

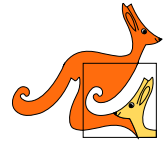
**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 19. marca 2015, ob 13.30 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure nazaj na 13.00 ali tričetrt ure naprej na 14.15.

Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.

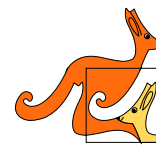
Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju **NE SMEJO** odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatero slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru



1. in 2. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek _____

Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se ti prizna začetnih 24 točk.

Naloge, vredne 3 točke

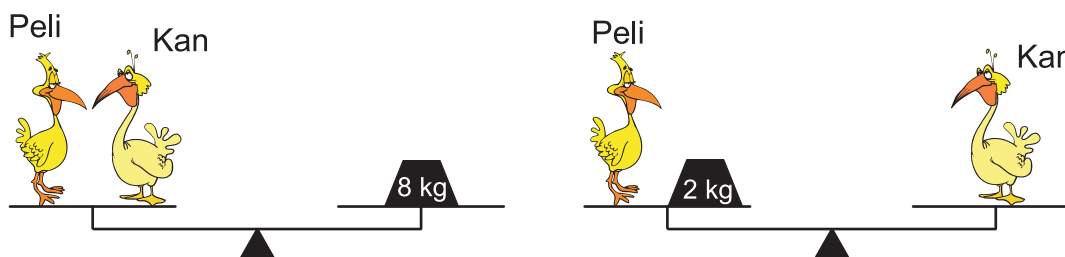
1. Zmnožek števk dvomestnega naravnega števila je 15. Koliko je vsota števk tega dvomestnega števila?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

2. Na kmetiji je 10 kokoši, 5 rjavih in 5 belih. Vsaka rjava kokoš znese jajce vsak dan, vsaka bela pa znese jajce vsak drugi dan. Koliko jajc znesejo rjave in bele kokoši skupaj v 10 zaporednih dneh?

- (A) 10 (B) 25 (C) 50 (D) 60 (E) 75

3. Pelikana Peli in Kan sta se tehtala (glej sliko). Koliko kilogramov tehta Kan?

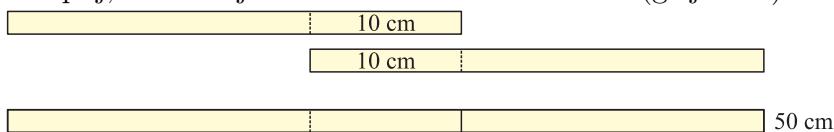


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

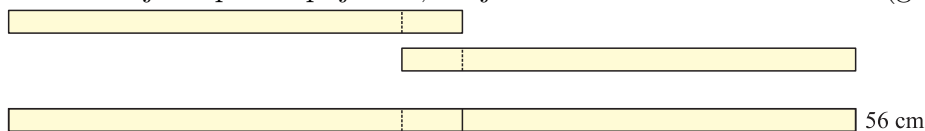
4. Vožnja od Ljubljane do Cerkna skozi Škofjo Loko traja 130 min. Vožnja od Ljubljane do Škofje Loke traja 35 min. Koliko minut traja vožnja od Škofje Loke do Cerkna?

- (A) 95 (B) 105 (C) 115 (D) 165 (E) 175

5. Aljaž je imel 4 papirnate trakove enake dolžine. Na 2 trakova je na dolžini 10 cm nanese lepilo in ju zlepil skupaj, tako da je dobil 1 trak dolžine 50 cm (glej sliko).



Preostala 2 trakova je zlepil skupaj tako, da je dobil 1 trak dolžine 56 cm (glej sliko).



Koliko centimetrov je dolg tisti del, kjer sta ta 2 trakova zlepljena skupaj in se prekrivata?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

6. Katero izmed spodnjih števil se najmanj razlikuje od zmnožka $20.15 \cdot 51.02$?

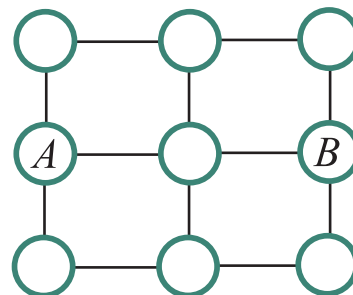
- (A) 100 (B) 1000 (C) 10000 (D) 100000 (E) 1000000

7. Janez je na prazno vrv za obešanje perila obesil nekaj spodnjih majic. Nato je med vsaki 2 sosednji spodnji majici obesil še 1 spodnje hlače in ugotovil, da je na vrvi za obešanje natanko 29 kosov oblačil. Koliko spodnjih majic je Janez obesil na vrv za obešanje perila?

- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 15

8. Kenguru Goran lahko z 1 skokom skoči iz kroga v sosednji s črto povezani krog (glej sliko). Na koliko načinov lahko kenguru Goran s 4 skoki pride iz kroga A v krog B, če ne sme biti v nobenem krogu več kot enkrat?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



Naloge, vredne 4 točke

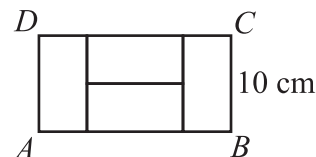
9. Na Marijinem vrtu ima vsaka rastlina ali 5 listov ali pa 2 lista in 1 cvet (glej sliko). Vse rastline na Marijinem vrtu imajo skupaj 6 cvetov in 32 listov. Koliko rastlin raste na Marijinem vrtu?

- (A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16



10. Pravokotnik ABCD je sestavljen iz 4 enakih manjših pravokotnikov (glej sliko). Stranica BC je dolga 10 cm. Koliko centimetrov je dolga stranica AB?

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50



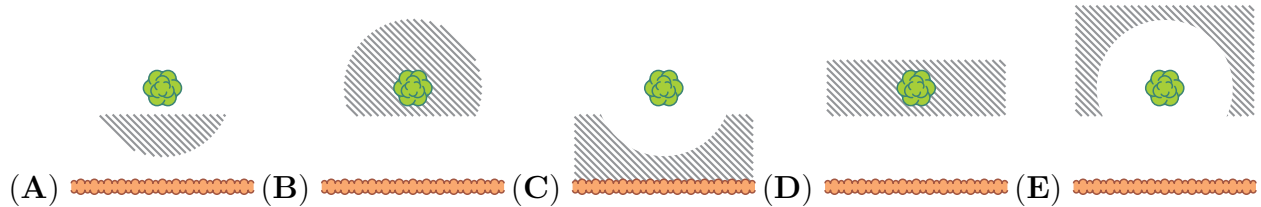
11. Sestre Kristina, Martina in Valentina so kupile 30 čokoladnih kolačkov: Kristina je plačala 8 evrov, Martina 5 evrov in Valentina 2 evra. Vsaka izmed sester je dobila 10 kolačkov. Koliko več kolačkov bi morala dobiti Kristina, če bi si sestre razdelile kolačke v enakem razmerju, kot so bila njihova plačila?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

12. Katera številka je na mestu enic rezultata računa $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

13. Gospod Kopač je pred leti na vrtu zakopal svoj skrivni dnevnik. Zapomnil si je samo, da ga je zakopal vsaj 5 m od ograje in ne več kot 5 m od drevesa. Na kateri sliki je najbolj natančno prikazano območje, na katerem je gospod Kopač zakopal svoj skrivni dnevnik?



14. Petra je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 44 cm. Tudi Ana je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 40 cm. Koliko centimetrov je obseg pravokotnika $ABCD$?

- (A) 42 (B) 56 (C) 64 (D) 84 (E) 112

15. Lučka je imela 100 sveč. Vsak dan je prižgala 1 svečo, vsakih 7 dni pa je iz ostankov 7 pogorelih sveč naredila 1 novo svečo. Koliko zaporednih dni je Lučka lahko prižgala svečo?

- (A) 112 (B) 114 (C) 115 (D) 116 (E) 117

16. Na planetu Uhelj ima vsak prebivalec vsaj 2 ušesi in vedno govori resnico. Ko so se nekoč srečali 3 prebivalci tega planeta Buhelj, Čuhelj in Duhelj, so povedali takole.

Buhelj: "Vidva imata skupaj 8 ušes."

Čuhelj: "Vidva imata skupaj 7 ušes."

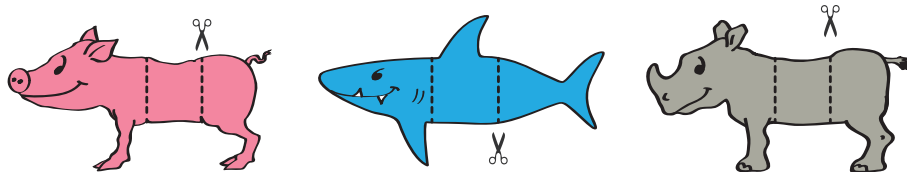
Duhelj: "Vidva imata skupaj 5 ušes."

Koliko ušes ima Duhelj?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Naloge, vredne 5 točk

17. Tomaž je narisal prašiča, morskega psa in nosoroga, nato pa vsako žival razrezal na 3 dele (glej sliko). Z dobljenimi kosi lahko oblikuje različne resnične ali fantazijske živali, tako da sestavi skupaj 1 sprednji del, 1 trup in 1 zadnji del. Koliko različnih živali lahko oblikuje Tomaž?



