

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

38. PODROČNO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

29. marec 2003

6. razred

Pred teboj sta dva sklopa nalog:

- Naloge A1 do A8 rešuješ tako, da na tem listu z nalogami izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravilnega in obkrožiš ustrezno črko pred odgovorom. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za obkrožen nepravilni odgovor eno točko odšteli. Odgovore prepisi na ustrezno mesto na nalepki na tekmovalni poli, tale list pa nato lahko odneseš.
- Naloge B1 do B3 pa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami.

Na liste, kjer boš reševal naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro.

S seboj odnesi tudi list z imenom, kjer imaš zapisano uporabniško ime in geslo za dostop do informacij o dosežku preko interneta ali WAP telefona.

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

A1. Jure in Miha sta imela skupaj 10 jabolk. Ko je Jure pojedel eno jabolko, Miha pa tri, sta jih imela oba enako.

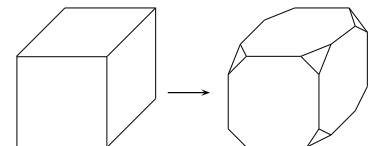
Koliko jabolk je imel Jure na začetku?

- (A) 2 jabolki (B) 3 jabolka (C) 4 jabolka
(D) 5 jabolk (E) ni mogoče izračunati

A2. Kocki smo na enak način porezali vsa oglišča, kot kaže slika.

Koliko robov ima nastalo telo?

- (A) 24 (B) 28 (C) 32 (D) 36 (E) 40



A3. Katero izmed naštetih števil je 15-krat večje od $\frac{1}{25}$

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) 0,6 (C) 0,15 (D) 0,12 (E) 0,04

A4. Koliko deliteljev ima zmnožek treh različnih praštevil?

- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 3

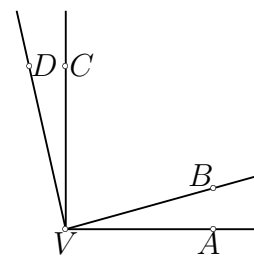
A5. Koliko štirimestnih naravnih števil, zapisanih s števki 1, 2, 5 in 8 (vsakič so uporabljene vse števke), je deljivih z 8?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) 10
-

A6. Kot $\sphericalangle DVA$ meri 138° . Premica DV je pravokotna na poltrak VB , premica CV pa pravokotna na poltrak VA .

Velikost kota $\sphericalangle CVB$ je:

- (A) 24° (B) 42° (C) 48° (D) 64° (E) 66°



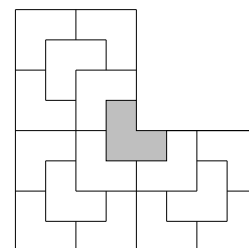
A7. Vrednost izraza $250 - 249 + 248 - 247 + 246 - \dots + 2 - 1$ je:

- (A) 124 (B) 125 (C) 126 (D) 225 (E) 250
-

A8. Logarjev vrt ima obliko črke L. Na osenčenem delu raste peteršilj.

Kolikšen del vrta je zasejan s peteršiljem?

- (A) četrtnina tretjine (B) petina četrtnine
(C) petina tretjine (D) tretjina četrtnine
(E) četrtnina četrtnine



B1. Poišči ulomek z imenovalcem 20, ki je večji od $\frac{4}{13}$ in manjši od $\frac{5}{13}$.

B2. Žogo smo spustili padati z višine 32 m. Po vsakem odboju je dosegla polovico prejšnje višine. Ujeli smo jo v skrajni zgornji legi po petem odboju. Koliko metrov je prepotovala?

B3. Načrtaj trikotnik $\triangle ABC$ s podatki: $a = \overline{BC} = 6$ cm, $v_a = 4$ cm, $t_a = 5$ cm. (Nariši obe rešitvi.)

SKLOP A

Pravilno rešitev vsake naloge ocenimo z 2 točkama, nepravilno z -1 točko, nerešene naloge ne točkujemo.

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
pravilni odgovor	C	D	B	A	C	B	B	E

SKLOP B

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 6 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

B1. Označimo števec iskanega ulomka z x .

