

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

NALOGE ZA PRVI LETNIK

Pred teboj sta dva sklopa nalog. Naloga od 1 do 6 prvega sklopa rešuješ tako, da na tem listu izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravega in ga vpišeš v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravi. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli.

Naloga od 1 do 4 drugega sklopa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami. Na liste, kjer boš reševal(a) naloga, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro. Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

Čas za reševanje je 90 minut.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1	2	3	4	5	6

I. DEL

1. Riba in pol stane en evro in pol. Koliko evrov stane pet rib?

- (A) 2,5 (B) 10 (C) 3 več kot dve ribi
(D) 7,5 (E) nič od navedenega

2. Vsota treh zaporednih lihih števil

- (A) je sodo število (B) je liho število (C) je iracionalno število
(D) je enaka 0 (E) nič od navedenega

3. Iz enačbe $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ izrazimo spremenljivko y . Rezultat je:

- (A) $\frac{1}{x} - 2$ (B) $2 - \frac{1}{x}$ (C) $x - \frac{1}{2}$
(D) $\frac{x}{1-2x}$ (E) nič od navedenega

4. Izraz $27a^3 - 64$ je enak:

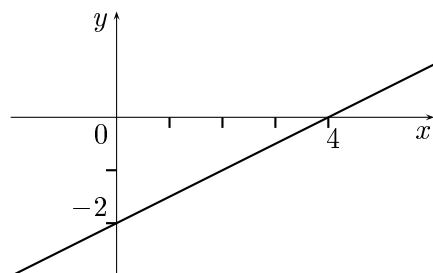
- (A) $(3a - 4)^3$ (B) $(3a - 4)(3a + 4)^2$ (C) $(3a - 4)(9a^2 + 12a + 16)$
(D) $(a^3 - 8)(3^3 + 8)$ (E) nič od navedenega

5. Natančna rešitev enačbe $4 - \sqrt{2}x = \sqrt{6}$ je:

- (A) $2\sqrt{3} - \sqrt{3}$ (B) 1,096 (C) $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$
(D) $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (E) nič od navedenega

6. Enačba premice na sliki je:

- (A) $4x - 2y + 1 = 0$ (B) $-2x + 4y + 1 = 0$
(C) $x + y - 8 = 0$ (D) $x - 2y - 4 = 0$
(E) nič od navedenega



II. DEL

1. Pred petimi leti je bil oče petkrat starejši od sina, čez tri leta pa bo le še trikrat starejši. Koliko je star oče in koliko sin? Zapiši odgovor.
2. Točki $A(-3, 1)$ in $C(1, -1)$ sta nasprotni oglišči kvadrata $ABCD$. Izračunaj ploščino kvadrata. Rezultat naj bo natančen.
3. V tovarni izdelujejo mobilne telefone dveh znamk, 60 % števila proizvedenih telefonov predstavljajo telefoni prve znamke. Zaradi tovarniških napak izločijo 10 % telefonov druge znamke in 2 % telefonov prve znamke. V celem letu so izločili 5291 mobilnih telefonov. Koliko mobilnih telefonov so izdelali v enem letu? Zapiši odgovor.
4. Z uporabo Pitagorovega izreka dokaži, da sta premici z enačbama $2x - y = 0$ in $2y + x = 0$ med seboj pravokotni.

NALOGE ZA DRUGI LETNIK

Pred teboj sta dva sklopa nalog. Naloge od 1 do 6 prvega sklopa rešuješ tako, da na tem listu izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravilnega in ga vpišeš v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravilen. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli.

Naloge od 1 do 4 drugega sklopa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami. Na liste, kjer boš reševal(a) naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro. Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

Čas za reševanje je 90 minut.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1	2	3	4	5	6

I. DEL

1. Vsota središčnega in obodnega kota nad istim lokom je $78^{\circ} 18' 57''$. Središčni kot meri:

- (A) $52^{\circ} 12' 38''$ (B) $25^{\circ} 6' 19''$ (C) $37^{\circ} 9' 28''$
(D) $38^{\circ} 9' 29''$ (E) nič od navedenega

2. Dana je kvadratna funkcija $f(x) = x^2 - 7x + 12$. Katera trditev je pravilna?

- (A) Funkcija ima natanko eno realno ničlo. (B) Vsota obeh ničel funkcije je 12.
(C) Graf funkcije se dotika premice $y = 2$. (D) Za vsak realen x je $f(x) \geq 0$.
(E) Graf funkcije je parabola, ki je simetrična glede na premico $x = \frac{7}{2}$.

