

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

# 40. DRŽAVNO TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

17. april 2004

8. razred

## Navodila za šifriranje:

Na mizi imaš prijavitni list, nalepko s šifro, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nalepko nalepi na prvo stran tekmovalne pole, prijavitni list in pritožni list pa sta že opremljena s šifro. List z nalogami, prijavitni list in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka **uporabi pritožni list**. Na prijavnem listu imaš uporabniško ime in geslo, ki ti omogočata, da takoj, ko bo tekmovalna komisija dosegel vnesla v strežnik, svoj dosegel vidiš na naslovu <http://www.dmfa.si>, povezava Rezultati tekmovalj, ali preko mobilnega telefona, ki omogoča WAP, na naslovu <http://wap.dmfa.si>

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.

**DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.**

Dosežki bodo najhitreje (22.4.) vidni na internet naslovu <http://www.dmfa.si>, naloge in rešitve pa že danes.

## 1. naloga

Izračunaj vrednost izraza:

$$\frac{7^3 + (-4)^4 + \sqrt{5 \cdot (5^2 + 2^2) - (4^2 - \sqrt{16})^2}}{1 - \frac{\sqrt{5^2 - 4^2}}{\sqrt{16}}} - (4^2 - \sqrt{25}) \cdot 6^2 =$$

## 2. naloga

Neko naselje v občini je zgrajeno na četrt kvadratnega kilometra velikem zemljišču. Zelenice pokrivajo 10 % celotnega zemljišča. V blokih in stolpnicaх živi 5000 ljudi. Da bi rešili problem parkiranja, je župan predlagal, da bi zelenice spremenili v parkirišča. Parkirna mesta bi bila enako velika, vsako 15 m<sup>2</sup>.

- Izračunaj, koliko parkirnih mest bi bilo možno zgraditi.
- V naselju ima avto vsak drugi prebivalec. Ali bi bilo teh parkirnih mest dovolj za vse? Odgovor utemelji.

## 3. naloga

Obseg kvadrata s stranico  $a$  povečamo za 20 %.  
Za koliko odstotkov se poveča njegova ploščina?

## 4. naloga

Krogu s polmerom 25 cm je očrtan raznostraničen večkotnik, katerega ploščina meri 20 dm<sup>2</sup>.  
Izračunaj obseg tega večkotnika.

## 5. naloga

Prodajalec je označeval cene rabljenih avtomobilov v evrih takole: na vetrobransko steklo je za brisalce zataknil štiri lističe, vsako številko štirimestne številke je zapisal na drug listič. Nekega vetrovnega dne je veter odpihnil listič tisočic z enega od avtomobilov. Tako je bila nakupna cena tega avtomobila nenadoma znižana na triinsedemdesetino prvotne cene.

Kolikna je bila prvotna cena tega rabljenega avtomobila?

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 5 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

Ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih le-te ovrednotimo kot pravilne.

**1. naloga**

- $7^3 = 343, \quad (-4)^4 = 256 \dots\dots\dots 1t$
- $\sqrt{5 \cdot (5^2 + 2^2) - (4^2 - \sqrt{16})^2} = \sqrt{145 - 144} = 1 \dots\dots\dots 1t$
- $1 - \frac{\sqrt{5^2 - 4^2}}{\sqrt{16}} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots 1t$
- $(4^2 - \sqrt{25}) \cdot 6^2 = 11 \cdot 36 = 396 \dots\dots\dots 1t$
- $\frac{599+1}{4} - 396 = 4 \cdot 600 - 396 = 2004 \dots\dots\dots 1t$

---

 5t

**2. naloga**

- a)
- Velikost zemljišča v m<sup>2</sup>:  $\frac{1}{4} \text{ km}^2 = 250000 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 1t$
  - Zelenice pokrivajo: 10 % od 250000 m<sup>2</sup> = 25000 m<sup>2</sup>  $\dots\dots\dots 1t$
  - Zgraditi je možno 1666 parkirnih mest. (25000 : 15 = 1666,6)  $\dots\dots\dots 1t$
- b) Odg.: Ne, še vedno bi bilo 834 parkirnih mest premalo, kajti 2500 – 1666 = 834.  $\dots\dots\dots 2t$

---

 5t

**3. naloga**

Označimo obseg danega kvadrata z  $o$  in ploščino s  $p$ .

