

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Naloge za vse letnike

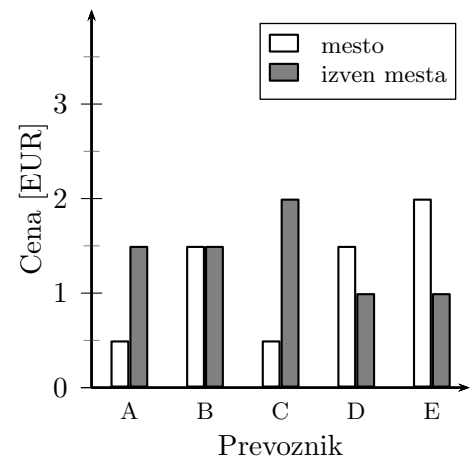
Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bomo pravilni odgovor ovrednotili z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v levo tabelo. V sklopu B bomo pravilni odgovor ovrednotili z največ sedmimi točkami.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8

B1	B2	B3

- A1. Koliko minut znaša razlika med 6,20 h in 6 h 20 min?
 (A) 0 (B) 2 (C) 8 (D) 10 (E) 12

A2. S prikaza lahko razberemo ceno za 1 km prevoza po mestu oziroma izven mesta, in sicer za pet ponudnikov prevoza. Vinko opravi v enem mesecu 20 km prevoza po mestu in 80 km izven mesta. S katerim ponudnikom prevoza se mu najbolj splača potovati, če se je odločil, da bo koristil storitve istega prevoznika?



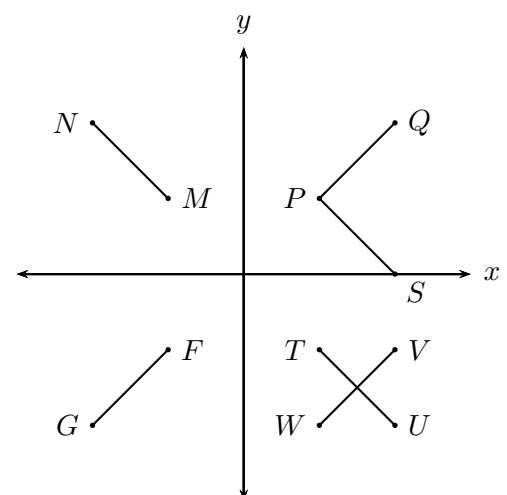
- (A) S prevoznikom A. (B) S prevoznikom B.
 (C) S prevoznikom C. (D) S prevoznikom D.
 (E) S prevoznikom E.

A3. Iz vsakega mehurčka nastaneta vsako sekundo dva nova. Koliko novih mehurčkov nastane v 10. sekundi, če se je proces začel z enim mehurčkom?

- (A) 256 (B) 512 (C) 660 (D) 1024 (E) 2048

A4. Katera od narisanih daljic je zrcalna slika daljice PQ preko abscisne osi?

- (A) PS (B) TU (C) MN (D) WV (E) FG



A5. V razredu s 30 dijaki je $\frac{2}{3}$ fantov. Vsak dan se preko spleta vsaj 1 uro pogovarja 30 % fantov in 60 % deklet. Koliko dijakov tega razreda se preko spleta pogovarja manj kot 1 uro na dan?

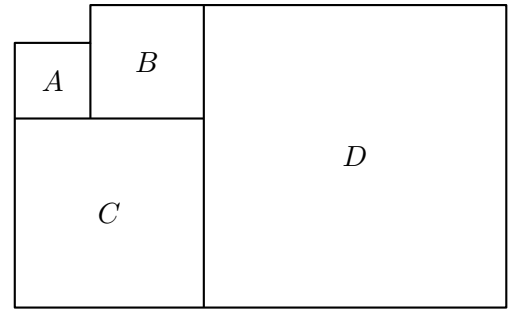
- (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

A6. V vasi živi 100 družin. Petinsedemdeset družin je naročenih na časopis Večer in 83 na časopis Novice. Deset družin ni naročenih na noben časopis. Koliko družin je naročenih na oba časopisa?

- (A) 8 (B) 15 (C) 17 (D) 68 (E) 90

A7. Liki A , B , C , in D so kvadrati. Obseg kvadrata A je 16 cm, obseg kvadrata B pa 24 cm. Koliko je vsota ploščin vseh kvadratov?

- (A) 350 cm^2 (B) 378 cm^2
(C) 408 cm^2 (D) 430 cm^2
(E) 510 cm^2



A8. Kateri od izrazov ima največjo vrednost za $a = 2$ in $b = \frac{1}{2}$?

