

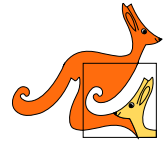
**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



Navodila za izvedbo tekmovanja

Tekmovanje se prične v **četrtek, 19. marca 2015, ob 13.30 uri**. Dijaki lahko rešujejo naloge **90 minut**. Zaradi možnosti hitre komunikacije med tekmovalci po zaključku tekmovanja (e-pošta, mobilni telefoni) lahko pričetek tekmovanja premaknete največ za pol ure nazaj na 13.00 ali tričetrt ure naprej na 14.15.

Izvedba tekmovanja pred dopustnim začetkom reševanja nalog pomeni kršenje tajnosti tekmovalnih nalog in se lahko kaznuje z diskvalifikacijo šole z vseh stopenj tekmovanja iz matematike v tem šolskem letu.

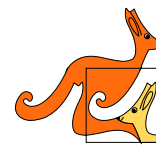
Ker je tekmovanje mednarodno, tekmovalci po tekmovanju **NE SMEJO** odnesti nalog s seboj, prav tako morajo ostati v tajnosti šolske tekmovalne komisije tudi neizkoriščene tekmovalne pole. Tekmovalcem lahko vrnete njihove izdelke šele 1 mesec po tekmovanju, do takrat pa so na voljo na šoli tekmovalcem le v vpogled.

Na nekaterih šolah nadzorni učitelj v razredu ne nadzira tistih učencev, ki jih poučuje. Če razmere na vaši šoli to možnost dopuščajo, lahko izvedete nadzor na tak način.

Da ne bi tekmovalci reševali nalog z merjenjem, so **nekatero slike namerno narisane kot nenatančne skice**.

Zahvaljujemo se vam, ker se vključujete v tekmovanje in vas lepo pozdravljamo.

Člani komisije za tekmovanje
Mednarodni matematični kenguru



1. in 2. letnik SŠ

Ime in priimek _____

Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se ti prizna začetnih 24 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Katero izmed spodnjih števil se najmanj razlikuje od zmnožka $20.15 \cdot 51.02$?

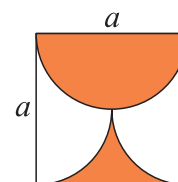
- (A) 100 (B) 1000 (C) 10000 (D) 100000 (E) 1000000

2. Janez je na prazno vrv za obešanje perila obesil nekaj spodnjih majic. Nato je med vsaki 2 sosednji spodnji majici obesil še 1 spodnje hlače in ugotovil, da je na vrvi za obešanje natanko 29 kosov oblačil. Koliko spodnjih majic je Janez obesil na vrv za obešanje perila?

- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 15

3. Anja je narisala kvadrat s stranico dolžine a in nekaj krožnih lokov krožnice s premerom a (glej sliko). Koliko je ploščina osenčenega območja?

- (A) $\frac{a^2}{4}$ (B) $\frac{\pi a^2}{8}$ (C) $\frac{a^2}{2}$ (D) $\frac{\pi a^2}{4}$ (E) $\frac{\pi a^2}{2}$



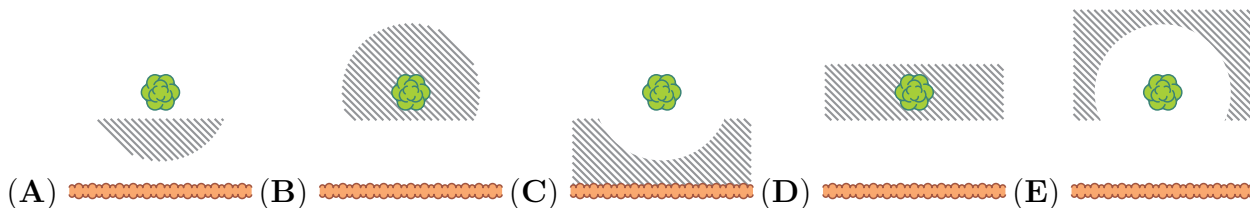
4. Sestre Kristina, Martina in Valentina so kupile 30 čokoladnih kolačkov: Kristina je plačala 8 evrov, Martina 5 evrov in Valentina 2 evra. Vsaka izmed sester je dobila 10 kolačkov. Koliko več kolačkov bi morala dobiti Kristina, če bi si sestre razdelile kolačke v enakem razmerju, kot so bila njihova plačila?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

5. Katera številka je na mestu enic rezultata računa $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

6. Gospod Kopač je pred leti na vrtu zakopal svoj skrivni dnevnik. Zapomnil si je samo, da ga je zakopal vsaj 5 m od ograje in ne več kot 5 m od drevesa. Na kateri sliki je najbolj natančno prikazano območje, na katerem je gospod Kopač zakopal svoj skrivni dnevnik?



