in 8 je nastala, ker Venera potuje po nebu počasneje, ko je bolj oddaljena od Sonca, in hitreje, ko je oddaljena manj. Razlika med 236 in 250 pa je najbrž posledica razlik v obliki vzhodnega in zahodnega obzorja. Knjiga podrobno pojasni obsežne tabele iz Dresdenskega kodeksa, ki rabi kot vir podatkov o Majih. Skoraj vse druge knjige so Španci zažgali. V nadaljnjih poglavjih izve bralec še veliko o Majih in nekaterih njihovih nenavadnih običajih. Tudi preostali del knjige je za bralca Obzornika zanimivo branje.

Janez Strnad

Herbert Zeitler in Dušan Pagon: KREISGEOMETRIE – GESTERN UND HEUTE: VON DER ANSCHAUUNG ZUR ABSTRAKTION, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 2007, 224 strani.

Pri znani nemški založbi Wissenschaftliche Buchgesellschaft (WBG Darmstadt) je lani izšla znanstvena monografija *Kreisgeometrie – gestern und heute.* Avtorja knjige sta Dušan Pagon in Herbert Zeitler.

Dr. Dušan Pagon je redni profesor na Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru in raziskovalec v skupini za geometrijo in topologijo na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko v Ljubljani. Doktoriral je leta 1982 na Moskovski državni univerzi pri prof. Alekseju Kostrikinu na področju neasociativne algebre. Dr. Herbert Zeitler je od leta 1991 upokojeni zaslužni profesor Matematičnega inštituta Univerze v Bayreuthu, na kateri je bil poldrugo desetletje vodja Oddelka za matematiko in specialno didaktiko matematike. Kot učenec Oskarja Perrona je preučeval predvsem končne geometrije in doktoriral na Univerzi v Kasslu. Leta 2000 je za svoje življenjsko delo prejel častni doktorat Univerze v Pécsi na Madžarskem.

Pričujoča knjiga temelji na zapiskih in gradivih dolgoletnih predavanj in seminarjev iz geometrije. Avtorja na primeru krožnice prikažeta postopno spreminjanje geometrije iz nazorne v abstraktno. Prvič ta pot poteka prek algebre, drugič pa prek aksiomatike. Prehod iz nazornega v abstrakcijo seveda ni značilen le za matematiko, ampak ga pogosto srečamo na različnih področjih – npr. v naravoslovju, književnosti, glasbi, likovni umetnosti in drugod.

Prva geometrijska spoznanja so stara več tisočletij, bolj sistematično pa so se s tem matematičnim področjem pričeli ukvarjati stari Grki. Sredi 19. stoletja se je do tedaj enotna in splošno priznana evklidska geometrija nepričakovano začela presenetljivo spreminjati. Iz nje so nastale številne nove geometrijske teorije, ki so se kasneje izkazale tudi kot učinkovito orodje pri pojasnjevanju naravnih pojavov v svetu ekstremno majhnih (atomi) ali ekstremno velikih (vesolje) razdalj.

Monografija *Kreisgeometrie* je razdeljena na štiri podrobno strukturirana poglavja. V prvem se sprehodimo skozi elementarno geometrijo; srečamo se z definicijami najpomembnejših pojmov z danega področja in spoznamo lastnosti glavnih preslikav, ki ohranjajo krožne strukture. Predstavljeni so tudi nekateri zelo zanimivi primeri uporabe krožnic in sfer v fiziki, tehniki, molekularni biologiji in celo v anatomiji.

V drugem poglavju sta se avtorja osredotočila na analitično proučevanje krožnic v smislu Reneja Descartesa (1596–1650). Tako se lahko oddaljimo od „nazorno definiranih“ pojmov in za preučevanje posameznih abstraktnih geometrijskih lastnosti uporabimo ves aparat algebre in matematične analize. V tem poglavju so izpeljane tudi enačbe nekaterih znanih krivulj, na primer za lemniskato in cisoido. Obenem avtorja mimogrede pojasnita izvor in pomen imen teh krivulj (ki so grškega izvora) in hkrati naštejeta matematike, ki so kot prvi obravnavali njihove značilne lastnosti.