3. Neenačbo $x(x - 6) < -5$ reši vsako realno število x , za katero velja:

- (A) $1 < x < 5$ (B) $-5 < x < -1$ (C) $(x > 5) \wedge (x < 1)$
(D) $1 \leq x \leq 5$ (E) $1 < x \leq 5$

4. Za vsako realno število x velja:

- (A) $x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^2$ (B) $x^2 + x^3 = x^5$ (C) $\sqrt{x^2} = |x|$
(D) $\sqrt[6]{x} : \sqrt[3]{x} = \sqrt{x}$ (E) $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

5. Okrajšaj ulomek $\frac{5^{x-1} + 3 \cdot 5^x}{5^{x+1} - 5^{x-1}}$. Rezultat je enak:

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) 1 (E) 0

6. Stranice trikotnika so v razmerju $2 : 5 : 4$. Če je obseg trikotnika 5,5 cm, potem stranice merijo:

- (A) 1,5 cm, 2 cm, 2 cm (B) 2 cm, 5 cm, 4 cm (C) 1 cm, 2,5 cm, 2 cm
(D) 5,5 cm, 2,2 cm, 2,75 cm (E) 1,1 cm, 3 cm, 1,4 cm

II. DEL

1. Izračunaj natančno vrednost izraza

$$\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt{4}}} + \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} + 0,125^{-\frac{1}{3}},$$

ne da bi uporabil žepno računalno.

2. Določi parametra c in k tako, da se bosta parabola $y = x^2 - 4x + c$ in premica $y = kx - 2$ sekali v točkah $P_1(-1, y_1)$ in $P_2(6, y_2)$. Zapiši koordinate presečišč.
3. Vsota dolžin katet pravokotnega trikotnika je 17 cm, dolžina hipotenuze je 13 cm. Koliko merita ostra kota trikotnika?
4. Eden od krakov trapeza $ABCD$ je večji od drugega kraka za 4 cm in manjši od večje osnovnice za 2 cm. Izračunaj obseg trapeza, če je vsota dolžin krakov in manjše osnovnice 40 cm in je diagonala AC simetrala kota DAB .

NALOGE ZA TRETJI LETNIK

Pred teboj sta dva sklopa nalog. Naloge od 1 do 6 prvega sklopa rešuješ tako, da na tem listu izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravilnega in ga vpišeš v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravilen. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli.

Naloge od 1 do 4 drugega sklopa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami. Na liste, kjer boš reševal(a) naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro. Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

Čas za reševanje je 90 minut.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1	2	3	4	5	6

I. DEL

1. Zaloga vrednosti funkcije $f(x) = 3 - \sin 2x$ je:

- (A) $[1, 3]$ (B) $[2, 4]$ (C) $(1, 4)$ (D) $[-2\pi, 2\pi]$ (E) $(-\infty, \infty)$

2. Če rob kocke povečamo za 20 %, se prostornina kocke:

- (A) poveča za 60 % (B) zmanjša za 72,8 % (C) ne spremeni
(D) poveča za 20 % (E) poveča za 72,8 %

3. Če poenostavimo izraz $\cos(-2x) + 2 \sin^2 x$, dobimo:

- (A) $\sin x$ (B) $\cos^4 x$ (C) -1 (D) 1 (E) $\cos 2x$

4. Definijsko območje funkcije $f(x) = \sqrt{8x^3 - 1}$ je:

- (A) $(-\frac{1}{2}, \infty)$ (B) $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$ (C) $[\frac{1}{2}, \infty)$ (D) $(\frac{1}{2}, \infty)$ (E) $(-\infty, \frac{1}{2})$

5. Funkcija $f(x) = 2^{3x} + 1$

- (A) je konstantna (B) seka ordinatno os pri 2 (C) je padajoča
(D) je navzgor omejena (E) ima začetno vrednost -3

6. Rešitve enačbe $\log_x(x + 12) = 2$ so:

- (A) $x = 4$ (B) $x = 4, x = -3$ (C) $x = -3$
(D) $x = 4, x = -3, x = 3$ (E) nič od navedenega

II. DEL

1. Reši enačbo

$$\left(\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^3}\right)^x = \left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^{2x-3}}.$$

2. Izračunaj

$$\log_{\frac{a+1}{a}}(1 + a^{-3}) - \log_{\frac{a+1}{a}}(a^{-2} - a^{-1} + 1)$$

za $a > 0$.