7. Petra je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 44 cm. Tudi Ana je seštela dolžine 3 stranic pravokotnika $ABCD$ in dobila 40 cm. Koliko centimetrov je obseg pravokotnika $ABCD$?

- (A) 42 (B) 56 (C) 64 (D) 84 (E) 112

8. Katero izmed naslednjih števil ni ne kvadrat naravnega števila ne kub naravnega števila?

- (A) 6^{13} (B) 5^{12} (C) 4^{11} (D) 3^{10} (E) 2^9

Naloge, vredne 4 točke

9. Lučka je imela 100 sveč. Vsak dan je prižgala 1 svečo, vsakih 7 dni pa je iz ostankov 7 pogorelih sveč naredila 1 novo svečo. Koliko zaporednih dni je Lučka lahko prižgala svečo?

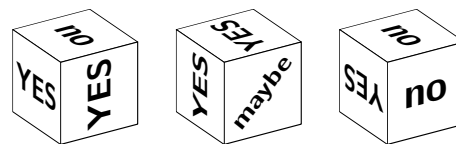
- (A) 112 (B) 114 (C) 115 (D) 116 (E) 117

10. Naj bo n število pravih kotov v konveksnem petkotniku. Katere so vse možne vrednosti za število n ?

- (A) 1, 2, 3 (B) 0, 1, 2, 3, 4 (C) 0, 1, 2, 3 (D) 0, 1, 2 (E) 1, 2

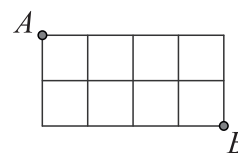
11. Na Zalini kocki so napisane besede (glej sliko Zaline kocke v 3 različnih položajih). Na koliko mejnih ploskvah Zaline kocke je napisana beseda YES?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



12. Pravokotnik je sestavljen iz 8 kvadratov, dolžina stranice vsakega kvadrata je 1 cm (glej sliko). Koliko centimetrov je dolga najkrajša pot od točke A do točke B , če se lahko premikamo samo po stranicah ali diagonalah kvadratov?

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $2 + 2\sqrt{2}$
 (D) $4\sqrt{2}$ (E) 6



13. Na planetu Uhelj ima vsak prebivalec vsaj 2 ušesi in vedno govori resnico. Ko so se nekoč srečali 3 prebivalci tega planeta Buhelj, Čuhelj in Duhelj, so povedali takole.

Buhelj: "Vidva imata skupaj 8 ušes."

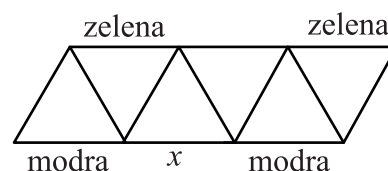
Čuhelj: "Vidva imata skupaj 7 ušes."

Duhelj: "Vidva imata skupaj 5 ušes."

Koliko ušes ima Duhelj?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. Mojca bo z enako dolgimi palicami 3 različnih barv oblikovala figuro (glej sliko). Vsak trikotnik bo imel 1 stranico modre, 1 stranico rdeče in 1 stranico zelene barve. Mojca je na sliko napisala, kakšne barve bodo 4 palice. Kakšne barve bo lahko palica, označena z x ?



- (A) Samo modre. (B) Samo zelene. (C) Samo rdeče. (D) Modre ali rdeče.
(E) Mojca ne more oblikovati figure na predpisani način.

15. Zmnožek očetove in sinove starosti v letih je 2015. Koliko je lahko razlika njunih starosti?

- (A) 26 (B) 29 (C) 31 (D) 34 (E) 36

16. Tina je zmnožila število 100 z enim izmed števil 2 in 3, nato je dobljenemu številu prištela eno izmed števil 1 in 2 in nato dobljeno število delila z enim izmed števil 3 in 4, tako da je bil končni rezultat računanja naravno število. Koliko je bil končni rezultat, ki ga je dobila Tina?

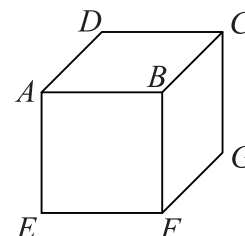
- (A) 50 (B) 51 (C) 67 (D) 68
(E) Nemogoče je določiti.