V nadaljevanju drugega poglavja je predstavljena še analitična geometrija v smislu Karla F. Gaussa (1777–1855). Za začetek avtorja dvorazsežno geometrijo, preučevanje katere običajno temelji na polju realnih števil, prevedeta v jezik kompleksnih števil. Nato v tem poglavju spoznamo končne geometrije, ki jih je vpeljal Evariste Galois (1811–1832), Beniamino Segre (1903–1977), ki ga mnogi imenujejo kar „oče končne geometrije“, pa jim je posvetil kar 25 let svojega življenja. Njegovo delo je nadaljevalo več drugih pomembnih matematikov, ki so posploševali ideje iz končne geometrije na najrazličnejša področja, tako da so se nazadnje izkazale kot zelo uporabne v kvantni fiziki in informatiki.

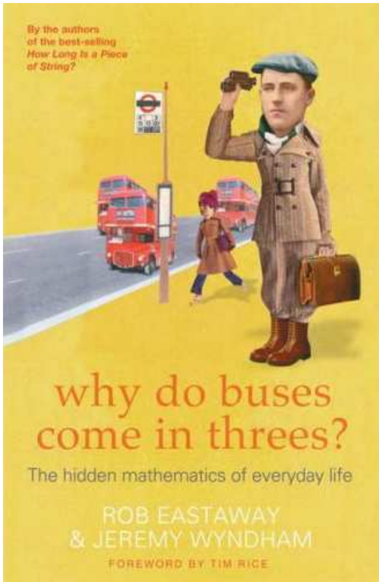
V tretjem in četrtem poglavju se avtorja vsebinsko vrneta k elementarni geometriji, vendar se opreta na aksiomatske zasnove posameznih geometrijskih modelov. Po splošni izpeljavi aksiomatike razvijeta geometrijo afine in Möbiusove ravnine.

Delo vključuje več novih originalnih rezultatov obeh avtorjev, ki sta vse gradivo sama opremila tudi s številnimi ilustracijami. Te na naraven način dopolnjujejo formalne izpeljave in pomembno prispevajo k nazornosti razlage. Navedeni so osnovni biografski podatki o znanih matematikih, ki so razvili obravnavane geometrijske modele. Vedno znova nas avtorja presenetita tudi z zanimivimi in matematični javnosti manj znanimi anekdotami iz življenja znamenitih matematikov. Ti vložki so dobrodošli, saj vedno znova popestrijo branje knjige in s tem spodbujajo bralca k razmišljanju in reševanju matematičnih problemov (nekaj tipičnih nalog je navedeno ob koncu vsakega poglavja).

Monografija *Kreisgeometrie* je tako zelo primerno gradivo za študente matematike, naravoslovja in tehnike, ki se na svojih študijskih področjih srečujejo z različnimi krožnimi strukturami. Napisana je v lepem in tekočem nemškem jeziku, razlaga poteka vedno dinamično in tudi najbolj zahtevni dokazi so popestreni z duhovitimi iskricami ter drugimi spodbudnimi mislimi.

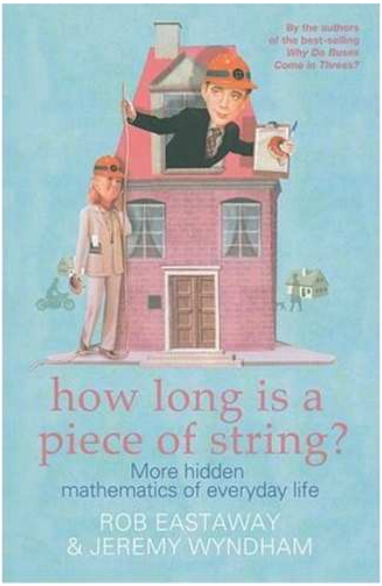
Leila Marek – Crnjac

DVE KNJIGI ZA POPULARIZACIJO MATEMATIKE



Knjiga **Why Do Buses Come in Threes?** [1] ima podnaslov *Skrita matematika vsakdanjega življenja (The hidden mathematics of everyday life).* Prvi avtor Rob Eastaway je znan kot sestavljavec ugank v časopisu Sunday Times in v reviji New Scientist. Je inženir in ekonomist in je diplomiral na Univerzi v Cambridgeu. Trenutno je predsednik britanskega društva The Mathematical Association, ki podpira matematično izobraževanje. Drugi avtor je (pokojni) Jeremy Wyndham, doktor fizikalnih znanosti, ki se je ukvarjal s tržnimi raziskavami.

