

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



**14. tekmovanje v znanju
matematike za dijake srednjih
tehniških in strokovnih šol**
Državno tekmovanje, 12. april 2014

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 1. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. V podjetju izdelujejo vijake s šestimi enakimi stroji. V devetih urah bi s temi stroji izdelali 900 vijakov. V koliko urah bodo izdelali 900 vijakov, če se po petih urah pokvarita dva stroja?

(7 točk)

2. Naj bo n naravno število. Poenostavi izraz

$$\left(\frac{a + a^{-1}b^2}{a - a^{-1}b^2} - 1 \right)^{-1} (b^n (a - b)^{-1} - b^n (a + b)^{-1}).$$

Za katere vrednosti a in b izraz nima pomena?

(8 točk)

3. Dokaži, da je za poljubno liho naravno število n izraz $(n + 2)^3 + 3(n + 2)^2 - n - 5$ deljiv z 48.

(8 točk)

4. Cena vstopnice za ogled nogometne tekme je bila 9 evrov. Zaradi nezanimanja za nakup vstopnic so ceno znižali. Število kupcev se je povečalo za 50 %, izkupiček od prodanih vstopnic pa za 25 %. Koliko je bila cena vstopnice po znižanju? Za koliko odstotkov je bila nova cena vstopnice nižja od prvotne cene?

(9 točk)

Naloge za 2. letnik

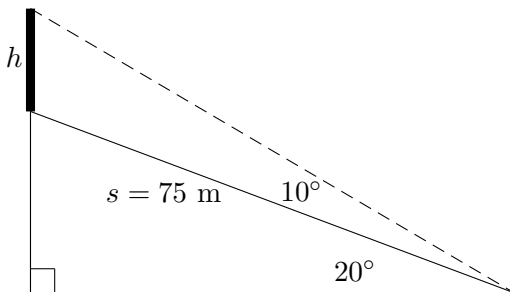
N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Izračunaj vrednosti parametra n , tako da bo graf funkcije f s predpisom $f(x) = 2x + n$ tvoril s koordinatnima osema trikotnik s ploščino 25.

(7 točk)

2. Na vrhu 75 m dolgega klanca je oddajnik, ki ga od vznožja vidimo pod kotom 10° (glej sliko). Kako visok je oddajnik (njegova višina je na sliki označena s h), če je naklon klanca 20° ? Rezultat zaokroži na dve mesti natančno.



(8 točk)

3. Brez uporabe računalna izračunaj vrednost izraza $\sqrt{|2\sqrt{5} - 6|} - \sqrt{2\sqrt{5} + 6}$.

(8 točk)

4. Izračunaj vrednost parametra a tako, da bosta premici z enačbama $y + 3 = ax - 2x + a^2$ in $\frac{x}{2a-5} - \frac{y}{3a-6} = 1$ vzporedni.

(9 točk)

Naloge za 3. letnik

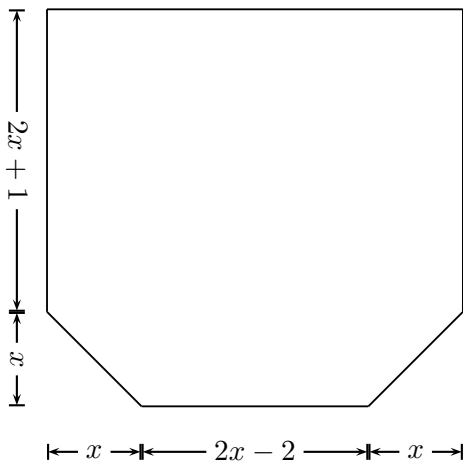
N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Naj bo $x > 0$. Reši enačbo $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log^2 x + 1} = \left(\frac{25}{4}\right)^{2 - \log x^3}$.