- (A) 3 (B) 9 (C) 15 (D) 27 (E) 30

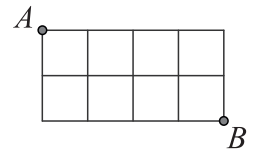
18. Grajske kuharice Anica, Danica, Janica, Marica in Slavica so v soboto in nedeljo pekle piškote. Skupaj je Anica spekla 24, Danica 25, Janica 26, Marica 27 in Slavica 28 piškotov. Ena izmed grajskih kuharic je skupaj spekla 2-krat toliko piškotov, kot jih je spekla v soboto, ena je spekla 3-krat toliko piškotov, kot jih je spekla v soboto, ena 4-krat toliko, ena 5-krat toliko in ena 6-krat toliko. Katera grajska kuharica je v soboto spekla največ piškotov?

- (A) Anica (B) Danica (C) Janica (D) Marica (E) Slavica

19. V veliki vreči so 3 zelena jabolka, 5 rumenih jabolok, 7 zelenih hrušk in 2 rumeni hruški. Simon naključno jemlje sadeže iz vreče, drugega za drugim. Najmanj koliko sadežev mora Simon vzeti iz vreče, da bo zagotovo imel jabolko in hruško iste barve?

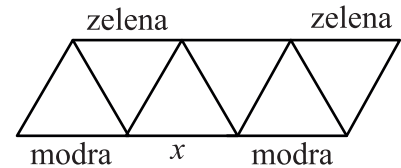
- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

20. Pravokotnik je sestavljen iz 8 kvadratov, dolžina stranice vsakega kvadrata je 1 cm (glej sliko). Koliko centimetrov je dolga najkrajša pot od točke A do točke B, če se lahko premikamo samo po stranicah ali diagonalah kvadratov?



- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $2 + 2\sqrt{2}$
 (D) $4\sqrt{2}$ (E) 6

21. Mojca bo z enako dolgimi palicami 3 različnih barv oblikovala figuro (glej sliko). Vsak trikotnik bo imel 1 stranico modre, 1 stranico rdeče in 1 stranico zelene barve. Mojca je na sliko napisala, kakšne barve bodo 4 palice. Kakšne barve bo lahko palica, označena z x ?



- (A) Samo modre. (B) Samo zelene. (C) Samo rdeče. (D) Modre ali rdeče.
 (E) Mojca ne more oblikovati figure na predpisani način.

22. Tina je zmnožila število 100 z enim izmed števil 2 in 3, nato je dobljenemu številu prištela eno izmed števil 1 in 2 in nato dobljeno število delila z enim izmed števil 3 in 4, tako da je bil končni rezultat računanja naravno število. Koliko je bil končni rezultat, ki ga je dobila Tina?

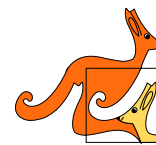
- (A) 50 (B) 51 (C) 67 (D) 68
 (E) Nemogoče je določiti.

23. Vlak za Beograd ima 12 vagonov. V vsakem vagonu je enako število oddelkov. Jana je sedela v 7. vagonu in v 50. oddelku po vrsti od lokomotive. Koliko oddelkov je v vsakem vagonu?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

24. V baletni predstavi v 2 dejanjih je nastopilo 33 dijakov. Djakov, ki so nastopili samo v 1. dejanju, je bilo 2-krat toliko kot dijakov, ki so nastopili samo v 2. dejanju. V obeh dejanjih so nastopili 3 dijaki. Koliko dijakov je nastopilo v 1. dejanju baletne predstave?

- (A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 23 (E) 24



3. in 4. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek _____

Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

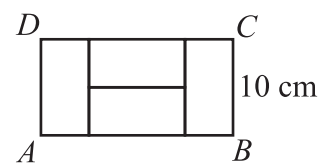
Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtnino točk, kot je naloga vredna. Če pa pustiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se ti prizna začetnih 24 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Ana je narisala trikotnik, katerega dolžine stranic so 6 cm, 10 cm in 11 cm. Meta je nato narisala enakostranični trikotnik z enakim obsegom. Koliko centimetrov je dolga stranica trikotnika, ki ga je narisala Meta?

- (A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 18

2. Pravokotnik $ABCD$ je sestavljen iz 4 enakih manjših pravokotnikov (glej sliko). Stranica BC je dolga 10 cm. Koliko centimetrov je dolga stranica AB ?