Knjiga je razdeljena na 19 poglavij, denimo: *Kako razložiš „nepričakovana“ ujemanja?* in *Kako zmagam brez goljufanja?* (s podnaslovom: *Skoraj vse v življenju lahko analiziramo kot igro). Zakaj avtobusi prihajajo po trije?* razloži, da se to zgodi le redko. V prometnih konicah pa posebno proti koncu avtobusne proge pogosto pričakamo dva avtobusa naenkrat, saj prvi pobira skoraj vse potnike, kar ga upočasni. Bogastvo snovi v knjigi je presenetljivo. Vsebina je primerno predstavljena za nematematika, ob tem pa se tudi matematik ne bo dolgočasil. Knjiga je anglosaški pragmatizem v najboljši obliki. Za nas je sicer kaka podrobnost iz angleškega življenja manj razumljiva ali zanimiva. (Prvi avtor se recimo vse življenje ukvarja s statistiko pri kriketu, ki na celini ni ravno priljubljen šport. A to tudi pomeni, da športne statistike, ki v knjigi še zdaleč niso omejene na kriket, res dobro pozna.) Drugi avtor je bil dober igralec bridža in ima tako bogate izkušnje na področju iger. Eno najboljših se mi zdi poglavje o kodiranju in šifriranju. Na koncu imamo še vrsto številskih trikov, ki očarajo otroke.



Ista avtorja sta napisala še eno uspešnico: **How Long Is a Piece of String?** [2], ki ima podnaslov *Več skrite matematike v vsakdanjem življenju (More hidden mathematics of everyday life*). Urejena je podobno kot prva. Knjiga nastanek imen za dneve v tednu v nekaterih pomembnih svetovnih jezikih razloži takole. Babilonci so ure v dnevu imenovali po (takrat znanih) petih planetih, Soncu in Luni. Po času, ki ga ta nebesna telesa potrebujejo, da se vrnejo v začetno lego, so že zgodnji astronomi naredili takole hierarhijo: Saturn, Jupiter, Mars, Sonce, Venera, Merkur, Luna. Ta razpored se je ciklično ponavljal: Lunina ura, Saturnova ura, Jupitrova ura, Marsova ura ... Če se je prvi dan začel z Lunino uro, se je naslednji dan (po treh sedemurnih ciklih in še treh urah) začel z Marsovo uro, naslednji z Merkurjevo ... Tako smo, kot pravi knjiga, dobili sedemdnevni teden in Lunin dan, Marsov dan, Merkurjev dan ..., kar še danes uporabljajo Francozi. Edino nedelja je v romanskih jezikih postala Gospodov dan namesto Sončevega dne (kot je na primer v nemščini ali angleščini).

V naslednjem poglavju so obravnavane piramidne sheme (s podrobno analizo dogajanja v Albaniji v bližnji preteklosti) in nekatere bolj zapletene potegavščine. Poglavje *Kaj naredi glasbeno uspešnico?* razloži popularne ritme (zdi se, da smo se z nekaterimi rodili) in pomembnost prave mere pri vpeljavi novosti v popularni glasbi. *Ali je prevara?* razloži, kako so s presenetljivo preprosto statistično analizo razkrili ponarejevanje bilanc in podobne goljufije. *Zakaj pevci karaok zvenijo tako grozno?* pa zgledno razloži marsikaj s področja harmonije v glasbi. Spet imamo zanimivo poglavje o športu – tokrat o tem, koliko naključje odloča o zmagovalcu.

Edino, kar me pri tej drugi knjigi moti, je droben tisk. Sicer pa se je avtorjema v obeh knjigah posrečilo skoraj nemogoče: v slogu, ki je videti kot prijazno kramljanje, s šaljivimi ilustracijami in s sugestivnimi diagrami posredujeta veliko zelo zanimivih in – kolikor lahko sam rečem – korektnih informacij o uporabi matematike. Ker mi je knjigi posodil kolega Gorazd

Planinšič s fizikalnega oddelka, sklepam, da bodo ti deli enako dobro presojali tudi fiziki.

Ob branju obeh knjig se zavemo, koliko premišljevanja in računanja je pogosto vloženo v procese v vsakdanjem življenju, za katere kar privzamemo, da potekajo učinkovito in brezhibno. Vidno je tudi, da avtorja izhajata iz okolja, ki tovrstne dosežke in izboljšave zelo ceni.

Knjigi toplo priporočam.

LITERATURA

[1] R. Eastaway in J. Wyndham, *Why Do Buses Come in Threes?*, 3. natis, Robson Books, London 2006, 211 str.

