

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



--

Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2013/14

1. skupina: Poslovna matematika

Sreda, 5. marec 2014

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. NALOGA

Turistična agencija KLAS vsako leto prepelje nekaj tisoč gostov na razne kraje po Sloveniji in Evropi na enodnevne ali večdnevne izlete z visoko turističnimi avtobusi I. kategorije (34–49 sedežni) in II. kategorije (50–55) ter mini busi (16–17 sedežni).

- a) V zadnjih treh mesecih preteklega leta je na počitnice prepeljala turiste s 84 avtobusi II. kategorije (55 sedežni).

Izračunajte, s koliko avtobusi I. kategorije (49 sedežni) bo turistična agencija v prvem polletju leta 2014 prepeljala turiste, če pričakuje 30 % nižje povpraševanje po turistični ponudbi zaradi recesije?

3 točke

- b) Za prevoz dijakov na strokovno ekskurzijo je bilo potrebnih 8 avtobusov s po 50 sedeži, če se je ekskurzije udeležilo 88 % vseh vpisanih učencev. Koliko avtobusov (zaokroženo na celo število) s po 55 sedeži bo potrebnih za organizacijo športnega dne, če se pričakuje, da bo odsotnih kar 30 % vseh vpisanih dijakov, ker so zaradi zdravstvenih razlogov oproščeni športne vzgoje? Upoštevajte, da bodo avtobusi za športni dan, zaradi prevozov na različne lokacije, zasedeni povprečno 85 %.

4 točke

2. NALOGA

V nekem kraju so se odločili vpisati v Guinnessovo knjigo rekordov z največjo kakijevo pito na svetu. Za peko potrebujejo 2 toni in 23 kg kakijev.

- a) Dogovorili so se, da bodo potrebno količino kakijev priskrbeli tako, da bodo potrebne količine prispevali trije okoliški sadjarji, in sicer premo sorazmerno z velikostjo posestva in obratno sorazmerno z oddaljenostjo. Izračunajte, koliko kg kakijev prispeva posamezni sadjar.

3 točke

Tabela 1: Potrebna količina kakijev okoliških sadjarjev

Sadjarji	Velikost posestva v ha	Oddaljenost v km
Jože	50	20
Franko	75	40
Milan	105	10

Vir: Prirejeni podatki

- b) Štirje lokalni gostinci so ugotovili, da bi bila prireditev izjemna priložnost za promocijo. Odločili so se, da bodo potrebno količino prispevali v celoti sami, in sicer tako, da bo prvi prispeval dvakrat več kot drugi, tretji pol manj kot drugi, četrti pa 202,5 kg več kot prvi.
- Koliko kg kakijev prispeva posamezni lokalni gostinec?
 - Koliko kg več kakijev prispeva četrti gostinec od drugega? Izrazi tudi v %!

4 točke

3. NALOGA

Jure se zanima za nov model avtomobila, ki stane 9.450,00 EUR.

- a) Odločil se je, da bo počakal na promocijsko akcijo v decembru, v kateri prodajalec v prodajalni A obljublja 25 % popust. Koliko EUR bo Jure »prihranil«?

1 točka

- b) Za koliko % se mora znižati cena avtomobila, če Jure ne želi plačati več kot 8.525,00 EUR?

2 točki

- c) Enak avtomobil ponujajo tudi v sosednji prodajalni B. Ceno 9.450,00 EUR so v tej prodajalni najprej znižali za 5 %, nato povišali za 5 %, na koncu ponovno znižali za 5 %. Se Juretu splača avtomobil kupiti v prodajalni A ali v prodajalni B?

4 točke

4. NALOGA

Prodali smo nepremičnino in zanjo dobili kupnino v znesku 58.700,00 EUR. Denar smo vložili na banko, ki obrestuje vloge po navadnem obrestnem računu. Časovno obdobje je podano v mesecih.

- a) Koliko obresti dobimo za 58.700,00 EUR po enem letu in štirih mesecih obrestovanja, če je obrestna mera 4,80 %?

1 točka

- b) Kolikšna bi morala biti obrestna mera, da bi bile obresti 15,00 % večje od izračunanih v prvem delu naloge?

3 točke

- c) Koliko časa (let in dni) bi se morala obrestovati dobljena kupnina, da bi lahko z obrestmi vred dvignili 65.000,00 EUR, če bi ves čas obrestovanja veljala 5,00-% letna obrestna mera? Izpeljite obrazec za izračun časa obrestovanja.

3 točke



Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2013/14

2. skupina: Statistika

Sreda, 5. marec 2014

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. NALOGA

Družba *Krojaček d. o. o.* je s proizvodnjo začelo v letu 2008. Ob koncu prvega leta so ustvarili promet v vrednosti 560.000 EUR. Tega leta so izdelali naslednje število oblačil (Tabela 1).

Tabela 1: **Količina proizvodnje po vrstah oblačil v družbi *Krojaček d. o. o.* leta 2008**

Vrsta oblačil	Število proizvodov
Pulover	8.241
Srajca	7.281
Hlače	5.921
Krilo	1.932
Jakna	2.561
Skupaj	

Vir: Prirejeni podatki

a) Izračunajte strukturo proizvodnje po vrsti oblačil za prvo leto poslovanja in jih izrazite v odstotkih (*na dve decimalni mesti natančno*).

2 točki

b) Strukturo proizvodnje po vrsti oblačil grafično prikažite s strukturnim stolpcem.

3 točke

Tabela 2: **Struktura proizvodnje po vrsti oblačil v družbi *Krojaček d. o. o.* leta 2008**

Vrsta oblačila	Struktura v %
Pulover	
Srajca	
Hlače	
Krilo	
Jakna	
Skupaj	

Naslednje leto so letni promet povečali za 180.000 EUR. Po letu 2010, ko so poslovali najuspešnejše (promet je znašal 990.000 EUR), je prodaja začela upadati. Tako so leta 2011 ustvarili 620.000 EUR prometa, leta 2012 pa samo 400.000 EUR.

- c) Prikažite spremembe prometa v družbi *Krojaček d. o. o.* iz leta v leto z ustreznimi indeksi (*na eno decimalno mesto natančno*).

2 točki

Tabela 3: Promet v družbi *Krojaček d. o. o.* v letih od 2008 do 2012

Leto	Promet v EUR	
2008		
2009		
2010		
2011		
2012		

2. NALOGA

Za družbo *Čeveljček d. o. o.* imate dane indekse s stalno osnovo za prodajo po mesecih v letu 2012, vrednost prodaje za mesec september in število prodajalcev po mesecih:

Tabela 4: **Prodaja za mesec september, indeksi s stalno osnovo za prodajo in število prodajalcev za zadnje štiri mesece v letu 2012 v družbi Čeveljček d. o. o.**

Mesec	September	Oktober	November	December
Prodaja v tisoč EUR	175			
$I_{j/sept}$	100	102,5	100,0	101,9
Srednje število prodajalcev	6	5	6	7

Vir: Prirejeni podatki

a) Razložite indeksa za mesec oktober in november 2012.