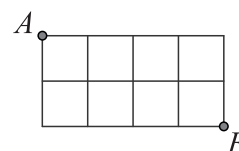


- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

3. Petra je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 44 cm. Tudi Ana je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 40 cm. Koliko centimetrov je obseg pravokotnika $ABCD$?

- (A) 42 (B) 56 (C) 64 (D) 84 (E) 112

4. Pravokotnik je sestavljen iz 8 kvadratov, dolžina stranice vsakega kvadrata je 1 cm (glej sliko). Koliko centimetrov je dolga najkrajša pot od točke A do točke B , če se lahko premikamo samo po stranicah ali diagonalah kvadratov?



- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $2 + 2\sqrt{2}$
(D) $4\sqrt{2}$ (E) 6

5. Staša se je rodila leta 1997, njena mlajša sestra Saša pa leta 2001. Kolikšna je zagotovo razlika med datumoma njunih rojstev?

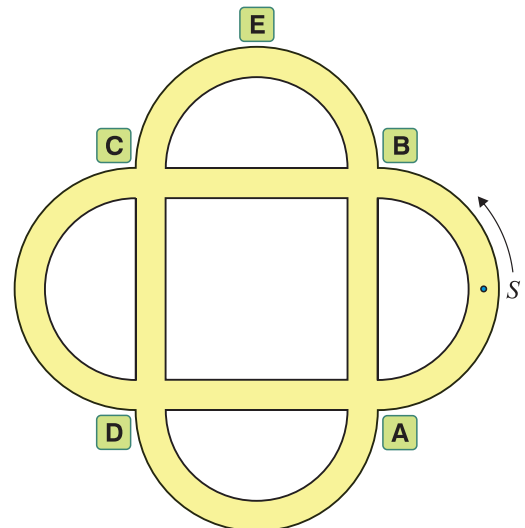
- (A) Manj kot 4 leta. (B) Vsaj 4 leta. (C) Natanko 4 leta.
(D) Več kot 4 leta. (E) Vsaj 3 leta.

6. Kateremu izmed spodnjih izrazov je enak izraz $(a - b)^5 + (b - a)^5$?
 (A) 0 (B) $2(a - b)^5$ (C) $2a^5 - 2b^5$ (D) $2a^5 + 2b^5$
 (E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$
7. Koliko realnih rešitev ima enačba $2^{2x} = 4^{x+1}$?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
 (E) Neskončno mnogo.
8. Jure je seštel 31 zaporednih naravnih števil od 2001 do 2031, nato pa dobljeno vsoto delil z 31. Katero število je dobil Jure?
 (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

Naloge, vredne 4 točke

9. Peter se je peljal po parku (glej sliko). Začel je v točki S v smeri puščice. Na 1. križišču je zavil desno, na 2. križišču levo, na 3. križišču desno, na 4. križišču levo in tako naprej v enakem vrstnem redu. Mimo katerega znaka se Peter ni peljal?

- (A) **A** (B) **B** (C) **C** (D) **D** (E) **E**



10. Miha je narisal pravokotnik, katerega ploščina je 12 cm^2 , dolžine stranic v centimetrih pa so naravna števila. Koliko centimetrov je lahko obseg pravokotnika, ki ga je narisal Miha?

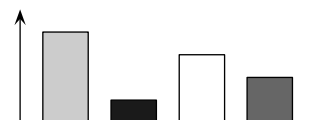
- (A) 13 (B) 20 (C) 26 (D) 28 (E) 32

11. Grm na Marijinem vrtu ima 10 vej. Vsaka veja na grmu ima 5 listov ali pa 2 lista in 1 cvet (glej sliko). Katero izmed naslednjih števil je lahko enako številu listov na grmu na Marijinem vrtu?



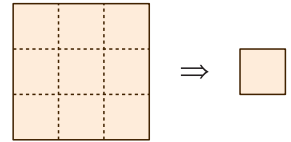
- (A) 31 (B) 37 (C) 39 (D) 45
 (E) Nobeno izmed števil 31, 37, 39 in 45.

12. Dijaki so prešteli, koliko sadik vsake izmed 4 vrst dreves so posadili v botaničnem vrtu. Lea je rezultate ponazorila s prikazom s stolpci (glej desno sliko), Alen pa z ustreznim krožnim prikazom. Na kateri sliki je Alenov krožni prikaz?



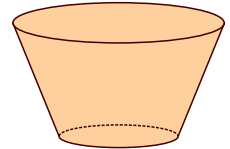
- (A) (B) (C) (D) (E)



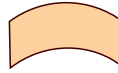
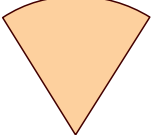

13. Klara je kvadratni list papirja pregibalala po črtkanih črtah in dobila manjši kvadrat (glej sliko). Nato je od manjšega kvadrata odtrgala 1 oglišče in ponovno razgrnila list papirja. Koliko lukenj ima razgrnjeni list papirja?