- (A) $a + b$ (B) ab (C) $a - b$ (D) $a : b$ (E) $b : a$

B1. Žiga bo iz 30 cm široke in 30 mm debele deske pripravil enake police. Pričvrstil jih bo na steno v obliki pravokotnika, ki je visoka 2,5 m in široka 3 m, in sicer eno nad drugo v navpični medsebojni razdalji 4 dm. Vsaka polica bo od desnega in levega roba stene oddaljena 8 dm. Najvišja polica bo od stropa oddaljena 1 m, najnižja pa bo od tal dvignjena vsaj pol metra, vendar ne več kot en meter.

- A. Koliko polic bo na ta način pritrtil na steno?
B. Najmanj koliko dolg del deske bo porabil za pripravo teh polic?
C. Najmanj koliko lesa bo porabil za te police? Izrazite na desetino kubičnega decimetra natančno.
D. Žiga bo napel neraztegljivo vrvico od levega zgornjega oglišča na sprednjem delu najvišje police do desnega spodnjega oglišča na sprednjem delu najnižje police. Koliko bo dolga napeta vrvica? Dolžino vrvice zapišite na mm natančno.

B2. Tabela prikazuje menjalni tečaj različnih tujih valut v evre. Menjalnica za menjavo denarja ne zaračunava nobenih dodatnih stroškov.

TEČAJ EVRA	
Valuta	Vrednost v €
hrvaška kuna	0,13
japonski jen	0,0075
švicarski frank	0,93
ameriški dolar	0,91
britanski funt	1,38

A. Koliko švicarskih frankov dobimo za 15 evrov?
Izrazite na cente natančno.

B. Cena Big Maca v McDonald'su znaša v Londonu 2,69 britanskega funta, v New Yorku pa 4,60 ameriškega dolarja. Z računom utemeljite, v katerem mestu je Big Mac dražji, če ceni preračunamo v evre po zgornji tabeli, in za koliko odstotkov.

C. Daichi je zamenjal 1000 hrvaških kun v japonske jene. Koliko jenov je dobil?

D. V sosednji menjalnici je vrednost hrvaške kune 0,12 evra, vendar menjalnici plačamo provizijo v višini 100 kun. Najmanj koliko evrov moramo zamenjati, da se nam bo menjava valute v sosednji menjalnici izplačala?

- B3.** Točke $A(-8, 4)$, $B(20, 4)$, C in $D(-3, 16)$ v koordinatnem sistemu določajo paralelogram $ABCD$. Presečišče stranice AB z osjo y označimo z E , presečišče stranice CD z osjo y pa F .
- A. V ustreznem merilu v koordinatni sistem narišite paralelogram $ABCD$.
 - B. Zapišite koordinati točke C .
 - C. Kako se imenuje lik $EBCF$?
 - D. Koliko znaša ploščina paralelograma $ABCD$?
 - E. Izračunajte dolžino stranice AD .
 - F. Koliko je obseg paralelograma $ABCD$?

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z $-0,5$ točke, če naloga ni rešena, 0 točk.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	D	B	C	D	C	D

- A1.** Razlika med $6,20 \text{ h} = 372 \text{ min}$ in $6 \text{ h } 20 \text{ min} = 380 \text{ min}$ znaša 8 min .
- A2.** Za vožnjo s prevoznikom A bi Vinko plačal 130 EUR , za vožnjo s prevoznikom B 150 EUR , za vožnjo s prevoznikom C 170 EUR , za vožnjo s prevoznikom D 110 EUR in s prevoznikom E 120 EUR . Najbolj se mu splača potovati s prevoznikom D .
- A3.** V 1. sekundi je v procesu 1 mehurček – tedaj nastaneta iz tega mehurčka 2 nova, v 2. sekundi sta v procesu ta 2 mehurčka, iz katerih nastanejo 4 novi. Tako so v 3. sekundi v procesu 4 mehurčki, v 4. sekundi je v procesu 8 mehurčkov, v 5. sekundi 16 mehurčkov, v 6. sekundi 32 mehurčkov, v 7. sekundi 64 mehurčkov, v 8. sekundi 128 mehurčkov, v 9. sekundi 256 mehurčkov in v 10. sekundi 512 mehurčkov, iz katerih tedaj nastane 1024 novih.
- A4.** Zrcalna slika daljice PQ preko abscisne osi je daljica TU .
- A5.** V razredu je $\frac{2}{3}$ od $30 = 20$ fantov in 10 deklet. Vsaj eno uro se preko spleta pogovarja 30% od $20 = 6$ fantov in 60% od $10 = 6$ deklet, skupaj 12 dijakov. Manj kot 1 uro se preko spleta pogovarja 18 dijakov.
- A6.** Na časopis je naročenih 90 družin. Na Večer ni naročenih $90 - 75 = 15$ družin. Na oba časopisa je naročenih $83 - 15 = 68$ družin.
- A7.** Stranica kvadrata A je dolga $16 \text{ cm} : 4 = 4 \text{ cm}$, stranica kvadrata B pa $24 \text{ cm} : 4 = 6 \text{ cm}$. Stranica kvadrata C je dolga 10 cm , stranica kvadrata D pa 16 cm . Vsota ploščin vseh kvadratov je $S_A + S_B + S_C + S_D = 16 \text{ cm}^2 + 36 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2 + 256 \text{ cm}^2 = 408 \text{ cm}^2$.
- A8.** Vrednost izrazov za $a = 2$ in $b = \frac{1}{2}$ znaša $a + b = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$, $ab = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$, $a - b = 2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, $a : b = 2 : \frac{1}{2} = 4$, $b : a = \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$. Največjo vrednost ima izraz $a : b$.