- $o = 4a$   
 $o_1 = 4a + 20 \% \text{ od } 4a \dots\dots\dots 1t$   
 $o_1 = 4a \cdot \frac{6}{5} = 4 \cdot (\frac{6}{5}a) \dots\dots\dots 1t$
- $a_1 = \frac{6}{5}a \dots\dots\dots 1t$
- $p_1 = (\frac{6}{5}a)^2$   
 $p_1 = \frac{36}{25}a^2 \dots\dots\dots 1t$
- $\frac{36}{25}a^2 = \frac{144}{100}a^2 = a^2 + 44 \% \text{ od } a^2$   
 Ploščina kvadrata se poveča za 44 %.  $\dots\dots\dots 1t$

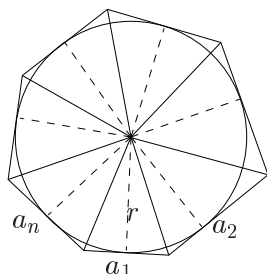
---

 5t

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 5 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

Ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih le-te ovrednotimo kot pravilne.

**4. naloga**


- Večkotnik lahko razdelimo na  $n$  trikotnikov z višino  $r$  in osnovnicami  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . ..... 1t
- Ploščina večkotnika je:
  - $p = \frac{a_1 \cdot r}{2} + \frac{a_2 \cdot r}{2} + \dots + \frac{a_n \cdot r}{2}$ . ..... 1t
  - $p = \frac{r}{2} \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$  ..... 1t
  - $a_1 + a_2 + \dots + a_n = o$
  - $p = \frac{r}{2} \cdot o$  ..... 1t
- $o = \frac{2p}{r}$   
 $o = 160 \text{ cm}$  ..... 1t  
 Obseg večkotnika je 160 cm.

---

 5t

**5. naloga**

- Nakupna cena avtomobila v evrih je štirimestno število:  
 npr.:  $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ .  
 Število tisočic smo označili z  $a$ , trimestni konec števila ( $b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ ) pa z  $y$ . ..... 1t
- Dobimo:
  - $\frac{1}{73}$  od  $(a \cdot 1000 + y) = y$  ali  $a \cdot 1000 + y = 73y$  ..... 1t
  - $125 \cdot a = 9 \cdot y$  ..... 1t
  - Ker je število  $125a$  deljivo z 9 in je  $0 < a \leq 9$  je  $a = 9$  in zato  $y = 125$ . ..... 1t
  - Število je 9125.  
 Prvotna nakupna cena avtomobila je bila 9125 evrov. .... 1t

---

 5t

# 40. DRŽAVNO TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

17. april 2004

9. razred

## Navodila za šifriranje:

Na mizi imaš prijavn list, nalepko s šifro, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nalepko nalepi na prvo stran tekmovalne pole, prijavn list in pritožni list pa sta že opremljena s šifro. List z nalogami, prijavn list in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka **uporabi pritožni list**. Na prijavnem listu imaš uporabniško ime in geslo, ki ti omogočata, da takoj, ko bo tekmovalna komisija dosežek vnesla v strežnik, svoj dosežek vidiš na naslovu <http://www.dmfa.si>, povezava Rezultati tekmovalj, ali preko mobilnega telefona, ki omogoča WAP, na naslovu <http://wap.dmfa.si>

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.

DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA.

Dosežki bodo najhitreje (22.4.) vidni na internet naslovu <http://www.dmfa.si>, naloge in rešitve pa že danes.

## 1. naloga

Izraz  $2x^3 - \frac{k+2}{3}x^2 + \frac{11-5k}{3}x + 30$  ima za  $x = -2$  vrednost 6.

Izračunaj vrednost tega izraza za  $x = -1,5$ .

## 2. naloga

Na neki osnovni šoli je v zaključnem razredu 58 % fantov. V gimnazijo se želi vpisati 13 deklet in 12 fantov. Vsi ostali želijo nadaljevati šolanje na tehniških šolah. Med kandidati za tehniške šole je 60 % fantov.

Koliko deklet se namerava vpisati v tehniške šole?

## 3. naloga

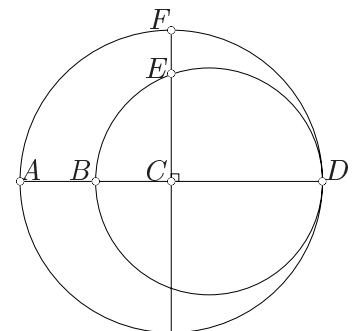
Robovi kvadra so v razmerju 2 : 3 : 4. Kvader razrežemo z ravnino skozi dve izmed najdaljših diagonal stranskih ploskev v dve skladni prizmi.

Zapiši in poenostavi razmerje med površino kvadra in površino ene izmed nastalih prizem.

## 4. naloga

Krožnici na sliki se dotikata v točki  $D$ . Večja krožnica ima središče v točki  $C$ . Dolžina daljice  $AB$  je 9 cm, dolžina daljice  $EF$  pa 5 cm. Kot  $\sphericalangle ACF$  je pravi kot.

Izračunaj dolžino premera večje krožnice.



## 5. naloga

Izračunaj vsoto števk števila  $999\,999\,999\,999\,995^2$ .

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 5 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

Ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih le-te ovrednotimo kot pravilne.