- Za ulomek $\frac{x}{20}$ velja odnos $\frac{4}{13} < \frac{x}{20} < \frac{5}{13}$ 2t
- Razširimo ulomke na najmanjši skupni imenovalac, velja $\frac{80}{260} < \frac{x \cdot 13}{260} < \frac{100}{260}$ 2t
- Odnos velja, če je $x = 7$. ($\frac{80}{260} < \frac{91}{260} < \frac{100}{260}$) 1t
- Iskani ulomek je $\frac{7}{20}$ 1t

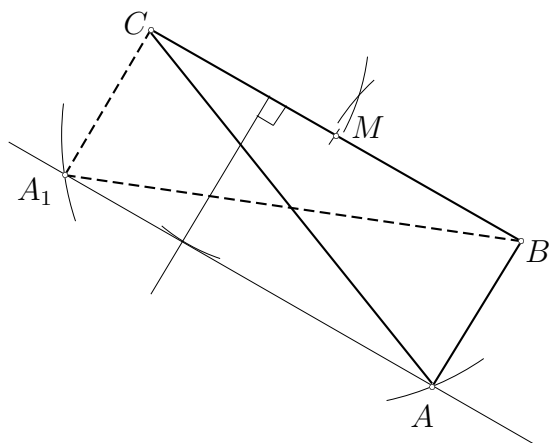
6t

B2. Žogica prepotuje:

- do tal: 32 m
- med prvim in drugim odbojem: $2 \cdot 16$ m 1t
- med drugim in tretjim odbojem: $2 \cdot 8$ m 1t
- med tretjim in četrtem odbojem: $2 \cdot 4$ m 1t
- med četrtem in petim odbojem: $2 \cdot 2$ m 1t
- po petem odboju: 1 m 1t
- Skupno 32 m + 32 m + 16 m + 8 m + 4 m + 1 m = 93 m. 1t

6t

B3.



- Stranica BC , vzporednica k BC v razdalji 4 cm 1t
- razpolovišče (središče) stranice BC , točka M 1t
- krožnica s središčem v točki M in polmerom 5 cm, točki A in A_1 1t
- Trikotnik $\triangle ABC$ in trikotnik $\triangle A_1BC$ 1t

6t

38. PODROČNO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

29. marec 2003

7. razred

Pred teboj sta dva sklopa nalog:

- Naloge A1 do A8 rešuješ tako, da na tem listu z nalogami izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravilnega in obkrožiš ustrezno črko pred odgovorom. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za obkrožen nepravilni odgovor eno točko odšteli. Odgovore prepisi na ustrezno mesto na nalepki na tekmovalni poli, tale list pa nato lahko odneseš.
- Naloge B1 do B3 pa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami.

Na liste, kjer boš reševal naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro.

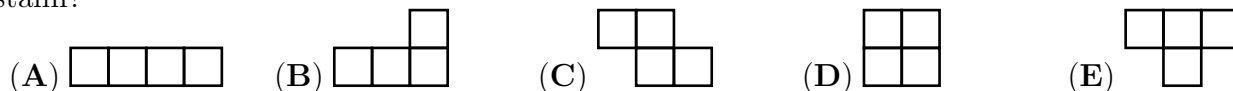
S seboj odnesi tudi list z imenom, kjer imaš zapisano uporabniško ime in geslo za dostop do informacij o dosežku preko interneta ali WAP telefona.

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

A1. Vsi liki na slikah so sestavljeni iz po štirih skladnih kvadratov. Kateri ima obseg drugačen od ostalih?



A2. Med pari števil poišči tistega, pri katerem je absolutna vrednost razlike med številoma največja:

- (A) $(-3, 8)$ (B) $(-5, -13)$ (C) $(1, 11)$ (D) $(4, -5)$ (E) $(-6, -15)$

A3. Pet ribičev v 6 dneh ujame 70 rib. Koliko rib ujame 9 ribičev v 10 dneh?

- (A) 900 (B) 630 (C) 420
 (D) 210 (E) Noben od ponujenih odgovorov ni pravilen.

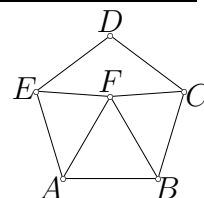
A4. Število ima obliko 679679...679. Koliko mest ima najmanjše število take oblike, ki je deljivo z 9?

- (A) 3 (B) 9 (C) 18 (D) 21 (E) 27

A5. V pravilnem petkotniku $ABCDE$ je narisana enakostranični trikotnik $\triangle ABF$, kot kaže slika.

Koliko meri izbočeni kot $\sphericalangle EFC$?