(7 točk)

2. Mirko bo na tla svoje kopalnice položil nove ploščice, za katere je plačal 798 evrov. Porabil bo vse kupljene ploščice. Koliko je dolga najdaljša stena Mirkove kopalnice, če en kvadratni meter kupljenih ploščic stane 21 evrov? Tloris Mirkove kopalnice je na sliki. Dolžine so podane v metrih.



(8 točk)

3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = -2x^2 + 8x - d$. Izračunaj vrednosti parametra d tako,
- da se bo graf funkcije f dotikal osi x ,
 - da bo maksimalna vrednost funkcije f enaka 6,
 - da bo funkcija f povsod pozitivna,
- ali pa utemelji, da taka vrednost parametra d ne obstaja.

(8 točk)

4. Dana je pokončna prizma, katere osnovna ploskev je enakostranični trikotnik s stranico, dolgo 12 cm. Izračunaj višino pokončne piramide, ki ima enako višino, enako osnovno ploskev in enako površino plašča kot dana pokončna prizma.

(9 točk)

Naloge za 4. letnik

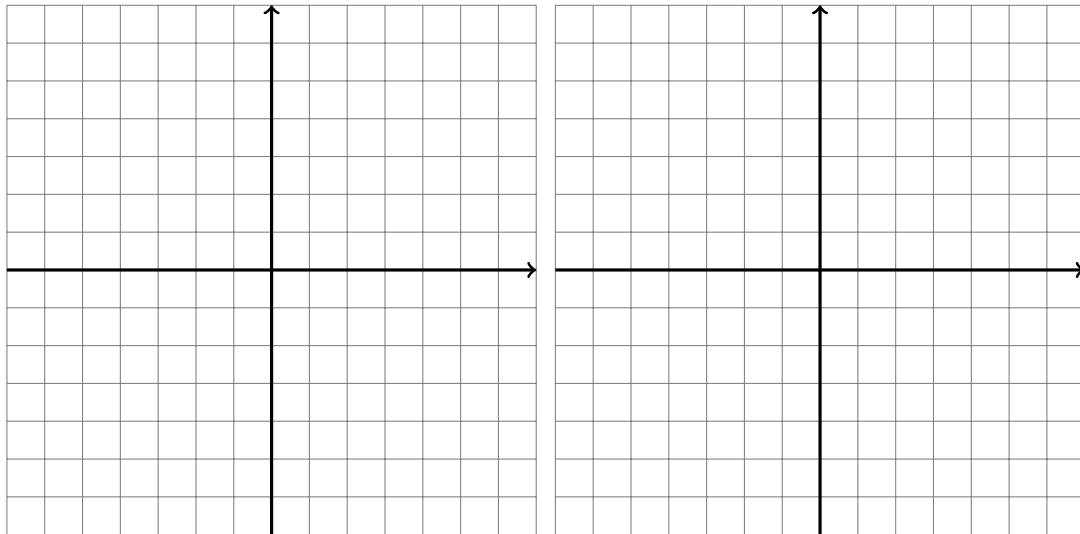
N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Izračunaj vrednosti koeficientov polinoma p s predpisom $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, če je 0 njegova ničla in velja $p(1) = \frac{16}{3}$. Ničli odvoda polinoma p sta -1 in -3 .
(7 točk)

2. Velikosti notranjih kotov trikotnika sestavljajo aritmetično zaporedje, vsota njihovih sinusov pa je enaka $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$. Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika.
(8 točk)

3. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \frac{12}{x^2+x-6} - 2$. Zapiši ničle, pole, enačbo asimptote in začetno vrednost funkcije f ter nariši graf funkcije f . Nariši še graf funkcije g s predpisom $g(x) = |f(x)|$.
(8 točk)



4. Dano je neskončno zaporedje, katerega prvi štirje členi so 2, 6, 18 in 54. Zapiši splošni člen a_n danega zaporedja, če je količnik med poljubnima zaporednima členoma konstanten. Izračunaj še vsoto prvih 1000 členov zaporedja s splošnim členom $b_n = \log_3(a_n)$.
(9 točk)