Naloge, vredne 5 točk

17. Za števke štirimestnega števila \overline{ABCD} velja, da je $A < B < C < D$. Koliko je lahko največ razlika $\overline{BD} - \overline{AC}$ dvomestnih števil \overline{BD} in \overline{AC} ?

- (A) 86 (B) 61 (C) 56 (D) 50 (E) 16

18. Eva je na vsako mejno ploskev kocke $ABCDEFGH$ (glej sliko) napisala število. Za vsako oglišče je nato seštela 3 števila, napisana na mejnih ploskvah, ki so se stikale v tem oglišču. Na primer, za oglišče B je seštela števila na mejnih ploskvah $BCDA$, $BAEF$ in $BFGC$. Za oglišča C , D in E je po vrsti dobila vsote 14, 16 in 24. Koliko je vsota, ki jo je Eva dobila za oglišče F ?



- (A) 15 (B) 19 (C) 22 (D) 24 (E) 26

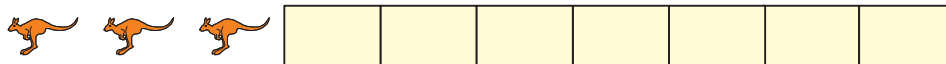
19. Vlak za Beograd ima 12 vagonov. V vsakem vagonu je enako število oddelkov. Jana je sedela v 7. vagonu in v 50. oddelku po vrsti od lokomotive. Koliko oddelkov je v vsakem vagonu?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

20. Mateja je imela 5 sošolcev. Vsakega je vprašala, koliko izmed njih je minulo noč šlo spat po polnoči. Matej je rekel, da nobeden, Matevž je rekel, da natanko 1, Matic je rekel, da natanko 2, Matija je rekel, da natanko 3, Matjaž pa je rekel, da natanko 4 izmed njih. Mateja je vedela, da je vsaj 1 izmed njenih sošolcev šel spat po polnoči, da so vsi njeni sošolci, ki so šli spat pred polnočjo, lagali, in da so vsi njeni sošolci, ki so šli spat po polnoči, govorili resnico. Koliko izmed Matejinih sošolcev je šlo spat po polnoči?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

21. Matevž bi rad 3 enake plišaste kenguruje postavil na polico, razdeljeno na 7 predelov, vsakega v svoj predel (glej sliko).



Na koliko načinov lahko Matevž postavi kenguruje na polico, tako da nobena 2 kenguruja ne bosta nameščena v sosednjih predelih?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

22. Kaja je z majhnimi belimi kockami razsežnosti $1 \times 1 \times 1$ sestavila veliko kocko razsežnosti $4 \times 4 \times 4$. Nato je pobarvala 3 mejne ploskve velike kocke z rdečo barvo, preostale 3 mejne ploskve pa z modro barvo. Ko je končala, nobena izmed majhnih kock ni imela 3 mejnih ploskev rdečih. Koliko majhnih kock je imelo tako rdeče kot tudi modre mejne ploskve?

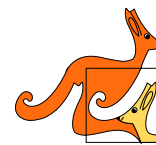
- (A) 0 (B) 8 (C) 12 (D) 24 (E) 32

23. V baletni predstavi v 2 dejanjih je nastopilo 33 dijakov. Dijakov, ki so nastopili samo v 1. dejanju, je bilo 2-krat toliko kot dijakov, ki so nastopili samo v 2. dejanju. V obeh dejanjih so nastopili 3 dijaki. Koliko dijakov je nastopilo v 1. dejanju baletne predstave?

- (A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 23 (E) 24

24. Val je nalil vodo v posodo v obliki pravilne 4-strane prizme, katere ploščina osnovne ploskve je 100 cm^2 . Ko je vanjo položil železno kocko z robom dolžine 2 cm, je bila gladina vode v posodi poravnana z zgornjo mejno ploskvijo kocke. Koliko centimetrov visoko je bila gladina vode v posodi, predeno je Val vanjo položil železno kocko?

- (A) 1.90 (B) 1.91 (C) 1.92 (D) 1.93 (E) 1.94



3. in 4. letnik SŠ

Ime in priimek _____

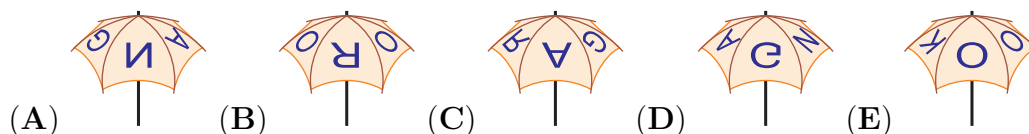
Razred _____ Mentor _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili morebitnemu negativnemu končnemu dosežku, se ti prizna začetnih 24 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Na zgornji strani Necinega dežnika je napis KANGAROO (glej desno sliko). Na kateri sliki je lahko Necin dežnik?



2. Staša se je rodila leta 1997, njena mlajša sestra Saša pa leta 2001. Kolikšna je zagotovo razlika med datumoma njunih rojstev?

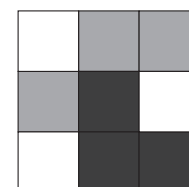
- (A) Manj kot 4 leta. (B) Vsaj 4 leta. (C) Natanko 4 leta.
(D) Več kot 4 leta. (E) Vsaj 3 leta.

3. Kateremu izmed spodnjih izrazov je enak izraz $(a - b)^5 + (b - a)^5$?

- (A) 0 (B) $2(a - b)^5$ (C) $2a^5 - 2b^5$ (D) $2a^5 + 2b^5$
(E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

4. Samo ima 3 tempere: belo, sivo in črno. Z njimi je pobarval 9 kvadratov (glej sliko). Najmanj koliko kvadratov mora Samo prebarvati s svojimi temperami, da nobena kvadrata, ki imata skupno stranico, ne bosta iste barve?

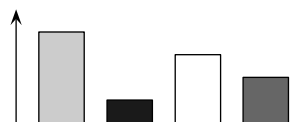
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



5. Koliko realnih rešitev ima enačba $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
(E) Neskončno mnogo.

6. Dijaki so prešteli, koliko sadik vsake izmed 4 vrst dreves so posadili v botaničnem vrtu. Lea je rezultate ponazorila s prikazom s stolpci (glej desno sliko), Alen pa z ustreznim krožnim prikazom. Na kateri sliki je Alenov krožni prikaz?

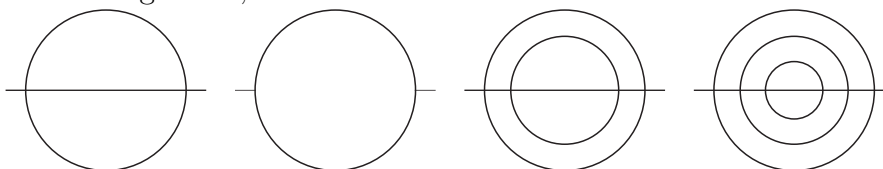


- (A) (B) (C) (D) (E)

7. Jure je seštel 31 zaporednih naravnih števil od 2001 do 2031, nato pa dobljeno vsoto delil z 31. Katero število je dobil Jure?

- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

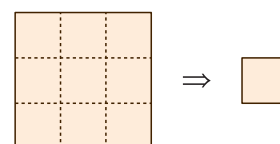
8. Koliko izmed 4 risb na sliki lahko narišemo z 1 nepretrgano črto, ne da bi katerikoli del risbe, razen končno mnogo točk, narisali več kot 1-krat?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

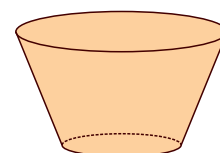
Naloge, vredne 4 točke

9. Klara je kvadratni list papirja pregibala po črtkanih črtah in dobila manjši kvadrat (glej sliko). Nato je od manjšega kvadrata odtrgala 1 oglišče in ponovno razgrnila list papirja. Koliko lukenj ima razgrnjeni list papirja?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9

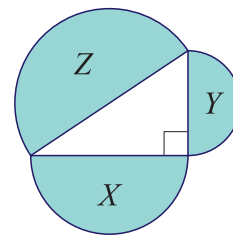
10. Kozarec ima obliko prisekanega stožca (glej sliko). Na kateri izmed spodnjih slik je papir takšne oblike, da lahko z njim povsem prekrijemo zunanost kozarca brez dna, papir pa se nikjer ne prekriva ali sega čez rob kozarca?



- (A) (B) (C) (D) (E)

11. Stranice pravokotnega trikotnika so premeri 3 polkrogov s ploščinami $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ in $Z \text{ cm}^2$ (glej sliko). Kateri izmed naslednjih izrazov je zagotovo pravilen?