- (A) 170° (B) 168° (C) 150° (D) 144° (E) 120°



A6. Za nekatera cela števila velja lastnost, da je kub števila enak temu številu. Koliko je celih števil s to lastnostjo?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) več kot 3
-

A7. Koliko naravnih števil x zadošča neenačbi $2x + 5 > 5x - 14$?

- (A) nobeno (B) 3 (C) 6 (D) 8 (E) več kot 8
-

A8. Vrednost izraza $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}$ je:

- (A) $3 \cdot \sqrt{2}$ (B) $2 \cdot \sqrt[4]{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt[3]{2}$ (E) $\sqrt{6}$
-

B1. Oče je zapustil trem sinovom 16 ha zemlje. Prvi sin je dobil 35 % zemlje, drugi pa trikrat več kot tretji.

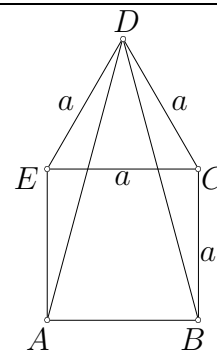
Koliko hektarov zemlje je dobil vsak od sinov?

B2. Izračunaj vrednost izraza:

$$\left(-3 \cdot \sqrt{5^2 - 2^4}\right) : \sqrt[3]{27} + \frac{-2 : \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1}}{-2\frac{1}{2} + 2,7 : 3} =$$

B3. Petkotnik $ABCDE$ je sestavljen iz kvadrata s stranico a in enakostraničnega trikotnika, kot kaže slika.

Z a izrazi polmer trikotniku $\triangle ABD$ očrtanega kroga. Utemelji.



SKLOP A

Pravilno rešitev vsake naloge ocenimo z 2 točkama, nepravilno z -1 točko, nerešene naloge ne točkujemo.

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
pravilni odgovor	D	A	D	E	B	D	C	B

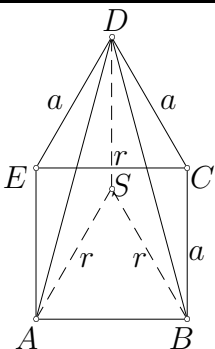
SKLOP B

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 6 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

- B1.**
- Prvi sin: 35% od 16 ha = $5,6$ ha 2t
 - Tretji sin: $(16$ ha - $5,6$ ha) : $4 = 2,6$ ha 2t
 - Drugi sin: $3 \cdot 2,6$ ha = $7,8$ ha 2t
-
- 6t

- B2.**
- $(-3 \cdot \sqrt{5^2 - 2^4}) = -9$ 1t
 - $\sqrt[3]{27} = 3$ 1t
 - $\left(-2 : \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1}\right) = -2 : \frac{5}{4} = -1,6$ 1t
 - $-2\frac{1}{2} + 2,7 : 3 = -2,5 + 0,9 = -1,6$ 1t
 - $(-9) : 3 + \frac{-1,6}{-1,6} = -3 + 1 = -2$ 2t
-
- 6t

- B3.**
- 

Npr.:

 - $\triangle ADE$ je enakokraki ($\overline{AE} = \overline{DE} = a$),
zato je $\sphericalangle DAE = (180^\circ - 150^\circ) : 2 = 15^\circ$ in
 $\sphericalangle ADE = 15^\circ$ 1t
 - $\triangle ABD$ je enakokraki ($\overline{AD} = \overline{BD}$),
zato je $\sphericalangle BAD = 75^\circ$, $\sphericalangle ABD = 75^\circ$, $\sphericalangle ADB = 30^\circ$ 1t
 - $\overline{AS} = \overline{SD} = \overline{SB} = r$ (polmer trikotniku $\triangle ABD$
očrtanega kroga), zato je $\sphericalangle SAD = \sphericalangle ADS = 15^\circ$ 2t
 - Trikotnik $\triangle ABS$ je enakostraničen s stranico $r = a$,
kajti $\sphericalangle BAS = \sphericalangle ABS = 60^\circ$.
Polmer očrtanega kroga je enak stranici kvadrata. 2t
-
- 6t

38. PODROČNO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

29. marec 2003

8. razred

Pred teboj sta dva sklopa nalog:

- Naloge A1 do A8 rešuješ tako, da na tem listu z nalogami izmed predlaganih petih odgovorov izbereš pravilnega in obkrožiš ustrezno črko pred odgovorom. Pravilni odgovor bo ovrednoten z dvema točkama, medtem ko ti bomo za obkrožen nepravilni odgovor eno točko odšteli. Odgovore prepisi na ustrezno mesto na nalepki na tekmovalni poli, tale list pa nato lahko odneseš.
- Naloge B1 do B3 pa rešuješ na priloženi papir. Rešitev vsake od teh nalog bo ocenjena z 0 do 6 točkami.