DALJŠE NALOGE

B1. Spodnja ploskev najvišje police bo na višini 1,47 m, spodnja ploskev druge police bo na višini 1,04 m, spodnja ploskev tretje pa na višini 0,61 m. Vsaka polica bo dolga 1,4 m, za vse tri skupaj bo Žiga porabil vsaj 4,2 m dolg del deske. Prostornino vseh treh polic izračunamo po obrazcu $V = 3abc = 3 \cdot 1,4 \cdot 0,03 \cdot 0,3 = 0,0378 \text{ m}^3$. Razdalja med zgornjo ploskvijo najvišje police in spodnjo ploskvijo najnižje police je 0,89 m. Razdaljo med levim zgornjim ogliščem najvišje police in desnim spodnjim ogliščem najnižje police izračunamo po Pitagorovem izreku $l = \sqrt{(0,89)^2 + (1,4)^2} \approx 1,659 \text{ m}$.

- A. Žiga bo na opisani način pritrdil tri police. **1 t**
- B. Za pripravo teh polic bo porabil najmanj 4,2 m dolg del deske. **2 t**
- C. Za te police bo porabil najmanj $0,0378 \text{ m}^3$ lesa. **1 t**
- D. Navpična razdalja med ogliščema je 0,89 m. **1 t**
Dolžina vrvice je 1,659 m. **2 t**
(Op.: Če dolžina vrvice ni zapisana na mm natančno, se odvzame 1 t.)

B2. Za en švicarski frank dobimo 0,93 EUR, za 1 EUR pa $\frac{1}{0,93}$ franka. Za 15 EUR dobimo $15 \cdot \frac{1}{0,93} \approx 16,13$ franka.

Po tečajni listi obe ceni preračunamo v EUR: 2,69 funta znaša 3,71 evra, 4,60 dolarja pa 4,19 evra. Big Mac je v New Yorku dražji za 12,9 %.

Za 1000 kun je dobil 130 evrov oz. 17333 jenov.

Po tečajni listi za x evrov dobimo $\frac{x}{0,13}$ kun, v sosednji menjalnici pa $\frac{x}{0,12}$ kun, vendar v slednji plačamo 100 kun provizije. Zapišemo enačbo $\frac{x}{0,13} = \frac{x}{0,12} - 100$. Enačba ima rešitev 156 evrov. Če menjamo več kot 156 evrov, bo menjava ugodnejša v sosednji menjalnici.

- A. Za 15 EUR dobimo 16,13 frankov. **1 t**
- B. Big Mac je dražji v New Yorku. **1 t**
V New Yorku je dražji za 12,9 %. **1 t**
- C. Za 1000 kun je dobil 130 evrov **1 t**
oz. 17333 jenov. **1 t**
- D. Rešena enačba $\frac{x}{0,13} = \frac{x}{0,12} - 100$ ali po drugi poti pridobljena vrednost $x = 156$ evrov. **1 t**
Odgovor: Menjati moramo **več kot** 156 evrov. **1 t**

B3. V koordinatnem sistemu narišemo točke A , B in D . Upoštevamo, da sta nasprotni stranici vzporedni in enako dolgi, pa dobimo še oglišče $C(25, 16)$. Lik $EBCF$ je trapez, saj ima en par vzporednih stranic. Stranica AB paralelograma $ABCD$ je dolga 28 enot, stranica BC pa 13 enot. Višina paralelograma je dolga 12 enot. Ploščina paralelograma $ABCD$ je $28 \cdot 12 = 336$ ploščinskih enot, njegov obseg pa $2 \cdot 28 + 2 \cdot 13 = 82$ enot.

- A. Narisan paralelogram $ABCD$ v koordinatnem sistemu. **1 t**
- B. Oglišče C ima koordinati $(25, 16)$ **2 t**
(Op.: Vsaka pravilno zapisana koordinata 1 t)
- C. Lik $EBCF$ je trapez. **1 t**

- D. Ploščina paralelograma je $ABCD$ je 336 ploščinskih enot. **1 t**
- E. Stranica AD je dolga 13 enot. **1 t**
- E. Obseg paralelograma znaša 82 enot. **1 t**