2 točki

b) Izračunajte vrednost prodaje po mesecih za obdobje od oktobra do decembra 2012.

2 točki

c) Izračunajte povprečno vrednost prodaje na prodajalca za obdobje od septembra do decembra 2012.

3 točke

3. NALOGA

V gostišču *Zlata vilica* so ob koncu leta pripravili pregled prodaje kosil v zadnjih letih. Analitik je pripravil podatke o gibanju prodaje. Zaradi pomanjkanja barve v tiskalniku pa njegovo »poročilo« ni bilo popolno. Pomagajte mu dopolniti podatke, tako da tabelo izpolnite in vstavite manjkajoče podatke v besedilo.

4 točke

Tabela 5: Število prodanih kosil v podjetju *Zlata vilica* v letih od 2007 do 2013

Leto	Št. prodanih kosil	$I_{j/2009}$	V_j	S_j
2007	153.533	91,3		
2008	131.432			
2009	168.224	100,0		
2010	107.121			
2011	167.721		156,6	
2012	126.617			-24,5
2013	124.784			

Vir: Prirejeni podatki

Dopolnite besedilo in vstavite ustrezne odstotke oziroma obkrožite pravi odgovor.

Kot je razvidno iz tabele, je bilo število prodanih kosil v gostišču leta 2008 za _____ % _____ kot leta 2007.

1 točka

Število prodanih kosil se je v zadnjem letu (2013) glede na leto 2009 _____ za _____ %.

1 točka

Leta 2012 so v gostišču prodali _____ kosil **več / manj** kot leta 2011 oziroma _____ % **več / manj** kot leta 2011.

1 točka

4. NALOGA

Za 180 delavcev storitvenega podjetja *Mojster* imamo dane relativne frekvence po razredih, oblikovane za število dni letnega dopusta za leto 2013:

Tabela 6: **Relativne frekvence za frekvenčno porazdelitev števila dni dopusta za 180 delavcev storitvenega podjetja *Mojster***

Število dni dopusta	f_j^0	f_j	F_j	F_j^0
18–20	0,075			
21–23	0,175			
24–26	0,275			
27–29	0,200			
30–32	0,175			
33–35	0,100			
Skupaj	1,000			

Vir: Prirejeni podatki

- a) Izračunajte vse manjkajoče podatke in jih vstavite v Tabelo 6. **3 točke**
- b) Koliko delavcev je imelo od 24 do 26 dni dopusta? **1 točka**
- c) Koliko delavcev je imelo do 32 dni dopusta? **1 točka**
- d) Koliko % delavcev je imelo 30 do 32 dni dopusta? **1 točka**
- e) Koliko % delavcev je imelo do 26 dni dopusta? **1 točka**

Naloge

Ime in priimek: _____

Razred: _____ Mentor: _____

N1	N2	N3	N4

Naloge rešuj samostojno. Uporaba zapiskov ali literature ni dovoljena.
Uporaba žepnega računalja je dovoljena.

Za reševanje imaš na voljo 120 minut. Vsaka naloga je vredna 20 točk. Veliko uspeha!

1. Tabela prikazuje podatke o brezposelnosti v Republiki Sloveniji v prvih devetih mesecih leta 2013. Prikazano je število registriranih brezposelnih oseb, število aktivnih prebivalcev Slovenije in stopnja registrirane brezposelnosti.

Mesec	Število registriranih brezposelnih oseb	Aktivno prebivalstvo	Stopnja registrirane brezposelnosti
januar	124 258	912 969	13,6103 %
februar	124 162	912 929	
marec	123 651	912 702	
april	123 072		13,46024 %
maj	122 172		13,36706 %
junij	121 244	913 064	13,2788 %
julij		911 502	13,2373 %
avgust		909 844	13,2057 %
september	119 542	910 192	13,1337 %

Vir: Statistični urad Republike Slovenije

V tej nalogi vse rezultate, ki so v odstotkih, zaokroži na štiri decimalna mesta.

- a) Nekateri podatki v tabeli so izpuščeni. Izračunaj manjkajoče podatke. [6 točk]
- b) Kolikšno je bilo povprečno število brezposelnih oseb v prvih devetih mesecih v Sloveniji? Kolikšna je bilo povprečna stopnja registrirane brezposelnosti? [4 točke]

c) V katerem mesecu je bilo največ brezposelnih oseb, v katerem najmanj? V katerem mesecu je bila stopnja registrirane brezposelnosti najvišja, v katerem najnižja? [4 točke]

d) V katerem mesecu je število brezposelnih (glede na pretekli mesec) najbolj padlo, v katerem najmanj? V katerem mesecu je stopnja registrirane brezposelnosti (glede na pretekli mesec) najbolj padla, v katerem najmanj? [6 točk]

2. Trgovec je z dobaviteljem dogovorjen za poplačilo neplačanih obveznosti v treh polletnih zneskih v višini 15 000 EUR, kjer bo prvi obrok plačan takoj, zadnji pa čez natanko eno leto. Ker pa trgovec nima zadostnih sredstev za plačilo prvega obroka, se z dobaviteljem dogovori za poplačilo celotnega dolga z 12 mesečnimi obroki, kjer bo prvi obrok plačan čez en mesec, zadnji pa čez eno leto.

V tej nalogi vse rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

a) Določi višino mesečnega obroka, če je letna obrestna mera 7,20 %, in je obrestovanje mesečno po relativni obrestni meri. [14 točk]

b) Določi višino trgovčevega začetnega dolga. [6 točk]

3. Spodnja preglednica prikazuje trenutne efektivne obrestne mere za različna dospetja z zveznim obrestovanjem. Čas t merimo v letih.

t	1	2
$R(0, t)$	5,00 %	5,80 %

V tej nalogi vse rezultate v evrih in odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Kuponska obveznica z nominalno vrednostjo 100 EUR in dospetjem 2 leti izplačuje letne kupone po 6% nominalni obrestni meri, prvega čez natanko eno leto. Določi njeno ceno v času 0. [7 točk]
- b) Druga kuponska obveznica istega izdajatelja ima nominalno vrednost 100 EUR, dospetje čez 3 leta in izplačuje letne kupone po 5,50% nominalni obrestni meri, prvega čez natanko eno leto. Njena cena v času 0 je 98 EUR. Določi obrestno mero $R(0, 3)$. [6 točk]
- c) Paritetna donosnost za dospetje obveznice je nominalna obrestna mera kuponov, pri kateri bi bila cena obveznice enaka njeni nominalni vrednosti. Izračunaj paritetno donosnost obveznice iz naloge b). [7 točk]

4. Na valutnem trgu je trenutni menjalni tečaj med britanskim funtom in švicarskim frankom enak $1 \text{ GBP} = 1,4881 \text{ CHF}$. Trimesečna netvegana efektivna obrestna mera z zveznim obrestovanjem za britanski funt je $R_{\text{GBP}} = 0,5225\%$. Na trgu so na voljo trimesečni valutni terminski posli za nakup funtov s franki z izročitvenim menjalnim tečajem $K = 1,4865$.
- a) Kolikšna je netvegana efektivna trimesečna obrestna mera za švicarski frank, če na trgu ni arbitražne priložnosti? Rezultat v odstotkih zaokroži na štiri decimalna mesta. [10 točk]
- b) Opiši arbitražno priložnost, če znaša netvegana efektivna trimesečna obrestna mera za švicarski frank $R_{\text{CHF}} = 0,1000\%$. [10 točk]

List s formulami

Terminski posli

- na delnice brez dividend:

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t}, K = F_0, \\ V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}.$$

- na delnice z dividendo:

$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t} - I_t(1 + R)^{T-t}, K = F_0, \\ V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}.$$

- na vrednostni papir z znanim donosom:

$$F_t = S_t\left(\frac{1+R}{1+R_0}\right)^{T-t}, K = F_0, \\ V_t = (F_t - K)(1 + R)^{-(T-t)}.$$

- na devizni menjalni tečaj:

$$F_t = S_t\left(\frac{1+R_d}{1+R_f}\right)^{T-t}, K = F_0, \\ V_t = N(F_t - K)(1 + R_d)^{-(T-t)}, \\ V_t^1 = (F_t - K)(1 + R_d)^{-(T-t)}.$$

- dogovor o terminski obrestni meri:

$$K = R(0, S, T) = \frac{1}{T-S} \left(\frac{1+R(0,T)T}{1+R(0,S)S} - 1 \right), \\ V_t = N(T - S)(R(t, S, T) - K) \cdot \frac{1}{1+R(t,T)(T-t)}, \\ V_S = N \cdot (T - S) \cdot (R(S, T) - K) \cdot \frac{1}{1+R(S,T)(T-S)}.$$

Opcije

- izplačilo:

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\}, \\ P_T = \max\{K - S_T, 0\}.$$

- premija v času t , če osnovni vrednostni papir ne izplačuje dividend:

$$\max\{S_t - K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t, \\ \max\{K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

- evropska nakupno - prodajna enakost, če ni dividend:

$$p_t + S_t = c_t + K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

- premija v času t , če osnovni vrednostni papir izplača dividendo:

$$\max\{S_t - K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} - I(t, T), 0\} \leq c_t \leq S_t, \\ \max\{K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} - S_t + I(t, T), 0\} \leq p_t \leq K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

($I(t, T)$) je vrednost v času t vseh dividend izplačanih od t do T .)

- evropska nakupno - prodajna enakost, če osnovni vrednostni papir izplača dividendo:

$$p_t + S_t = c_t + K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} + I(t, T),$$



Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2013/14

1. skupina: Poslovna matematika

Sreda, 5. marec 2014

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

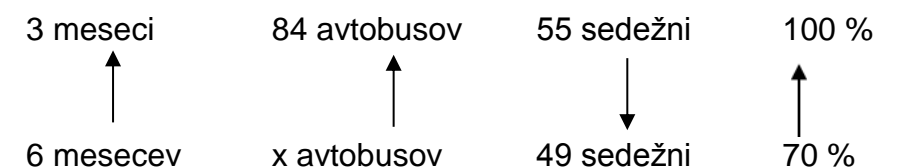
1. NALOGA

Turistična agencija KLAS vsako leto prepelje nekaj tisoč gostov na razne kraje po Sloveniji in Evropi na enodnevne ali večdnevne izlete z visoko turističnimi avtobusi I. kategorije (34–49 sedežni) in II. kategorije (50–55) ter mini busi (16–17 sedežni).

a) V zadnjih treh mesecih preteklega leta je na počitnice prepeljala turiste s 84 avtobusi II. kategorije (55 sedežni).

Izračunajte, s koliko avtobusi I. kategorije (49 sedežni) bo turistična agencija v prvem polletju leta 2014 prepeljala turiste, če pričakuje 30 % nižje povpraševanje po turistični ponudbi zaradi recesije?

3 točke



$$x = \frac{84 \times 6 \times 55 \times 70}{3 \times 49 \times 100} = \underline{\underline{132 \text{ avtobusov}}}$$

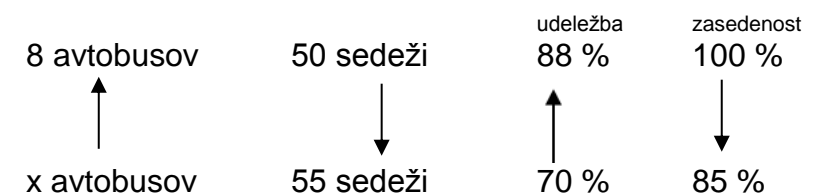
1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje) in določitev vrste sorazmerij

1 točka – zapis ulomka

1 točka – rezultat in odgovor

b) Za prevoz dijakov na strokovno ekskurzijo je bilo potrebnih 8 avtobusov s po 50 sedeži, če se je ekskurzije udeležilo 88 % vseh vpisanih učencev. Koliko avtobusov (zaokroženo na celo število) s po 55 sedeži bo potrebnih za organizacijo športnega dne, če se pričakuje, da bo odsotnih kar 30 % vseh vpisanih dijakov, ker so zaradi zdravstvenih razlogov oproščeni športne vzgoje? Upoštevajte, da bodo avtobusi za športni dan, zaradi prevozov na različne lokacije, zasedeni povprečno 85 %.

4 točke



$$x = \frac{8 \times 50 \times 70 \times 100}{55 \times 88 \times 85} = \underline{\underline{6,81 = 7 \text{ avtobusov}}}$$

1 točka – zapis podatkov (sklepna shema, sorazmerje)

1 točka – določitev vrste sorazmerij

1 točka – zapis ulomka

1 točka – rezultat in odgovor

2. NALOGA

V nekem kraju so se odločili vpisati v Guinnessovo knjigo rekordov z največjo kakijevo pito na svetu. Za peko potrebujejo 2 toni in 23 kg kakijev.

- a) Dogovorili so se, da bodo potrebno količino kakijev priskrbeli tako, da bodo potrebne količine prispevali trije okoliški sadjarji, in sicer premo sorazmerno z velikostjo posestva in obratno sorazmerno z oddaljenostjo. Izračunajte, koliko kg kakijev prispeva posamezni sadjar.

3 točke

Tabela 1: Potrebna količina kakijev okoliških sadjarjev

Sadjarji	Velikost posestva v ha	Oddaljenost v km
Jože	50	20
Franko	75	40
Milan	105	10

Vir: Prirejeni podatki

Sadjarji	Velikost posestva v ha $\uparrow \uparrow$	Oddaljenost v km $\uparrow \downarrow$	ERŠ	Odgovor
Jože	50	$\frac{1}{20}; 2$	100 x	340 kg
Franko	75	$\frac{1}{40}; 1$	75 x	255 kg
Milan	105	$\frac{1}{10}; 4$	420 x	1428 kg

$$\Sigma 595 x = 2023$$

$$\underline{x} = \underline{3,4}$$

1 točka – izračun razmerskih števil

1 točka – izračun x

1 točka – izračun q posameznega sadjarja

- b) Štirje lokalni gostinci so ugotovili, da bi bila prireditev izjemna priložnost za promocijo. Odločili so se, da bodo potrebno količino prispevali v celoti sami, in sicer tako, da bo prvi prispeval dvakrat več kot drugi, tretji pol manj kot drugi, četrti pa 202,5 kg več kot prvi.
- a. Koliko kg kakijev prispeva posamezni lokalni gostinec?
- b. Koliko kg več kakijev prispeva četrti gostinec od drugega? Izrazi tudi v %!

4 točke

Rešitev točke a:

Gostinci	Deleži	Odgovor
Prvi	2 x	662 kg
Drugi	x	331 kg
Tretji	0,5 x	165,50 kg
Četrti	2 x + 202,5	864,50 kg

$$2x + x + 0,5x + 2x + 202,5 = 2023$$
$$x = 331$$

1 točka določitev razlik med udeleženci

1 točka izračun x

1 točka izračun q posameznega gostinca

Rešitev točke b:

Četrti gostinec prispeva za 533,50 kg več od drugega, kar predstavlja 161,18 %.

1 točka izračun rezultata četrtega gostinca in %

3. NALOGA

Jure se zanima za nov model avtomobila, ki stane 9.450,00 EUR.

- a) Odločil se je, da bo počakal na promocijsko akcijo v decembru, v kateri prodajalec v prodajalni A obljublja 25 % popust. Koliko EUR bo Jure »prihranil«?

1 točka

$$x = 9.450,00 * 0,25 = \underline{\underline{2.362,50 \text{ EUR}}}$$

1 točka nastavitvev (enačbe, sklepne sheme...) in izračun prihranka

- b) Za koliko % se mora znižati cena avtomobila, če Jure ne želi plačati več kot 8.525,00 EUR?

2 točki

9.450,00 €	100 %
8.525,00 €	x %
<hr/> <hr/>		
X = 9,79 %		

1 točka nastavitvev (sklepne sheme, enačbe...)

1 točka izračun % in odgovor

- c) Enak avtomobil ponujajo tudi v sosednji prodajalni B. Ceno 9.450,00 EUR so v tej prodajalni najprej znižali za 5 %, nato povišali za 5 %, na koncu ponovno znižali za 5 %. Se Juretu splača avtomobil kupiti v prodajalni A ali v prodajalni B?

4 točke

$$x = 9.450,00 * 0,95 * 1,05 * 0,95 = \underline{\underline{8.955,06 \text{ EUR}}}$$

2 točki izračun koeficientov in nastavitvev enačbe ali izračun cene po korakih

1 točka rezultat

1 točka odgovor

4. NALOGA

Prodali smo nepremičnino in zanjo dobili kupnino v znesku 58.700,00 EUR. Denar smo vložili na banko, ki obrestuje vloge po navadnem obrestnem računu. Časovno obdobje je podano v mesecih.

- a) Koliko obresti dobimo za 58.700,00 EUR po enem letu in štirih mesecih obrestovanja, če je obrestna mera 4,80 %?

1 točka

$$G = 58.700,00 \text{ EUR}$$

$$m = 1 \text{ leto in 4 mesecev} = 16 \text{ mesecev}$$

$$p = 4,80 \%$$

$$o = ?$$

$$o = \frac{G \times p \times m}{1200} = \frac{58700 \times 4,8 \times 16}{1200} = \underline{\underline{3.756,80 \text{ EUR}}}$$

1 točka zapis obrazca, nastavitvev ter izračun obresti

- b) Kolikšna bi morala biti obrestna mera, da bi bile obresti 15,00 % večje od izračunanih v prvem delu naloge?

3 točke

- a. Izračun za 15,00 % večjih obresti

$$o = 3.756,80 \times 1,15 = \underline{\underline{4.320,32 \text{ EUR}}}$$

- b. Izračun obrestne mere

$$o = \frac{G \times p \times m}{1200} / 1200$$

$$1200 \times o = G \times p \times m / : (G \times m)$$

$$p = \frac{1200 \times o}{G \times m} = \frac{1200 \times 4320,32}{58700 \times 6} = \underline{\underline{5,52 \%}}$$

1 točka izračun obresti večjih za 15 %

1 točka izpeljava obrazca za obrestno mero

1 točka nastavitvev in izračun obrestne mere v %

- c) Koliko časa (let in dni) bi se morala obrestovati dobljena kupnina, da bi lahko z obrestmi vred dvignili 65.000,00 EUR, če bi ves čas obrestovanja veljala 5,00-% letna obrestna mera? Izpeljite obrazec za izračun časa obrestovanja.

3 točke

$$G = 58.700,00 \text{ EUR}$$

$$G^+ = 65.000,00 \text{ EUR}$$

$$p = 5,00 \%$$

$$\text{čas (let in dni)} = x$$

$$\text{Izračun obresti: } o = G^+ - G = \underline{6.300,00 \text{ EUR}}$$

$$o = \frac{G \times p \times l}{100} / \times 100$$

$$100 \times o = G \times p \times l / : (G \times p)$$

$$l = \frac{100 \times o}{G \times p} = \frac{100 \times 6300}{58700 \times 5} = \underline{2,15 \text{ let}}$$

1 točka izpeljava obrazca

1 točka nastavitvev in izračun časa obrestovanja na dve decimalni mesti

1 točka rezultat in odgovor => **2 leti in 55 dni**



Ime in priimek kandidata:

**ŠOLSKO TEKMOVANJE V ZNANJU
POSLOVNE MATEMATIKE IN STATISTIKE
za srednje šole**

Šolsko leto 2013/14

2. skupina: Statistika - rešitve

Sreda, 5. marec 2014

Čas pisanja: 12³⁰ do 14⁰⁰

Navodila kandidatom:

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Zaupajte vase in v svoje sposobnosti. Želimo vam veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. NALOGA

Družba *Krojaček d. o. o.* je s proizvodnjo začelo v letu 2008. Ob koncu prvega leta so ustvarili promet v vrednosti 560.000 EUR. Tega leta so izdelali naslednje število oblačil (Tabela 1).

Tabela 1: **Količina proizvodnje po vrstah oblačil v družbi *Krojaček d. o. o.* leta 2008**

Vrsta oblačil	Število proizvodov
Pulover	8.241
Srajca	7.281
Hlače	5.921
Krilo	1.932
Jakna	2.561
Skupaj	

Vir: Prirejani podatki

- a) Izračunajte strukturo proizvodnje po vrsti oblačil za prvo leto poslovanja in jih izrazite v odstotkih (*na dve decimalni mesti natančno*).

2 točki

1 točka nastavitve enačbe za izračun strukturnega deleža

1 točka pravilno izračuni strukturni deleži

Tabela 2: **Struktura proizvodnje po vrsti oblačil v družbi *Krojaček d. o. o.* leta 2008**

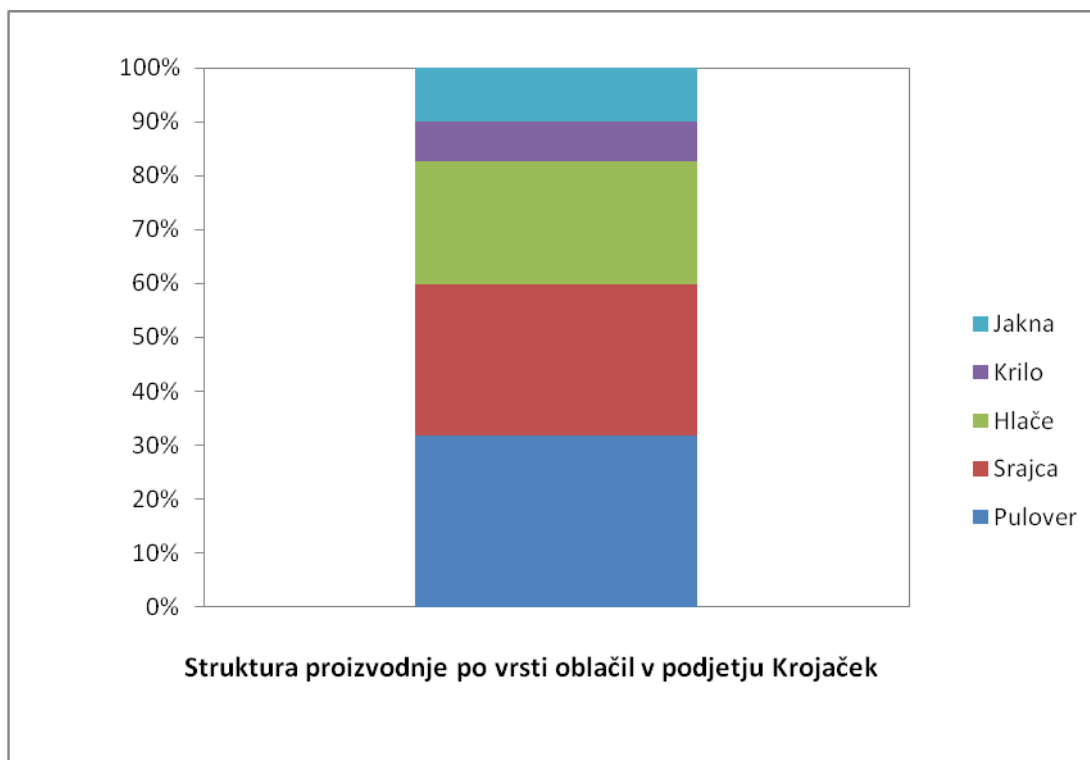
Vrsta oblačil	Struktura v %	Delne vsote za risanje grafikona
Pulover	31,77	31,77
Srajca	28,07	59,84
Hlače	22,83	82,67
Krilo	7,45	90,12
Jakna	9,87	100,00
Skupaj	100,0	

- b) Strukturo proizvodnje po vrsti oblačil grafično prikažite s strukturnim stolpcem.

3 točke

1 točka naslov, legenda, oznake osi

2 točki pravilno narisani grafikon



Naslednje leto so letni promet povečali za 180.000 EUR. Po letu 2010, ko so poslovali najuspešnejše (promet je znašal 990.000 EUR) je prodaja začela upadati. Tako so leta 2011 ustvarili 620.000 EUR prometa, leta 2012 pa samo 400.000 EUR.

c) Prikažite spremembe prometa v družbi *Krojaček d. o. o.* iz leta v leto z ustreznimi indeksi (*na eno decimalno mesto natančno*).

2 točki

0,5 točke za vsak pravilno izračunan verižni indeks (skupaj $4 \cdot 0,5 = 2$ točki)

Tabela 3: **Promet v družbi *Krojaček d. o. o.* v letih od 2008 do 2012**

Leto	Promet v EUR	V_j
2008	560.000	-
2009	740.000	132,1
2010	990.000	133,8
2011	620.000	62,6
2012	400.000	64,5

2. NALOGA

Za družbo *Čeveljček d. o. o.* imate dane indekse s stalno osnovo za prodajo po mesecih v letu 2012, vrednost prodaje za mesec september in število prodajalcev po mesecih:

Tabela 4: **Prodaja za mesec september, indeksi s stalno osnovo za prodajo in število prodajalcev za zadnje štiri mesece v letu 2012 v družbi Čeveljček d. o. o.**

Mesec	September	Oktober	November	December
Prodaja v tisoč EUR	175			
$I_{j/sept}$	100	102,5	100,0	101,9
Srednje število prodajalcev	6	5	6	7

Vir: Prirejeni podatki

a) Razložite indeksa za mesec oktober in november 2012.

2 točki

1 točka za vsako pravilno pojasnilo indeksa.

Oktober 2012: V mesecu oktobru je bila prodaja za 2,5 % večja kot meseca septembra.

November 2012: V mesecu novembru je bila prodaja enaka kot v mesecu septembru.

b) Izračunajte vrednost prodaje po mesecih za obdobje od oktobra do decembra 2012.

2 točki

2 točki za vse tri pravilno izračunane vrednosti prodaje (oktober, november in december)

1 točka za samo dve pravilno izračunani vrednosti prodaje

Mesec	September	Oktober	November	December
Prodaja v tisoč EUR	175	179,4	175,0	178,3
$I_{j/sept}$	100	102,5	100,0	101,9
Srednje število prodajalcev	6	5	6	7

c) Izračunajte povprečno vrednost prodaje na prodajalca za obdobje od septembra do decembra 2012.

3 točke

1 točka pravilno izračunana povprečna mesečna vrednost prodaje

1 točka pravilno izračunano povprečno mesečno število prodajalcev

1 točka pravilno izračunan povprečni koeficient

$$\bar{Y} = \frac{1}{4}(172+179,4+175,0+178,3)=\mathbf{176.925 \text{ EUR}}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{4}(6 + 5 + 6 + 7) = \mathbf{6 \text{ prodajalcev}}$$

$$\bar{K} = \frac{176.925 \text{ EUR}}{6 \text{ prodajalcev}} = \mathbf{29.487 \text{ EUR na prodajalca}}$$

3. NALOGA

V gostišču *Zlata vilica* so ob koncu leta pripravili pregled prodaje kosil v zadnjih letih. Analitik je pripravil podatke o gibanju prodaje. Zaradi pomanjkanja barve v tiskalniku pa njegovo »poročilo« ni bilo popolno. Pomagajte mu dopolniti podatke, tako da tabelo izpolnite in vstavite manjkajoče podatke v besedilu opombah.

4 točke

- 1 točka pravilno izračunani indeksi s stalno osnovo
- 1 točka pravilno izračunani verižni indeksi
- 1 točka pravilno izračunane stopnje rasti
- 1 dodatna točka za pravilno izpolnjeno celotno tabelo

Tabela 5: **Število prodanih kosil v podjetju *Zlata vilica* v letih od 2007 do 2013**

Leto	Št. prodanih kosil	$I_{j/2009}$	V_j	S_j
2007	153.533	91,3	-	-
2008	131.432	78,1	85,6	-14,4
2009	168.224	100,0	128,0	28,0
2010	107.121	63,7	63,7	-36,3
2011	167.721	99,7	156,6	56,5
2012	126.617	75,3	75,5	-24,5
2013	124.784	74,2	98,6	-1,4

Vir: Prirejeni podatki

Dopolnite besedilo in vstavite ustrezne odstotke oziroma obkrožite pravi odgovor.

Kot je razvidno iz tabele je bilo število prodanih kosil v gostišču leta 2008 za **14,4 % manj** kot leta 2007.

1 točka

Število prodanih kosil se je v zadnjem letu (2013) glede na leto 2009 **zmanjšalo** za **25,8 %**.

1 točka

Leta 2012 so v gostišču prodali **41104** kosil **več / manj** kot leta 2011, oziroma **24,5 % več / manj** kot leta 2011.

1 točka

4. NALOGA

Za 180 delavcev storitvenega podjetja *Mojster* imamo dane relativne frekvence po razredih, oblikovane za število dni letnega dopusta za leto 2013:

Tabela 6: **Relativne frekvence za frekvenčno porazdelitev števila dni dopusta za 180 delavcev storitvenega podjetja *Mojster***

Število dni dopusta	f_j^o	f_j	F_j	F_j^o
18–20	0,075	13	13	0,075
21–23	0,175	32	45	0,250
24–26	0,275	49	94	0,525
27–29	0,200	36	130	0,725
30–32	0,175	32	162	0,900
33–35	0,100	18	180	1,000
Skupaj	1,000	180		

Vir: Prirejjeni podatki

a) Izračunajte vse manjkajoče podatke in jih vstavite v Tabelo 6.

3 točke

1 točka pravilno izračunane relativne frekvence

1 točka pravilno izračunane kumulativne absolutnih frekvenc

1 točka pravilno izračunane kumulativne relativnih frekvenc

b) Koliko delavcev je imelo od 24 do 26 dni dopusta?

1 točka

49 delavcev.

c) Koliko delavcev je imelo do 32 dni dopusta?

1 točka

162 delavcev.

d) Koliko % delavcev je imelo 30 do 32 dni dopusta?

1 točka

17,5 % delavcev.

e) Koliko % delavcev je imelo do 26 dni dopusta?

1 točka

52,5 % delavcev.

Rešitve in točkovnik

Naloge rešuje vsak dijak samostojno. Uporaba zapiskov ali literature ni dovoljena. Uporaba žepnega računalnika je dovoljena.

Za reševanje je na voljo 120 minut. Vsaka naloga je vredna 20 točk.

N1	N2	N3	N4

* Točke z zvezdico so postopkovne točke in jih tekmovalec dobi tudi ob prenosu napake.

Točke brez zvezdice tekmovalec dobi le ob popolnem ujemanju rezultatov z objavljenimi rešitvami.

1. Tabela prikazuje podatke o brezposelnosti v Republiki Sloveniji v prvih devetih mesecih leta 2013. Prikazano je število registriranih brezposelnih oseb, število aktivnih prebivalcev Slovenije in stopnja registrirane brezposelnosti.

Mesec	Število registriranih brezposelnih oseb	Aktivno prebivalstvo	Stopnja registrirane brezposelnosti
januar	124 258	912 969	13,6103 %
februar	124 162	912 929	
marec	123 651	912 702	
april	123 072		13,46024 %
maj	122 172		13,36706 %
junij	121 244	913 064	13,2788 %
julij		911 502	13,2373 %
avgust		909 844	13,2057 %
september	119 542	910 192	13,1337 %

Vir: Statistični urad Republike Slovenije

V tej nalogi vse rezultate, ki so v odstotkih, zaokroži na štiri decimalna mesta.

- a) Nekateri podatki v tabeli so izpuščeni. Izračunaj manjkajoče podatke.

[6]

Rešitev

V tabeli so podatki, ki jih je potrebno izračunati, zapisani z rdečo.

Mesec	Število registriranih brezposelnih oseb	Aktivno prebivalstvo	Stopnja registrirane brezposelnosti
januar	124 258	912 969	13,6103 %
februar	124 162 (-96)	912 929	13,6004 % (-99)
marec	123 651 (-511)	912 702	13,5478 % (-526)
april	123 072 (-579)	914 337	13,46024 % (-876)
maj	122 172 (-900)	913 978	13,36706 % (-931)
junij	121 244 (-928)	913 064	13,2788 % (-883)
julij	120 658 (-586)	911 502	13,2373 % (-415)
avgust	120 151 (-507)	909 844	13,2057 % (-316)
september	119 542 (-609)	910 192	13,1337 % (-720)

Točkovanje

Za vsak pravilno izračunan podatek 1 točka.

Za nepravilne vrednosti damo 0 točk.

- b) Kolikšno je bilo povprečno število brezposelnih oseb v prvih devetih mesecih v Sloveniji? Kolikšna je bila povprečna stopnja registrirane brezposelnosti? [4]

Rešitev

Povprečno število brezposelnih oseb v prvih devetih mesecih leta 2013 v Sloveniji je bilo

$$\frac{124\,258 + \dots + 119\,542}{9} \doteq 122\,101,$$

povprečna stopnja registrirane brezposelnosti je bila

$$\frac{13,6103\% + \dots + 13,1337\%}{9} \doteq 13,3824\%.$$

Točkovanje

Za vsak pravilen odgovor 2* točki.

Samo za zapis formule za izračun povprečja kandidat skupaj prejme 1 točko.

- c) V katerem mesecu je bilo največ brezposelnih oseb, v katerem najmanj? V katerem mesecu je bila stopnja registrirane brezposelnosti najvišja, v katerem najnižja? [4]

Rešitev

Največ brezposelnih oseb je bilo v januarju, najmanj v septembru.

Stopnja registrirane brezposelnosti je bila najvišja v januarju, najnižja v septembru.

Točkovanje

Za vsak pravilen odgovor 1* točka.