Na liste, kjer boš reševal naloge, se ne podpisuj, napiši le svojo šifro.

S seboj odnesi tudi list z imenom, kjer imaš zapisano uporabniško ime in geslo za dostop do informacij o dosežku preko interneta ali WAP telefona.

Čas za reševanje je 120 minut.**Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno.****DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.**

A1. Tina vsak dan prebere dvakrat več strani knjige kot prejšnji dan. V desetih dneh je knjigo prebrala. Da je prebrala polovico knjige, je porabila:

- (A) 4 dni (B) 5 dni (C) 6 dni (D) 8 dni (E) 9 dni

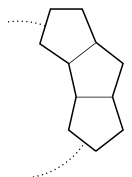
A2. Dva sendviča in sok stanejo skupaj 620 tolarjev. Štirje sendviči in trije sokovi stanejo skupaj 1360 tolarjev.

Koliko staneta skupaj sendvič in sok?

- (A) 120 SIT (B) 250 SIT (C) 370 SIT
(D) 740 SIT (E) noben od ponujenih odgovorov

A3. Iz skladnih pravih petkotnikov želimo sestaviti obroč na način, ki ga prikazuje skica. Prvi trije petkotniki so že narisani. Koliko petkotnikov je še potrebnih, da bo obroč sklenjen?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

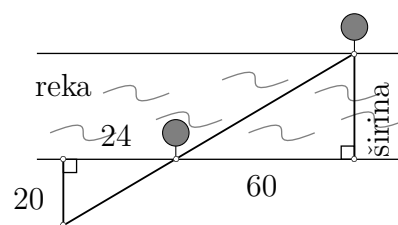


A4. Število a je sedemkrat večje od števila b . Število a je večje od števila b za:

- (A) 700 % (B) 600 % (C) 350 % (D) 70 % (E) 60 %

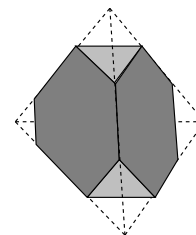
A5. Na vsakem bregu reke raste po eno drevo. Skica prikazuje, kako smo izmerili širino reke. Označene izmerjene dolžine so v metrih. Reka je široka:

- (A) 16 m (B) 40 m (C) 48 m (D) 50 m (E) 60 m



A6. Pravilnemu četvercu (tetraedru) z robovi, dolgimi 6 cm, smo porezali vsa oglišča in dobili telo na sliki. Trikotne ploskve so vse enakostranični trikotniki, ne nujno skladni. Skupna dolžina vseh robov nastalega telesa je:

- (A) 28 cm (B) 30 cm (C) 36 cm
 (D) 48 cm (E) ni dovolj podatkov

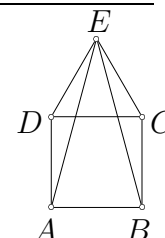


A7. Tri točke, ki ne ležijo na isti premici, določajo tri oglišča paralelograma. Koliko različnih možnosti je za četrto oglišče paralelograma?

- (A) tri (B) dve (C) ena
 (D) nobena (E) se ne da določiti

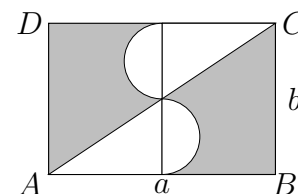
A8. Kvadrat $ABCD$ in enakostranični trikotnik $\triangle DCE$ ležita v isti ravnini (glej sliko!). Velikost kota $\sphericalangle AEB$ je:

- (A) 15° (B) $22^\circ 30'$ (C) 27° (D) 30° (E) 45°



B1. Trimestno število ima števko stotic za 1 večjo od števke desetice, števka enic pa je enaka vsoti desetice in stotic. Če število deliš z vsoto njegovih števk, dobiš količnik 31 in ostanek 3. Katero je to število? (Zapiši ustrezno enačbo in jo reši.)