3. Krožnici s polmerom r je včrtan in očrtan kvadrat. Zapiši razmerje ploščin kvadratov in razmerje poenostavi.

4. Dana je funkcija

$$f(x) = \cos\left(4x - \frac{11\pi}{6}\right) - \cos\left(4x + \frac{11\pi}{6}\right).$$

a) Dokaži, da je $f(x) = -\sin 4x$.

b) Kje doseže dana funkcija največjo vrednost?

NALOGE ZA ČETRTE LETNIK

Pred teboj sta dva sklopa nalog. Naloge od 1 do 6 prvega sklopa rešuješ tako, da na tem listu izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravega in ga vpišeš v preglednico pod ustrezno zaporedno številko. Le en odgovor je pravi. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za vpisan nepravilni odgovor eno točko odšteli.

Naloge od 1 do 4 drugega sklopa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami. Na liste, kjer boš reševal(a) naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro. Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

Čas za reševanje je 90 minut.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

1	2	3	4	5	6

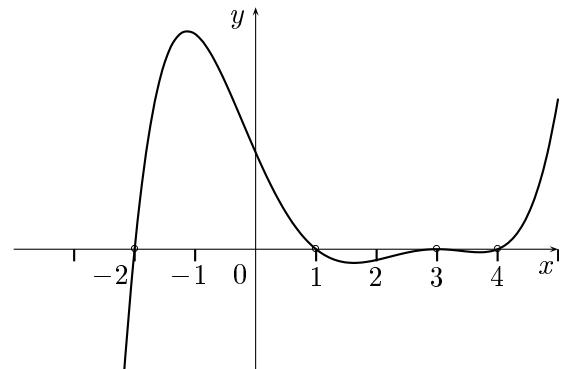
I. DEL

1. Tone je prodal tri parcele po 400 m^2 po 35 evrov za m^2 in 7 parcel po 500 m^2 po 42 evrov za m^2 . Koliko evrov je povprečna cena za m^2 zemljišča?

- (A) 39,2 (B) 39,9 (C) 38,5 (D) 42,7 (E) 40,2

2. Narisan je graf polinoma. Katera funkcija mu ustreza ($a \in \mathbb{R}$)?

- (A) $p(x) = a(x - 4)(x - 1)(x - 3)^2(x + 2)$
(B) $p(x) = a(x - 4)(x - 1)(x - 3)(x + 2)$
(C) $p(x) = a(x + 4)(x - 1)(x - 3)(x + 2)$
(D) $p(x) = a(x + 4)(x + 1)(x + 3)^2(x - 2)$
(E) $p(x) = a(x - 4)(x + 1)^2(x - 3)(x - 2)$



3. Katera od naštetih funkcij ni polinom?

- (A) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ (B) $f(x) = -\frac{x^2+6x}{5}$ (C) $f(x) = 3x^2(3x - 1)$
(D) $f(x) = 2^{-1}x^3 + 2^{-2}x - 1$ (E) $f(x) = x^{-3} + 2x^{-2} + 1$

4. Poli racionalne funkcije $f(x) = \frac{x - 2}{x^3 + x^2}$ so:

- (A) $x = 2$ (B) $x = 0, x = -1$ (C) $x = 2, x = 0, x = -1$
(D) $x = 0, x = 1$ (E) $x = 0, x = 2$

5. Prvi člen geometrijskega zaporedja je $a_1 = 7\sqrt[3]{4}$, količnik pa je enak $q = \sqrt[6]{2}$. Deveti člen je enak:

- (A) $14\sqrt[6]{2}$ (B) $\sqrt[6]{28}$ (C) 28
(D) 784 (E) nič od navedenega

6. Vsota izraza $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots + \frac{n-3}{n} + \frac{n-2}{n} + \frac{n-1}{n}$, kjer je $n \in \mathbb{N}$, je enaka:

- (A) $\frac{n}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{n+1}{2}$ (D) $\frac{n-1}{2}$ (E) $\frac{n}{2}$

II. DEL

1. Izračunaj ploščino in obseg enakostraničnega trikotnika, če je stranica a rešitev enačbe $a^3 + a - 10 = 0$.
2. Določi n tako, da se bosta grafa funkcij $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ in $g(x) = -2x + n$ dotikala. Nariši grafa obeh funkcij v isti koordinatni sistem.
3. Preglednica prikazuje, koliko uslužbencev nekega podjetja pride na svoje delovno mesto v določenem času.

