

# Priprave na MMO 2024 – 7. domača naloga

1. Poiščite vse nekonstantne polinome  $P, Q \in \mathbb{R}[x]$ , ki zadoščajo enakosti

$$P(Q(x)) = P(x)Q(x) - P(x)$$

za vsa realna števila  $x$ .

2. Poišči vse polinome  $P \in \mathbb{Z}[x]$ , za katere velja, da je  $P(P(n) + n)$  praštevilo za neskončno mnogo celih števil  $n$ .
3. Poišči vse polinome  $P \in \mathbb{R}[x]$ , za katere velja

$$P(x)P(x + 1) = P(x^2 - x + 3)$$

za vsa realna števila  $x$ .

4. Poišči vsa naravna števila  $n \geq 2$ , za katera obstaja tako naravno število  $m > 1$  in polinom  $P \in \mathbb{Z}[x]$ , da veljajo naslednji pogoji:

- števili  $m$  in  $n$  sta si tuji,
- števila  $P(0), P^2(0), \dots, P^{m-1}(0)$  niso deljiva z  $n$ ,
- število  $P^m(0)$  je deljivo z  $n$ .

*Opomba:* S  $P^k$  označimo  $k$ -to iteracijo polinoma  $P$ , torej  $P^k(x) = \underbrace{P(P(\dots P(x) \dots))}_k$ .

---

Naloga rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **3. 3. 2024** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference. Standardne literature (knjige *Altius*, *Citius*, *Fortius* in e-revije *Brihtnež*) ni potrebno navajati.

---

## Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani(-a) ..... (ime in priimek) izjavljam, da sem vse naloge reševal(-a) samostojno in brez pomoči drugih oseb.

..... (kraj in datum)

Podpis: