

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravilen odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilen odgovor eno točko odšteli. Odgovore sklopa A vpiši v levo tabelo.

A1	A2	A3	A4	A5	A6

B1	B2	B3	B4

A1. Vrednost izraza $4 \cdot 2^{2009}$ je

- (A) 8^{2009} (B) 8^{2011} (C) 2^{2011} (D) 2^{2013} (E) 2^{4018}

A2. Imena moje babice, mame, dveh sester in moje ime, ne nujno v tem vrstnem redu, so: Jerneja, Ana, Julija, Katarina in Nuša. Jerneja in Nuša sta mlajši od mene, Ana je mlajša od Katarine, Katarina pa je mlajša od Julije. Kako je ime moji mami?

- (A) Jerneja (B) Ana (C) Julija (D) Katarina (E) Nuša

A3. Dvanajst ljudi, med njimi vsaj en otrok, je v pekarni kupilo dvanajst hlebcev kruha. Vsak moški je kupil po dva hlebca, vsaka ženska po polovico hlebca in vsak otrok po četrtno hlebca. Koliko moških, žensk in otrok je kupilo kruh?

- (A) 4 moški, 6 žensk, 4 otroci (B) 4 moški, 5 žensk, 2 otroka (C) 5 moških, 6 žensk, 1 otrok
(D) 5 moških, 1 ženska, 6 otrok (E) Nemogoče je določiti.

A4. Delnici se je vrednost v enem letu prepolovila. Za koliko odstotkov bi se morala sedaj vrednost povečati, da bi bila njena cena spet enaka kot pred letom dni?

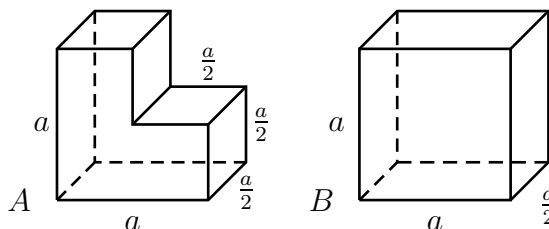
- (A) 25 (B) 50 (C) 75 (D) 100 (E) 200

A5. Podjetnik je sprejel naročilo, ki bi ga 8 delavcev končalo v 23 dneh. Prve tri dni je bilo na delovišču 8 delavcev. Po treh dneh sta se jim pridružila še dva delavca. V koliko dneh bo celotno delo opravljeno?

- (A) 10 (B) 19 (C) 20 (D) 25 (E) nič od tega

A6. Kolikšno je razmerje površin teles A in B?

- (A) 3 : 4 (B) 5 : 6 (C) 7 : 8
(D) 11 : 12 (E) Površini sta enaki.



B1. Za vsako od naslednjih trditev najprej zapiši izraz, nato pa njegovo vrednost izračunaj za $a = -\frac{1}{2}$ in $b = -4$.

- A Vsoto števila a in kvadrata števila b deli z -6 .
- B Kvadriraj razliko 12-kratnika števila a in polovice števila b .
- C Od produkta vsote in razlike števil a in b odštej količnik števil b in a .

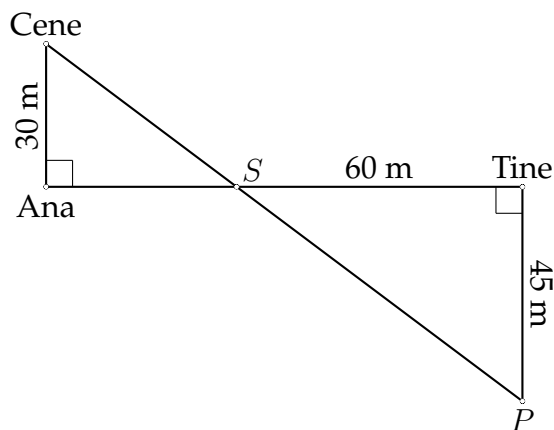
B2. V prvem polletju je bilo v razredu B dvakrat toliko fantov kot deklet, v razredu A pa je bilo število fantov enako številu deklet. V drugem polletju sta dva fanta prešla iz razreda B v razred A , 6 deklet pa je prešlo iz razreda A v razred B . V razredu A je bilo tedaj dvakrat toliko fantov kot deklet, v razredu B pa je bil en fant več, kot je bilo deklet. Koliko deklet je bilo v prvem polletju v razredu A in koliko v razredu B ?

B3. V tabeli so zbrani podatki o telesni dolžini novorojenčkov.