Čas(min)	25	30	35	40	45	50	55
f_n	70	120	220	280	190	90	30

Izračunaj povprečen čas, ki ga uslužbenci potrebujejo za prihod na delo, in ponazori podatke iz preglednice s histogramom.

4. Na globini 25 m je povprečna temperatura zemlje 9°C , potem pa se vsakih 33 m globine temperatura poveča za 1°C . Na kateri globini je izvir termalne vode, ki ima temperaturo 70°C ? Zapiši odgovor.

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovico možnih točk.

Prvi letnik

I. DEL

Naloga	1	2	3	4	5	6
Odgovor	C	B	D	C	D	D

II. DEL

	trenutno	pred 5 leti	čez 3 leta	
1. Zapis	Oče x	$x - 5$	$x + 3$ 1 točka
	Sin y	$y - 5$	$y + 3$	

- Zapis enačbe $x - 5 = 5(y - 5)$ 1 točka
- Zapis enačbe $x + 3 = 3(y + 3)$ 1 točka
- Postopek reševanja sistema 1 točka
- Za prvo izračunano neznanko 1 točka
- Za drugo izračunano neznanko 0,5 točke
- Zapisan odgovor 0,5 točke

Opomba: Za rešitev, dobljeno s poskušanjem in preizkusom, prejme tekmovalec 2 točki.

- 2. Formula z vstavljenimi podatki ali brez, $d = d(A, C) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.. 1 točka
- Izračunana dolžina diagonale $d = 2\sqrt{5}$ 1 točka
- Zapisan Pitagorov izrek $d^2 = a^2 + a^2$ 1 točka
- Izražena stranica $a = \frac{d}{\sqrt{2}}$ 1 točka
- Izračunana dolžina stranice $a = \sqrt{10}$ 1 točka
- Izračunana ploščina $S = a^2 = 10$ 1 točka

Opomba: Če je dolžina stranice izmerjena ali uganjena, je naloga točkovana z 0 točkami.

3. Zapis 10 % od 40 % x 0,5 točke
 Krajša oblika $\frac{1}{25}x$ istega zapisa 1 točka
 Zapis 2 % od 60 % x 0,5 točke
 Krajša oblika $\frac{3}{250}x$ istega zapisa 1 točka
 Zapisana enačba $\frac{1}{25}x + \frac{3}{250}x = 5291$ 1 točka
 Izračunan $x = 101750$ 1 točka
 Zapisan odgovor 1 točka
4. Zapisana trditev $d^2(A, B) = d^2(A, P) + d^2(P, B)$ 1 točka
 Izračunano presečišče $P(0, 0)$ 1 točka
 Izbor poljubne točke na p_1 oziroma p_2 : $A(x_1, 2x_1)$ in $B(x_2, -\frac{x_2}{2})$ 1 točka
 Izražena razdalja $d^2(A, B) = 5x_1^2 + \frac{5x_2^2}{4}$ 1 točka
 $d^2(A, P) = 5x_1^2$ 0,5 točke
 $d^2(P, B) = \frac{5x_2^2}{4}$ 0,5 točke
 Zapis in ugotovitev $d^2(A, P) + d^2(P, B) = 5x_1^2 + \frac{5x_2^2}{4} = d^2(A, B)$ 1 točka
- Opomba: V primeru dokaza z izbiro presečišča in še po ene konkretne točke na vsaki premici priznamo **4 točke**; če je zapisano, da je z dvema točkama premica natanko določena in da je za dokaz izbira konkretnih točk dovolj, se priznata še 2 točki.

Drugi letnik

I. DEL

Naloga	1	2	3	4	5	6
Odgovor	A	E	A	C	B	C

II. DEL

1. Poenostavitev izraza $\sqrt{4\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{4}}$ 2 točki
 Poenostavitev izraza $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = -3 + 2\sqrt{2}$ 2 točki
 $(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1})$ 1 točka, računanje 1 točka
 Poenostavitev izraza $0,125^{-\frac{1}{3}} = 2$ 1 točka
 Rezultat $2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2} + 2 = 4\sqrt{2} - 1$ 1 točka
2. Zapis $x^2 - 4x + c = kx - 2$ 1 točka
 Vstavljeni točki: $P_1(-1, y_1) \rightarrow c + k = -7$ 1 točka
 $P_2(6, y_2) \rightarrow c - 6k = -14$ 1 točka
 Postopek reševanja sistema 0,5 točke
 Za prvo izračunano neznanko ($c = -8$ ali $k = 1$) 1 točka
 Za drugo izračunano neznanko 0,5 točke
 Zapisana presečišča 1 točka

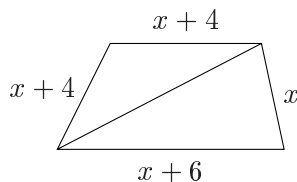
3. Ugotovitev $a + b = 17$ 0,5 točke
 Zapis Pitagorovega izreka $c^2 = a^2 + b^2$ 0,5 točke
 Vstavljeni podatki $169 = a^2 + (17 - a)^2$ 0,5 točke
 Urejena kvadratna enačba $a^2 - 17a + 60 = 0$ 1 točka
 Za prvo izračunano dolžino stranice 1 točka
 Za drugo izračunano dolžino stranice 0,5 točke
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$, $\alpha = 22^\circ 37'$ 1 točka
 $\sin \beta = \frac{b}{c}$, $\beta = 67^\circ 23'$ 1 točka

Opomba: Če kot ni izračunan, a je zapisana zveza, iz katere se kot lahko izračuna, dobi tekmovalec 0,5 točke (zadnji dve vrstici točkovnika).

4. Za eno rešitev dobi tekmovalec največ 3 točke (točkujemo po eni od navedenih možnosti)

1. možnost:

Skica in označene stranice 1 točka

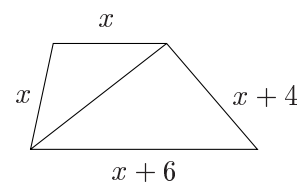


Izračunan $x = \frac{32}{3}$ 1 točka

Izračunan obseg $o = \frac{170}{3}$ cm ... 1 točka

2. možnost:

Skica in označene stranice 1 točka



Izračunan $x = 12$ 1 točka

Izračunan obseg $o = 58$ cm 1 točka

Preverjanje obstoja rešitve (trapez v 1. možnosti ne obstaja) 1 točka

Druga rešitev 2 točki

Tretji letnik

I. DEL

Naloga	1	2	3	4	5	6
Odgovor	B	E	D	C	B	A

3. nal. $\cos(-2x) + 2\sin^2 x = \cos 2x - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

4. nal.

$$\begin{aligned} 8x^3 - 1 &\geq 0 \\ (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) &\geq 0 \\ 2x - 1 &\geq 0 \\ x &\geq \frac{1}{2} \iff x \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right) \end{aligned}$$

6. nal. $x^2 = x + 12$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

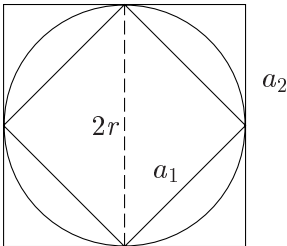
$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -3 \text{ ne ustreza}$$

II. DEL

1. Odprava korenov 1 točka +1 točka
 Pretvorba potenc na enako osnovo 1 točka
 $\left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{3x}{2}} = \left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{-\frac{2x+3}{2}}$
 Množenje potenc 0,5 točke
 $\left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{3x}{2}} = \left(\frac{4}{7}\right)^{3 \cdot \frac{3-2x}{2}}$
 Zapis enačbe $\frac{3x}{2} = 3 + \frac{3-2x}{2}$ 0,5 točke
 Odprava ulomkov $3x = 6 + 3 - 2x$ 1 točka
 Rešitev $x = \frac{9}{5}$ 1 točka