[2] R. Eastaway in J. Wyndham, *How Long Is a Piece of String?*, Robson Books, London 2002, 182 str.

Peter Legiša

VESTI

VABILO

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije vabi k sodelovanju na strokovnem srečanju in 60. občnem zboru, ki bosta 7. in 8. novembra 2008 v Termah Olimia v Podčetrtku. Vodilna tema letošnjega strokovnega srečanja je **Preverjanje znanja**. Ker z ustreznim načinom preverjanja pozitivno vplivamo na učni proces in vzpodbudimo višje spoznavne procese, se bomo posvetili sodobnim metodam ugotavljanja predznanja ter znanja in razumevanja. Usmerili se bomo na konkretne primere pri pouku matematike, fizike in astronomije.

Svoje izkušnje in novosti s področja preverjanja znanja lahko predstavite:

- s prispevkom (20–30 minut, lahko tudi krajšim)
- s posterjem

Na voljo bodo grafoskop, projekcijsko platno in videoprojektor za prenos slike z računalnika. Računalnik s potrebno programsko opremo in druge pripomočke morajo predavatelji prinesti s seboj ali pa se morajo o tem poprej dogovoriti (sporočiti Janezu Krušiču).

Prosimo vas, da nam prispevke na to temo pošljete **do 15. septembra 2008** na naslov `Janez.Krusic@fmf.uni-lj.si`. Prijave morajo vsebovati:

- naslov prispevka
- ime in priimek avtorja (ali več avtorjev), naslov ustanove, kjer je avtor zaposlen, oziroma domači naslov in elektronski naslov
- kratek povzetek prispevka (pri velikosti črk 12pt naj ne presega pol strani A4)

Izjemoma lahko pošljete prijavo tudi po navadni pošti na naslov: **Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Janez Krušič, Jadranska ulica 19, 1000 Ljubljana**. V tem primeru morate dodati zapis tudi v elektronski obliki (disketa, CD, DVD).

Izbor prispevkov bo opravila in razvrstila po sekcijah posebna komisija, ki jo bo imenoval upravni odbor DMFA Slovenije. Povzetki bodo objavljeni v biltenu občnega zbora.

Ob letošnjem občnem zboru bomo pripravili tudi **6. konferenco fizikov v osnovnih raziskavah** in **2. slovensko srečanje matematikov raziskovalcev**. Vsa obvestila v zvezi z občnim zborom in strokovnim srečanjem bomo sproti objavljali na domači strani DMFA `http://www.dmfa.si/`.

Predsednik DMFA Slovenije:
prof. dr. Milan Hladnik

2. SLOVENSKO SREČANJE MATEMATIKOV RAZISKOVALCEV
Hotel Sotelia, Terme Olimia, 7. in 8. november 2008

Lansko leto smo v okviru sekcij za raziskovalno in uporabno matematiko pri DMFA Slovenije uspešno izvedli 1. slovensko srečanje matematikov raziskovalcev. V programu je s prispevki sodelovalo 13 matematikov s treh slovenskih univerz, izvedbo srečanja pa je podprl tudi Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko.

Tudi letos bomo pripravili podobno srečanje. V program bomo vključili:

- strokovne prispevke;
- nove raziskovalne dosežke;
- nove publikacije;
- širšemu krogu matematikov zanimive rezultate s področij
  - teoretične matematike,
  - uporabne matematike ali
  - interdisciplinarnih raziskav;
- poseben sklop predstavitev novih doktorskih disertacij;
- okroglo mizo o problematiki raziskovalnega dela.

Vljudno vas **vabimo k vnaprejšnji prijavi prispevkov**, na podlagi katere bomo oblikovali program srečanja. Osnovno informacijo o svojem prispevku (ime avtorja in ustanove, naslov ter povzetek prispevka) nam sporočite na e-naslov `raziskovalna.mat@dmfa.si`, po možnosti do začetka septembra.

Predvidena kotizacija za udeležbo je 40 EUR (za člane DMFA). Druge informacije v zvezi z izvedbo srečanja in možnostmi namestitve bodo na voljo v začetku oktobra.

V upanju, da se srečamo v Olimju, vas lepo pozdravljamo.

Tomaž Pisanski, Emil Žagar in Boštjan Kuzman

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, MAJ 2008
Letnik 55, številka 2
ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici sta skulpturi *Izmuzljivost* (2006, bron) in *Spokojnost* (2007, hruškovina) Franca Savnika (glej članek na strani 81).