Telesna dolžina v cm	Število novorojenčkov
nad 40 do 44	1
nad 44 do 48	8
nad 48 do 52	13
nad 52 do 56	5

- A Za koliko novorojenčkov so podatki zajeti v tabeli?
- B Oceni povprečno dolžino novorojenčkov. Rezultat zakroži na centimeter natančno.
- C Nariši prikaz s stolpci (histogram) za podatke, ki so zbrani v tabeli.
- D Koliko odstotkov novorojenčkov, katerih podatki so zajeti v tabeli, je dolgih več kot 48 cm?

B4. Cene, Ana in Tine si ogledujejo znamenitosti Ljubljane. Njihovo pozornost je pritegnil Kongresni trg, ki ima del poti speljanih tako, kot prikazuje slika. Tine je od središča trga (S) oddaljen 60 m, od pavilijona (P) pa 45 m. Ana in Cene stojita na razdalji 30 m.



- A Kolikšna je razdalja med Ano in Tinetom?
- B Koliko metrov je Cene oddaljen od pavilijona?

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

V tabeli so zapisani pravilni odgovori izbirnih nalog. Vsak pravilen odgovor točkujemo z 2 točkama, nepravilen z -0.5 točke, če naloga ni rešena, 0 točk.

1	2	3	4	5	6
C	D	D	D	B	C

1. Vrednost izraza $4 \cdot 2^{2009}$ je $2^2 \cdot 2^{2009} = 2^{2011}$.
2. Ker sta Jerneja in Nuša mlajši od mene, sta moji sestri. Ker je Julija starejša od Katarine, ki pa je starejša od Ane, je Julija babica, Katarina pa moja mama.
3. Označimo z a število moških, z b število žensk in s c število otrok. Velja, da je $a + b + c = 12$ in $a \cdot 2 + b \cdot \frac{1}{2} + c \cdot \frac{1}{4} = 12$. Iz obeh enačb sledi $6b + 7c = 48$. Ker je $7c = 6(8 - b)$, mora biti število c deljivo s 6, torej je lahko le $c = 6$. Tedaj je $b = 1$ in $a = 5$.
4. Če označimo z a vrednost delnice pred pocenitvijo, potem je $\frac{a}{2}$ vrednost delnice po pocenitvi. Ob upoštevanju pogoja dobimo enačbo $\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{100} = a$, kjer x predstavlja iskane odstotke. Rešitev enačbe je $x = 100$.
5. Če 8 delavcev konča delo v 23 dneh, opravi 1 delavec v enem dnevu $\frac{1}{8}$ od $\frac{1}{23} = \frac{1}{8 \cdot 23}$ dela. V treh dneh opravi 8 delavcev $8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{8 \cdot 23} = \frac{3}{23}$ dela. Ostane $\frac{20}{23}$ neopravljenega dela, ki ga mora 10 delavcev opraviti v x dneh: $x \cdot 10 \cdot \frac{1}{8 \cdot 23} = \frac{20}{23}$. Rešitev enačbe je $x = 16$. Delavci opravijo naročilo v $3 + 16 = 19$ dneh.
6. Površina telesa B je enaka $2a^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 4a^2$, površina telesa A pa je za $2 \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{1}{2}a^2$ manjša in meri $4a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{7}{2}a^2$. Razmerje površin je $\frac{7}{2}a^2 : 4a^2$ oziroma $7 : 8$.

DALJŠE NALOGE

B1. A Izraz je $(a + b^2) : (-6) = \left(\left(-\frac{1}{2}\right) + (-4)^2\right) : (-6) = -\frac{31}{12}$.

Zapis izraza s simboli 1 točka

Vrednost izraza je $-\frac{31}{12}$ 1 točka

B Izraz je $\left(12 \cdot a - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{4}{2}\right)\right)^2 = (-4)^2 = 16$.

Zapis izraza s simboli 1 točka

Vrednost izraza je 16 1 točka

C Izraz je

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) - \frac{b}{a} &= \left(-\frac{1}{2} + (-4)\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} - (-4)\right) - \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = \\ &= -\frac{9}{2} \cdot \frac{7}{2} - 8 = -\frac{63}{4} - \frac{32}{4} = -\frac{95}{4}. \end{aligned}$$

Zapis produkta vsote in razlike s simboli 1 točka

Zapis količnika s simboli 1 točka

Pravilna rešitev: $-\frac{95}{4}$ 1 točka

B2. Označimo z x število fantov oziroma deklet v razredu A , z y pa število deklet v razredu B v 1. polletju. Zapišimo število fantov in deklet v prvem in drugem polletju v tabelo.

	razred A		razred B	
1. polletje	fantje x	dekleta x	fantje $2y$	dekleta y
2. polletje	fantje $x + 2$	dekleta $x - 6$	fantje $2y - 2$	dekleta $y + 6$

Ker je bilo v drugem polletju v razredu A dvakrat toliko fantov kot deklet, velja zveza $x + 2 = 2(x - 6)$. Torej je $x = 14$. V razredu B je bil v drugem polletju 1 fant več kot je bilo deklet, zato je $2y - 2 = (y + 6) + 1$. Torej je $y = 9$. V prvem polletju je bilo v razredu A 14 deklet, v razredu B pa 9.