- d) V katerem mesecu je število brezposelnih (glede na pretekli mesec) najbolj padlo, v katerem najmanj? V katerem mesecu je stopnja registrirane brezposelnosti (glede na pretekli mesec) najbolj padla, v katerem najmanj? [6]

Rešitev

Podatki o rasti/padcu števila brezposelnih in stopnje brezposelnosti so zapisani v drugem in četrtem stolpcu tabele v nalogi a) z modro barvo.

Spremembe stopnje brezposelnosti so zaradi nazornosti pomnožene z 10^6 .

Število brezposelnih je najbolj padlo v juniju (za 928), najmanj pa v februarju (za 96). Stopnja registrirane brezposelnosti je najbolj padla v maju (za 0,0931 %), najmanj pa v februarju (za 0,0099 %).

Točkovanje

Izračun večine mesečnih padcev števila brezposelnih 1* točka.

Pravilna izbira mesecev 2* točki.

Izračun večine mesečnih padcev stopnje registrirane brezposelnosti 1* točka.

Pravilna izbira mesecev 2* točki.

2. Trgovec je z dobaviteljem dogovorjen za poplačilo neplačanih obveznosti v treh polletnih zneskih v višini 15 000 EUR, kjer bo prvi obrok plačan takoj, zadnji pa čez natanko eno leto. Ker pa trgovec nima zadostnih sredstev za plačilo prvega obroka, se z dobaviteljem dogovori za poplačilo celotnega dolga z 12 mesečnimi obroki, kjer bo prvi obrok plačan čez en mesec, zadnji pa čez eno leto.

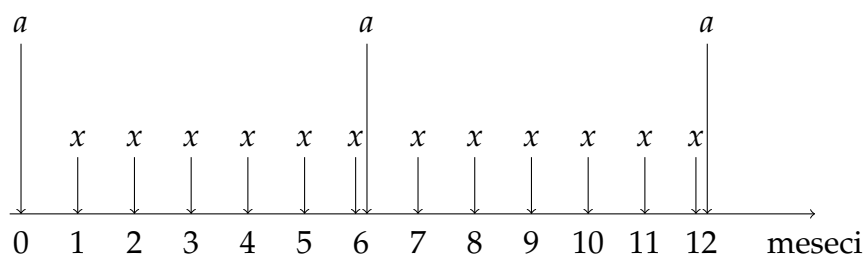
V tej nalogi vse rezultate v evrih zaokroži na dve decimalni mesti.

- a) Določi višino mesečnega obroka, če je letna obrestna mera 7,20 %, in je obrestovanje mesečno po relativni obrestni meri. [14]

Rešitev

V starem kreditu dolg odplačamo v treh polletnih obrokih $a = 15\,000$ EUR, v novem kreditu pa v 12 mesečnih obrokih v višini x .

Kredita sta ekvivalentna. Shema njunih denarnih tokov:



Letna obrestna mera je $p\% = 7,20\%$.

Mesečni obrestovalni faktor je $r = 1 + \frac{p}{1200} = 1,006$.

Redukcijski termin postavimo čez eno leto.

Načelo ekvivalence glavnice: Vplačila obeh kreditov preračunamo na redukcijski termin.

$$\begin{aligned} ar^{12} + ar^6 + a &= xr^{11} + xr^{10} + \dots + xr + x \\ a(r^{12} + r^6 + 1) &= x(r^{11} + r^{10} + \dots + r + 1) \\ a(r^{12} + r^6 + 1) &= x \cdot \frac{r^{12} - 1}{r - 1} \end{aligned}$$

Izrazimo

$$\begin{aligned}x &= \frac{a(r^{12} + r^6 + 1)(r - 1)}{r^{12} - 1} = \\ &= \frac{15\,000(1,006^{12} + 1,006^6 + 1)0,006}{1,006^{12} - 1} = 3\,762,05 \text{ EUR.}\end{aligned}$$

Točkovanje

Shema denarnih tokov (oz. razumevanje naloge) 3 točke.

Mesečni obrestovalni faktor 2 točki.

Enačba na osnovi ekvivalence glavnice 2 točki.

Vsota geometrijske vrste 2* točki.

Dobljen izraz za x in rezultat 2*+3 točke.

Točke kandidat prejme tudi, če račun zapiše pod nalogo (b). Upoštevamo tudi drugačne pristope, ki vodijo k pravi rešitvi.

- b) Določi višino trgovčevega začetnega dolga. [6]

Rešitev

Višino začetnega dolga označimo z G .

$$G = a + ar^{-6} + ar^{-12} = 15\,000(1 + 1,006^{-6} + 1,006^{-12}) = 43\,432,13 \text{ EUR}$$

Točkovanje

Uporaba ekvivalence glavnice 3* točke.

Rezultat 3 točke.

3. Spodnja preglednica prikazuje trenutne efektivne obrestne mere za različna dospelja z zveznim obrestovanjem. Čas t merimo v letih.

t	1	2
$R(0, t)$	5,00 %	5,80 %

V tej nalogi vse rezultate v evrih in odstotkih zaokroži na dve decimalni mesti.

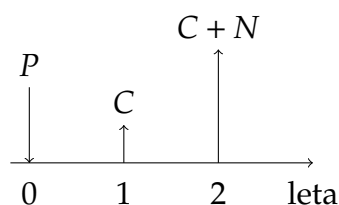
- a) Kuponska obveznica z nominalno vrednostjo 100 EUR in dospeljem 2 leti izplačuje letne kupone po 6% nominalni obrestni meri, prvega čez natanko eno leto. Določi njeno ceno v času 0. [7]

Rešitev

Nominalna vrednost obveznice je $N = 100$ EUR, dospelje $T = 2$.

Nominalna obrestna mera obveznice je $c = 6\%$.

Letna kupona sta $C = c \cdot N = 6$ EUR.



Ceno obveznice v času 0 določimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.

$$\begin{aligned} P &= C \cdot D(0, 1) + (C + N) \cdot D(0, 2) = \\ &= \frac{C}{1 + R(0, 1)} + \frac{C + N}{(1 + R(0, 2))^2} = \\ &= \frac{6}{1,05} + \frac{106}{1,058^2} = 100,41 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Točkovanje

Shema denarnih tokov in njihove vrednosti (oz. razumevanje obveznice) 2 točki.

Formula za vrednotenje obveznic, usklajena z besedilom naloge 2* točki.

Pravilno računanje diskontnih faktorjev 1 točka.

Cena obveznice 1*+1 točka.

Samo za zapis formule za vrednotenje obveznic kandidat prejme 1 točko.

- b) Druga kuponska obveznica istega izdajatelja ima nominalno vrednost 100 EUR, dospetje čez 3 leta in izplačuje letne kupone po 5,50 % nominalni obrestni meri, prvega čez natanko eno leto. Njena cena v času 0 je 98 EUR. Določi obrestno mero $R(0, 3)$. [6]

Rešitev

Nominalna vrednost obveznice je $N = 100$ EUR, dospetje $T = 3$.