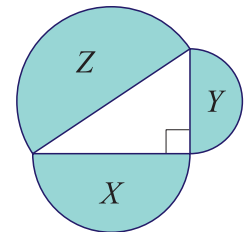
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9

14. Kozarec ima obliko prisekanega stožca (glej sliko). Na kateri izmed spodnjih slik je papir takšne oblike, da lahko z njim povsem prekrijemo zunanost kozarca brez dna, papir pa se nikjer ne prekriva ali sega čez rob kozarca?



- (A)  (B)  (C) 
 (D)  (E) 

15. Stranice pravokotnega trikotnika so premeri 3 polkrogov s ploščinami $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ in $Z \text{ cm}^2$ (glej sliko). Kateri izmed naslednjih izrazov je zagotovo pravilen?



- (A) $X + Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X + Y = Z$
 (D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$

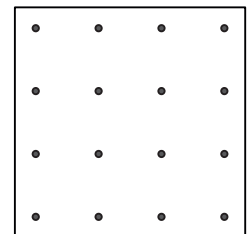
16. Koliko je vrednost izraza

$$\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)}?$$

- (A) $\sqrt{2015}$ (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017 (E) 4030

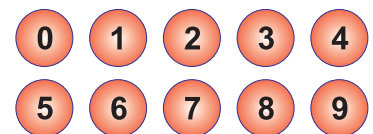
Naloge, vredne 5 točk

17. Na listu papirja je 16 točk, vse razdalje v navpični in vodoravni smeri med 2 sosednjima točkama so enake (glej sliko). Koliko različnih ploščin imajo kvadrati, ki imajo za oglišča 4 izmed teh 16 točk?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

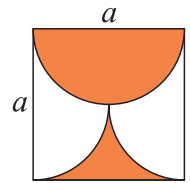
18. Nik je na 10 žog napisal števila od 0 do 9 (glej sliko). Nato je žoge razdelil 3 prijateljem: Samu in Dunji je dal vsakemu 3, Katarini pa 4 žoge. Vsak izmed Nikovih prijateljev je zmnožil števila na svojih žogah: Samo je dobil 0, Katarina 72 in Dunja 90. Koliko je vsota števil na Samovih žogah?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

19. Anja je narisala kvadrat s stranico dolžine a in nekaj krožnih lokov krožnice s premerom a (glej sliko). Koliko je ploščina osenčenega območja?

- (A) $\frac{a^2}{4}$ (B) $\frac{\pi a^2}{8}$ (C) $\frac{a^2}{2}$ (D) $\frac{\pi a^2}{4}$ (E) $\frac{\pi a^2}{2}$



20. Matevž bi rad 3 enake plišaste kenguruje postavil na polico, razdeljeno na 7 predelov, vsakega v svoj predel (glej sliko).



Na koliko načinov lahko Matevž postavi kenguruje na polico, tako da nobena 2 kenguruja ne bosta nameščena v sosednjih predelih?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

21. Val je nalil vodo v posodo v obliki pravilne 4-strane prizme, katere ploščina osnovne ploskve je 100 cm^2 . Ko je vanjo položil železno kocko z robom dolžine 2 cm, je bila gladina vode v posodi poravnana z zgornjo mejno ploskvijo kocke. Koliko centimetrov visoko je bila gladina vode v posodi, predeno je Val vanjo položil železno kocko?

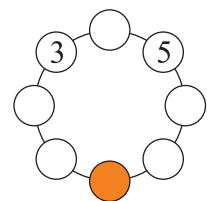
- (A) 1.90 (B) 1.91 (C) 1.92 (D) 1.93 (E) 1.94

22. Naj bo $f(x) = 2 - x^2$, $g(x) = x^2 - 1$ in $h(x) = 0$. Na koliko območij razdelijo ravnino grafi funkcij f , g in h ?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 14

23. Teja bi rada v vsak krog napisala število, ki bi bilo enako vsoti števil v sosednjih 2 krogih, 2 števili je že napisala (glej sliko). katero število bi morala Teja napisati v osenčeni krog?

- (A) -16 (B) -8 (C) -5 (D) -3
 (E) Nemogoče je zadostiti pogojem.



24. Denis je izjavil: "Če je n praštevilo, potem je natanko 1 izmed števil $n - 2$ in $n + 2$ praštevilo." Za katero izmed naslednjih vrednosti števila n ta izjava ne velja?

- (A) 11 (B) 19 (C) 21 (D) 29 (E) 37