Zapis tabele za razred A in B v 1. polletju 1 točka

Zapis tabele za razred A in B v 2. polletju 1 točka

Zapis enačbe za razred A : $x + 2 = 2(x - 6)$ 1 točka

Rešitev: $x = 14$ 1 točka

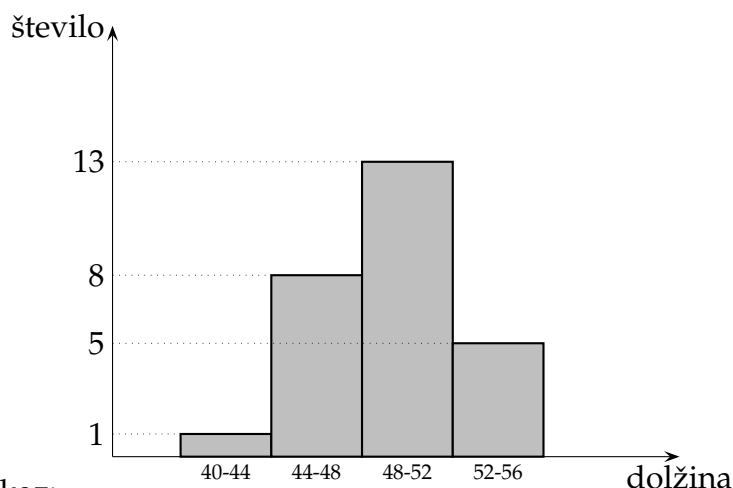
Zapis enačbe za razred B : $2y - 2 = (y + 6) + 1$ 1 točka

Rešitev: $y = 9$ 1 točka

Odgovor: V prvem polletju je bilo v razredu A 14 deklet, v razredu B pa 9. 1 točka

B3. A V tabeli je zajetih $1 + 8 + 13 + 5 = 27$ novorojenčkov.

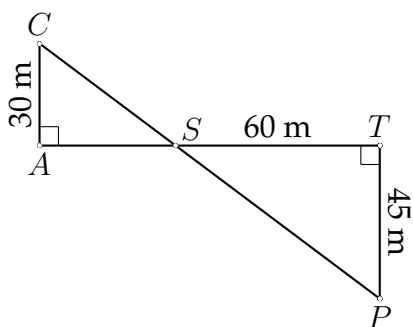
B Sredine frekvenčnih razredov so 42, 46, 50 in 54, zato lahko ocenimo povprečno dolžino novorojenčkov: $\frac{42+8 \cdot 46+13 \cdot 50+5 \cdot 54}{27} = \frac{1330}{27} \doteq 49$.



C Grafični prikaz:

D Dolžino 48 cm preseže $13 + 5 = 18$ novorojenčkov, kar je $\frac{18}{27} = \frac{2}{3} \doteq 66.7\%$.

- V tabeli je zajetih 27 novorojenčkov. 1 točka
 Izračunane sredine frekvenčnih razredov 1 točka
 Ocena za povprečno dolžino novorojenčkov: 49 2 točki
 Grafični prikaz: 2 točki
 Dolžino 48 cm preseže približno 66.7% novorojenčkov 1 točka



B4.

Ugotovitev: trikotnika CAS in PTS sta podobna. 1 točka

Zapis razmerja $\frac{|AS|}{|AC|} = \frac{|TS|}{|TP|}$ 1 točka

Izračun dolžine $|AS| = 40$ m. 1 točka

Odgovor: Razdalja med Ano in Tinetom je 100 m. 1 točka

B Izračunana razdalja CS : 1 točka

$$|CS| = \sqrt{|AS|^2 + |AC|^2}$$

$$|CS| = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ m}$$

Izračunana razdalja PS : 1 točka

$$|PS| = \sqrt{|TS|^2 + |TP|^2}$$

$$|PS| = \sqrt{60^2 + 45^2} = 75 \text{ m}$$

Odgovor: Cene je od paviljona oddaljen 125 m. 1 točka