2. Zapis kot logaritem količnika $:= \log_{\frac{a+1}{a}} \frac{1 + \frac{1}{a^3}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a} + 1}$ 1 točka
 Določitev skupnega imenovalca $:= \log_{\frac{a+1}{a}} \frac{a^3 + 1}{\frac{1-a+a^2}{a^2}}$ 0,5 točke
 Razširitev na skupni imenovalec 0,5 točke
 Odpravljanje dvojnega ulomka $:= \log_{\frac{a+1}{a}} \frac{a^2(a+1)(a^2-a+1)}{a^3(a^2-a+1)}$ 0,5 točke
 Razstavljanje izraza $a^3 + 1$ 1 točka
 Krajšanje 0,5 točke
 Izraz $:= \log_{\frac{a+1}{a}} \frac{a+1}{a}$ 1 točka
 Rešitev $:= 1$ 1 točka

3.  $2r = a_1 \sqrt{2} \Rightarrow a_1 = r \sqrt{2}$ 1 točka
 $a_2 = 2r$ 1 točka
 $S_1 = (r \sqrt{2})^2 = 2r^2$ 1 točka
 $S_2 = (2r)^2 = 4r^2$ 1 točka
 $S_2 : S_1 = 4r^2 : 2r^2$ 1 točka
 Rešitev $= 2 : 1$ 1 točka

4. a.) Razvijanje po adicijskem izreku
 $:= \cos 4x \cdot \cos \frac{11\pi}{6} + \sin 4x \cdot \sin \frac{11\pi}{6} - \cos 4x \cdot \frac{11\pi}{6} + \sin 4x \cdot \sin \frac{11\pi}{6}$ 1 točka
 Izraz $:= 2 \sin 4x \sin \frac{11\pi}{6}$ 1 točka
 Prehod na ostri kot $:= 2 \sin 4x (-\sin \frac{\pi}{6})$ 1 točka
 Rezultat $:= -\sin 4x$ 1 točka

- b.) Zapis $4x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ 1 točka
 Rešitev $x = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ 1 točka
 (brez $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow -\frac{1}{2}$ točke)

ALI: $f(x) = \sin(4x + \pi) \Rightarrow 4x + \pi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ 1 točka
 $4x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ in odtod $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ 1 točka

Četrty letnik

I. DEL

Naloga	1	2	3	4	5	6
Odgovor	E	A	E	B	C	D

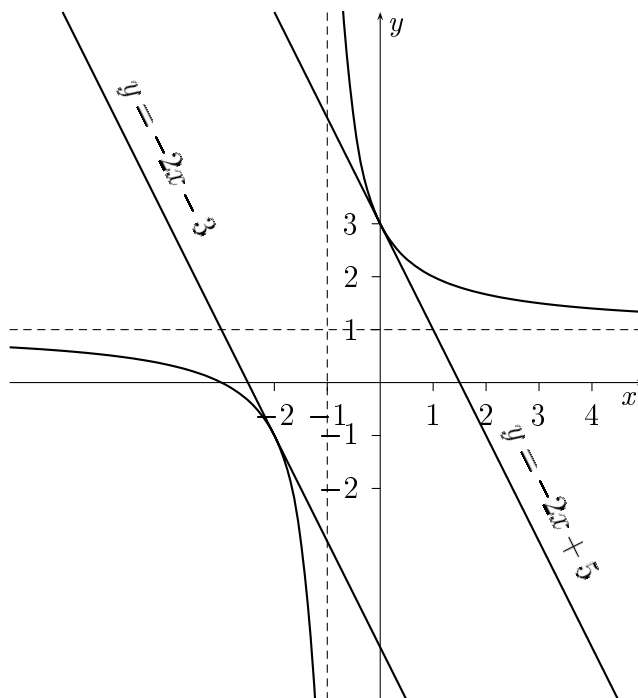
5. nal. $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
 $a_n = 7\sqrt[3]{4} \cdot (\sqrt[6]{2})^{n-1}$
 $a_9 = 7\sqrt[3]{4} \cdot (\sqrt[6]{2})^8 = 28$

6. nal. $S_n = (n-1) \cdot \frac{\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}}{2} = \frac{n-1}{2}$