- (A) $X + Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X + Y = Z$
 (D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$



12. Naj bo n število ostrih kotov v konveksnem štirikotniku. Katere so vse možne vrednosti za število n ?

- (A) 0, 1, 2 (B) 0, 1, 2, 3 (C) 0, 1, 2, 3, 4 (D) 0, 1, 3 (E) 1, 2, 3

13. Koliko je vrednost izraza

$$\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)}?$$

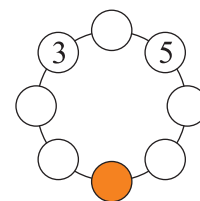
- (A) $\sqrt{2015}$ (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017 (E) 4030

14. Naj bo $f(x) = 2 - x^2$, $g(x) = x^2 - 1$ in $h(x) = 0$. Na koliko območij razdelijo ravnino grafi funkcij f , g in h ?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 14

15. Teja bi rada v vsak krog napisala število, ki bi bilo enako vsoti števil v sosednjih 2 krogih, 2 števili je že napisala (glej sliko). Katero število bi morala Teja napisati v osenčeni krog?

- (A) -16 (B) -8 (C) -5 (D) -3
 (E) Nemogoče je zadostiti pogojem.



16. Za 5 različnih naravnih števil a , b , c , d in e velja $\frac{c}{e} = b$, $a + b = d$ in $e - d = a$. Katero izmed števil a , b , c , d in e je največje?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

Naloge, vredne 5 točk

17. Koliko je vsota števk števila c , če sta obe rešitvi enačbe $x^2 - 85x + c = 0$ praštevili?

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 21

18. Lan je na premici označil 5 točk. Izmeril je razdalje med vsakima 2 točkama in te razdalje zapisal na list papirja v naraščajočem vrstnem redu. Nato je namesto 1 izmed razdalj napisal črko k , tako da je na listu papirja pisalo: 2, 5, 6, 8, 9, k , 15, 17, 20 in 22. Namesto katere razdalje je Lan napisal črko k ?

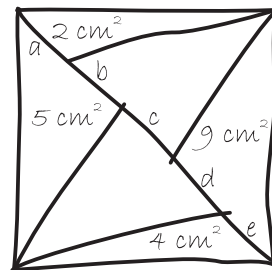
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

19. Denis je izjavil: "Če je n praštevilo, potem je natanko 1 izmed števil $n - 2$ in $n + 2$ praštevilo." Za katero izmed naslednjih vrednosti števila n ta izjava ne velja?

- (A) 11 (B) 19 (C) 21 (D) 29 (E) 37

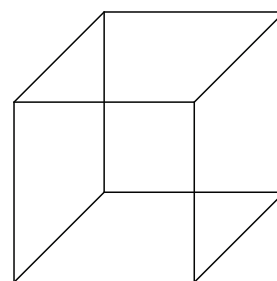
20. Nuša je kvadrat s ploščino 30 cm^2 razdelila na 6 trikotnikov in nato napisala, koliko je ploščina nekaterih trikotnikov (glej skico). Kateri del diagonale kvadrata je najdaljši?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e



21. Jernej ima 7 kosov žice, ki so dolgi 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm in 7 cm. Ne da bi jih rezal, bo nekaj izmed teh kosov uporabil za oblikovanje žičnega modela kocke z robom dolžine 1 cm, pri čemer bo lahko žice zvijal, vsak rob pa bo sestavljen samo iz 1 kosa žice (glej sliko). Najmanj koliko kosov žice bo uporabil Jernej?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

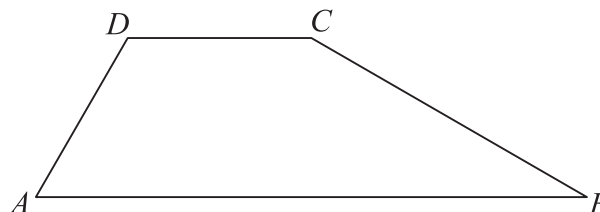


22. Peter je na list papirja napisal 5 naravnih števil, ne nujno vseh med seboj različnih. Nato je seštel vsaki 2 števili, ki jih je napisal. Dobil je samo 3 različne vsote, in sicer 57, 70 in 83. Katero je največje naravno število, ki ga je Peter napisal na list papirja?

- (A) 35 (B) 42 (C) 48 (D) 53 (E) 82

23. Velikost kota $\angle ADC$ trapeza $ABCD$ z osnovnicama AB in CD je 120° , velja pa še $|CD| = |DA| = \frac{1}{3}|AB|$ (glej sliko). Koliko stopinj je velik kot $\angle CBA$?

- (A) 15 (B) 22.5 (C) 25
(D) 30 (E) 45



24. Masa 2 najlažjih kengurujev v nekem živalskem vrtu je enaka 25 % mase vseh kengurujev v živalskem vrtu, masa 3 najtežjih kengurujev pa je enaka 60 % mase vseh kengurujev v živalskem vrtu. Koliko kengurujev je v tem živalskem vrtu?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 15 (E) 20