Nominalna obrestna mera obveznice je $c = 5,50$ %.

Letni kuponi so $C = c \cdot N = 5,50$ EUR.

Cena obveznice je $P = 98$ EUR.

Uporabimo formulo za vrednotenje obveznic:

$$P = C \cdot D(0, 1) + C \cdot D(0, 2) + (C + N) \cdot D(0, 3)$$

Neznana obrestna mera nastopa v diskontnem faktorju $D(0, 3)$.

$$D(0, 3) = \frac{P_0 - C \cdot D(0, 1) - C \cdot D(0, 2)}{C + N} = \frac{98 - \frac{5,5}{1,05} - \frac{5,5}{1,058^2}}{105,5} = 0,8327.$$

Upoštevamo še $D(0, 3) = \frac{1}{(1+R(0,3))^3}$ in izračunamo

$$R(0, 3) = \frac{1}{\sqrt[3]{D(0, 3)}} - 1 = 6,29 \text{ %}.$$

Točkovanje

Formula za vrednotenje obveznice, usklajena z besedilom naloge, 2 točki.

Izračun diskontnega faktorja $D(0, 3)$ 1*+1 točka.

Izračun obrestne mere 1*+1 točka.

- c) Paritetna donosnost za dospetje obveznice je nominalna obrestna mera kuponov, pri kateri bi bila cena obveznice enaka njeni nominalni vrednosti. Izračunaj paritetno donosnost obveznice iz naloge b). [7]

Rešitev

Nominalna vrednost in cena obveznice sta $N = P' = 100$ EUR, letni kuponi C' so neznani. Uporabimo formulo za vrednotenje obveznic.

$$\begin{aligned} P' &= C' \cdot D(0,1) + C' \cdot D(0,2) + (C + N') \cdot D(0,3) = \\ &= C(D(0,1) + D(0,2) + D(0,3)) + N \cdot D(0,3) \end{aligned}$$

Od tod izrazimo in izračunamo

$$C' = \frac{P' - N \cdot D(0,3)}{D(0,1) + D(0,2) + D(0,3)} = \frac{100 - \frac{100}{1,0629^3}}{\frac{1}{1,05} + \frac{1}{1,058^2} + \frac{1}{1,0629^3}} = 6,24 \text{ EUR.}$$

Paritetna donosnost znaša $c' = \frac{C'}{N} = 6,24\%$.

Točkovanje

Formula za vrednotenje obveznice, usklajena z besedilom naloge ($P' = N$), 3 točke.

Izrazitev in izračun višine kupona C' 2*+1 točka.

Paritetna donosnost 1* točka.

Upoštevamo tudi rešitev, ki izhaja iz enakosti $P = N'$.

4. Na valutnem trgu je trenutni menjalni tečaj med britanskim funtom in švicarskim frankom enak $1 \text{ GBP} = 1,4881 \text{ CHF}$. Trimesečna netvegana efektivna obrestna mera za zvezno obrestovanje za britanski funt je $R_{\text{GBP}} = 0,5225\%$. Na trgu so na voljo trimesečni valutni terminski posli za nakup funtov s franki z izročitvenim menjalnim tečajem $K = 1,4865$.
- a) Kolikšna je netvegana efektivna trimesečna obrestna mera za švicarski frank, če na trgu ni arbitražne priložnosti?

Rezultat v odstotkih zaokroži na štiri decimalna mesta.

[10]

Rešitev

Izberemo funt za tujo in frank za domačo valuto.

Trenutni tečaj je 1 'tuja' = S_0 'domačih' oz. $1 \text{ GBP} = 1,4881 \text{ CHF}$.

Ker na trgu ni arbitražne priložnosti, mora veljati

$$K = S_0 \left(\frac{1 + R_{\text{CHF}}}{1 + R_{\text{GBP}}} \right)^T.$$

Od tod dobimo

$$R_{\text{CHF}} = \left(\frac{K}{S_0} \right)^{\frac{1}{T}} \cdot (1 + R_{\text{GBP}}) - 1.$$

Podano imamo $S_0 = 1,4881$, $K = 1,4865$, $T = \frac{1}{4}$ in $R_{\text{GBP}} = 0,005225$. Dobimo

$$R_{\text{CHF}} = \left(\frac{1,4865}{1,4881} \right)^4 \cdot 1,005225 - 1 = 0,000909.$$

Efektivna obrestna mera za švicarski frank je $R_{\text{CHF}} = 0,0909\%$.

Točkovanje

Zapis splošne formule za izročitveni menjalni tečaj 2* točki.

Uskladitev formule s podatki v besedilu naloge (konsistentna izbira valut) 3 točke.

Izrazitev in izračun obrestne mere R_{CHF} 3*+2 točki.

Možna je zamenjava vlog domače in tuje valute. Odgovore priznamo, če sta zapisani obratni vrednosti menjalnih tečajev.

- b) Opiši arbitražno priložnost, če znaša netvegana efektivna trimesečna obrestna mera za švicarski frank $R_{\text{CHF}} = 0,10\%$. [10]

Rešitev

Ker je obrestna mera za švicarske franke na trgu višja od ustrezne obrestne mere, porojene iz valutnega terminskega posla, moramo franke na trgu investirati.

Začetno investicijo izničimo s hkratno izposojjo britanskih funtov v enakovrednem znesku.

V času 0 si v britanski banki izposodimo N GBP, jih zamenjamo v franke in naložimo v švicarski banki.

Sklenemo še terminski posel za nakup nominalne vsote $N \cdot 1,005225^{0,25}$ britanskih funtov z izročitvenim menjalnim tečajem $K = 1,4865$.

Tako je naš denarni tok v času 0 enak 0.

Čez tri mesece s terminskim poslom kupimo $N \cdot 1,005225^{0,25}$ funtov po menjalnem tečaju 1,4865 in jih vrnemo britanski banki.

Ostane nam

$$N(1,4881 \cdot 1,001^{0,25} - 1,4865 \cdot 1,005225^{0,25}) = N \cdot 0,000033938 \text{ CHF},$$

kar je naš arbitražni zaslužek. Smiselno je vzeti N vsaj 300 ali več.

Za npr. $N = 1000$ je arbitražni zaslužek približno enak 0,03 CHF.

Točkovanje

Ugotovitev, franke na trgu investiramo, funte pa si sposodimo, 4 točke.

Implementacija arbitražne strategije 6* točk:

- začetna ekvivalentna zneska v funtih in frankih 2* točki,
- nominalna vsota valutnega terminskega posla 1* točka,
- končne vrednosti v funtih in frankih 2* točki,
- arbitražni zaslužek 1* točka.

Samo za ugotovitev, da je zaradi razlik v obrestni meri možna arbitraža, kandidat prejme 2 točki.