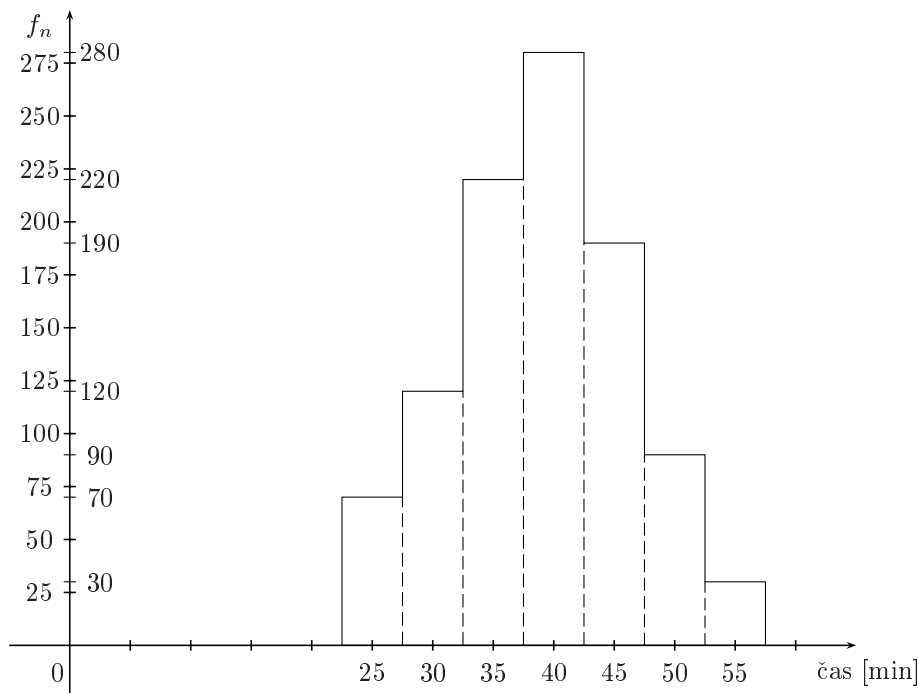
II. DEL

1. Rešitev enačbe $a_1 = 2$ 1 točka
 Preizkus $2^3 + 2 - 10 = 0$ 1 točka
 Obseg: obrazec $o = 3a$ 0,5 točke
 rezultat $o = 6$ 0,5 točke
 Ploščina: obrazec $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ 2 točki
 rezultat $S = \sqrt{3}$ 1 točka

2. Zapis enačbe $f(x) = g(x)$ ali $\frac{x+3}{x+1} = -2x + n$ 0,5 točke
 Urejena kvadratna enačba $2x^2 + x(3-n) + 3-n = 0$ 0,5 točke
 Pogoj $D = 0$ 1 točka
 $n_1 = 3$ ali $y = -2x + 3$ 0,5 točke
 $n_2 = -5$ ali $y = -2x - 5$ 0,5 točke
 Pravilno narisana graf racionalne funkcije 2 točki
 Pravilno narisana grafa linearnih funkcij 1 točka



3. Pravilni števec 1 točka
 Pravilni imanovalec 1 točka
 $\mu = \frac{25 \cdot 70 + 30 \cdot 120 + 35 \cdot 220 + 40 \cdot 280 + 45 \cdot 190 + 50 \cdot 90 + 55 \cdot 30}{70 + 120 + 220 + 280 + 190 + 90 + 30}$
 $\mu = \frac{38950}{1000}$
 $\mu = 38,95 \text{ min}$ 1 točka
 Pravilno označeni koordinati vsaka po 0,5 točke
 Narisan histogram 2 točki



4. 1. način:

- Izpis podatkov za prvo zaporedje $a_1 = 9, d = 1, a_n = 70$ 1 točka
 Zapis $a_n = a_1 + (n - 1)d$ 0,5 točke
 Izračun $n = 62$ 0,5 točke
 Izpis podatkov za drugo zaporedje $b_1 = 25, d' = 33$ 2 točki
 Zapisan obrazec $b_{62} = 25 + 61 \cdot 33$ 0,5 točke
 Izračun $b_{62} = 2038 \text{ m}$ 0,5 točke
 Odgovor 1 točka

2. način:

- Izpis podatkov: $a_9 = 25$ 1 točka
 $d = 33$ 1 točka
 Zapis zveze $a_9 = a_1 + 8d \Rightarrow a_1 = a_9 - 8d$ 1 točka
 Zapis obrazca $a_n = a_1 + (n - 1)d$ 0,5 točke
 Vstavljeni podatki $a_{70} = a_1 + 69d \Rightarrow a_{70} = (a_9 - 8d) + 69d$ 1 točka
 Izračun $a_{70} = 2038$ 0,5 točke
 Odgovor 1 točka