**1. naloga**

- Za  $x = -2$  dobimo enačbo:  
 $2 \cdot (-2)^3 - \frac{k+2}{3} \cdot (-2)^2 + \frac{11-5k}{3} \cdot (-2) + 30 = 6$  ..... 1t
- $k = 1$  ..... 1t
- Za  $k = 1$  dobimo izraz  $2x^3 - x^2 + 2x + 30$ . ..... 1t
- Vrednost izraza  $2x^3 - x^2 + 2x + 30$  za  $x = -1,5$ :  
 $2 \cdot (-3,375) - 2,25 - 3 + 30 =$  ..... 1t  
 $= -6,75 - 2,25 - 3 + 30 = 18$  ..... 1t

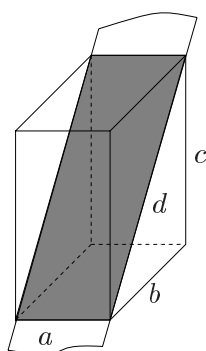
5t

**2. naloga**

Označimo z  $n$  število učencev v zaključnem razredu osnovne šole.

- Fantov je  $\frac{58}{100}n$ , deklet pa  $\frac{42}{100}n$ . ..... 1t
- Za tehniške šole se je odločilo  $(\frac{58}{100}n - 12)$  fantov in  $(\frac{42}{100}n - 13)$  deklet, skupaj  $n - 25$ . .... 1t
- Enačba:  $\frac{\frac{58}{100}n-12}{n-25} = \frac{60}{100}$  ..... 1t  
 $n = 150$  ..... 1t
- Na tehniške šole se namerava vpisati  $\frac{42}{100}n - 13 = 50$  deklet. .... 1t

5t

**3. naloga**


Označimo:  $a = 2t, b = 3t, c = 4t$

- Najdaljša ploskovna diagonala:  
 $d^2 = (3t)^2 + (4t)^2$   
 $d = 5t$  ..... 1t
- Ploščina pravokotnega preseka:  
 $p = 10t^2$  ..... 1t
- Površina kvadra:  
 $P_k = 52t^2$  ..... 1t
- Površina tristrane prizme:  
 $P_p = 10t^2 + 8t^2 + 6t^2 + 12t^2 = 36t^2$  ..... 1t
- Razmerje:  $P_k : P_p = 52t^2 : 36t^2 = 13 : 9$  ..... 1t

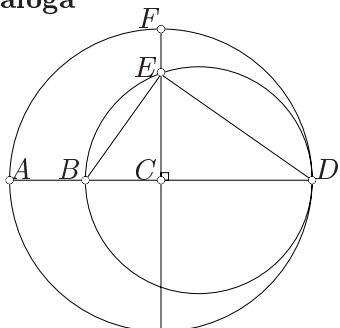
5t

Vsako nalogo ocenimo z 0 do 5 točk.

Vse matematično in logično korektne rešitve so enakovredne.

Ob korektni uporabi nepravilnega delnega rezultata v naslednjih korakih le-te ovrednotimo kot pravilne.

4. naloga



- Kot  $\sphericalangle DEB$  je pravi (obodni kot nad premerom),  
 $\sphericalangle CEB \cong \sphericalangle CDE$  (kota s paroma pravokotnimi kraki),  
in  $\sphericalangle BCE \cong \sphericalangle ECD$  (prava kota),  
zato  $\triangle CDE \sim \triangle CEB$ . ..... 1t
- Označimo:  $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{CF} = r$   
 $\overline{CE} = r - 5$ ,  $\overline{BC} = r - 9$   
Velja:  $\frac{r-5}{r} = \frac{r-9}{r-5}$  ..... 2t  
 $r = 25$  ..... 1t
- $2r = 50$  cm

Premer večje krožnice je 50 cm. .... 1t

5t

5. naloga

- $999\,999\,999\,999\,995 = (10^{15} - 5)$  ..... 1t
- $(10^{15} - 5)^2 = 10^{30} - 2 \cdot 5 \cdot 10^{15} + 25 = 10^{30} - 10^{16} + 25$  ..... 1t
- $(10^{15} - 5)^2 = 10^{16} \cdot (10^{14} - 1) + 25$  ..... 1t  
 $10^{14} - 1 = \underbrace{99999999999999}_{14 \text{ devetk}}$
- $(10^{15} - 5)^2 = \underbrace{99999999999999}_{14 \text{ devetk}} \underbrace{0000000000000000}_{16 \text{ ničel}} + 25$
- $(10^{15} - 5)^2 = \underbrace{99999999999999}_{14 \text{ devetk}} \underbrace{0000000000000000}_{14 \text{ ničel}} 25$  ..... 1t
- Vsota števk števila  $(10^{15} - 5)^2$  je:  
 $14 \cdot 9 + 14 \cdot 0 + 2 + 5 = 133$ . .... 1t

5t