B2. Izrazi ploščino osenčenega dela pravokotnika $ABCD$ s stranicama a in b . Kolikšna je ploščina, če je $a = 6$ cm in $b = 4$ cm?



B3. Točke A, B, C so oglišča trikotnika $\triangle ABC$. Oglišče A je presečišče premic z enačbama $y = -2$ in $3x - 4y - 2 = 0$. Oglišče B je presečišče ordinatne osi in premice z enačbo $y = -2$. Oglišče C je presečišče ordinatne osi in premice z enačbo $3x - 4y - 2 = 0$.

- Določi koordinate oglišč trikotnika $\triangle ABC$.
- Izračunaj obseg in ploščino trikotnika $\triangle ABC$.
- Zapiši enačbo nosilke višine na stranico b ($b = \overline{AC}$).

SKLOP A

Pravilno rešitev vsake naloge ocenimo z 2 točkama, nepravilno z -1 točko, nerešene naloge ne točkujemo.

naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
pravilni odgovor	E	C	B	B	D	C	A	D

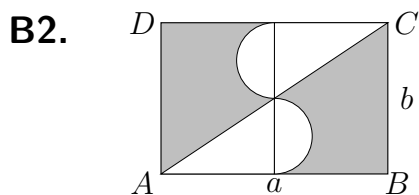
SKLOP B

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 6 točk.

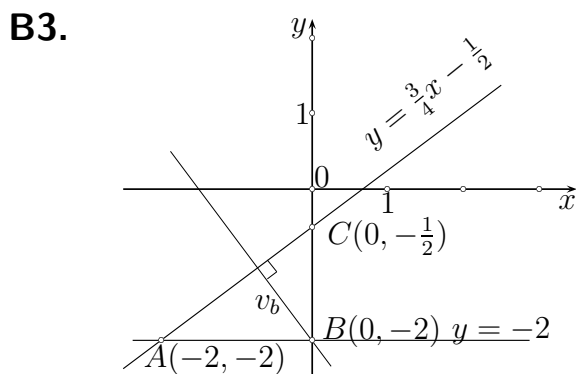
Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

B1. Označimo število desetec z x .

- Število stotic je tedaj $x + 1$, število enic pa $2x + 1$ 1t
- Enačba: npr.: $100(x + 1) + 10x + (2x + 1) = 31((x + 1) + x + (2x + 1)) + 3$ 2t
- Rešitev enačbe: $x = 3$ 2t
- Število stotic je 4, število enic 7, iskano število pa 437. 1t



- B2.**
- Ploščina osenčenega dela pravokotnika je:
 - $p_o = p_{\text{pravokotnika}} - 2 \cdot p_{\text{trikotnika}} - p_{\text{kroga}}, \quad p_{\text{pravokotnika}} = a \cdot b$ 1t
 - $p_{\text{trikotnika}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}$ 2t
 - $p_{\text{kroga}} = \pi \left(\frac{b}{4}\right)^2$ 2t
 - $p_o = ab - \frac{ab}{4} - \frac{\pi b^2}{16}$ 1t
 - $p_o = \frac{12ab - \pi b^2}{16}$ 1t
 - Za $a = 6$ cm in $b = 4$ cm dobimo $p_o = (18 - \pi) \text{ cm}^2$ ($\doteq 14,86 \text{ cm}^2$). 1t



- B3.**
- Ogljišča:
 - A: $y = -2, 3x - 4y - 2 = 0 \implies x = -2, y = -2$
 - B: $x = 0, y = -2$
 - C: $x = 0, 3x - 4y - 2 = 0 \implies y = -\frac{1}{2}$
 - Ogljišča trikotnika: $A(-2, -2), B(0, -2), C(0, -\frac{1}{2})$ 1t
 - Obseg trikotnika:
 - $o = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}, \overline{AC} = \sqrt{4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2,5$ d.e. 1t
 - $o = 2 + 1,5 + 2,5 = 6$ dolžinskih enot 1t
 - Ploščina trikotnika:
 - $p = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 1,5$ ploščinskih enot 1t
 - Enačba nosilke višine:
 - Smerni koeficient nosilke stranice b je $k = \frac{3}{4}$
 - Smerni koeficient nosilke višine na stranico b je $k_1 = -\frac{4}{3}$ 1t
 - Enačba nosilke višine na stranico b je $y = -\frac{4}{3}x - 2$ 1t