

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

# 37. TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

7. razred

19. maj 2001

**Navodila za šifriranje:**

Na mizi imaš prijavni list, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nadzorni učitelj ti bo ponudil komplet treh šifer. Eno nalepi na prijavni list, kjer preveri svoje podatke in ga podpiši, drugo na tekmovalno polo, tretjo pa na pritožni list.

List z nalogami in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka uporabi pritožni list.

Čas za reševanje je 120 minut.

Izdelek piši s črnilom čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.

**DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA .**

Dosežki bodo najhitreje (26.5.) vidni na internet naslovu <http://www.dmfa.si>, naloge in rešitve pa že danes.

**1. naloga**

Reši enačbo: 
$$\sqrt{2,5 : \frac{-0,5}{-5} - 0,09 : \frac{-0,03}{-3}} \cdot x = 0,4^2 : \frac{0,2^2}{4}$$

**2. naloga**

Slovenija meri 20256 km<sup>2</sup> (približno 20000 km<sup>2</sup>) in ima 1978000 prebivalcev (približno 2000000 prebivalcev).

- Koliko kvadratnih metrov ozemlja povprečno pripada enemu prebivalcu Slovenije?
- Pri nas je 17,5 % (približno 18 %) prebivalcev, ki so mlajši od 15 let. Zamislimo si, da bi iz ozemlja, ki pripada tem otrokom, naredili »deželo otrok« v obliki kvadrata.  
Koliko bi merila stranica kvadrata?
- Ali bi bil obroč okoli »dežele otrok« sklenjen, če bi se v razmiku enega metra vsi starejši od 15 let prijeli za roke?

*Opomba: Za računanje uporabi približne vrednosti v oklepajih.*

**3. naloga**

V pravokotnem trikotniku  $\triangle ABC$  meri kot med simetralo pravega kota in višino na hipotenuzo 14° .  
Izračunaj velikosti ostrih kotov tega trikotnika.

**4. naloga**

Vsota štirih naravnih števil je 1000. Če prvemu številu prištejemo 4, od drugega odštejemo 4, tretje število pomnožimo s 4 in četrto število delimo s 4, dobimo enake rezultate.  
Katera števila so to?

**5. naloga**

Pravokotni trikotnik  $\triangle ABC$  ima ploščino 1 m<sup>2</sup>. Če vsako oglišče prezrcalimo čez nosilko nasprotne stranice, dobimo trikotnik  $\triangle A'B'C'$  .  
Izračunaj ploščino trikotnika  $\triangle A'B'C'$  . Nariši sliko.

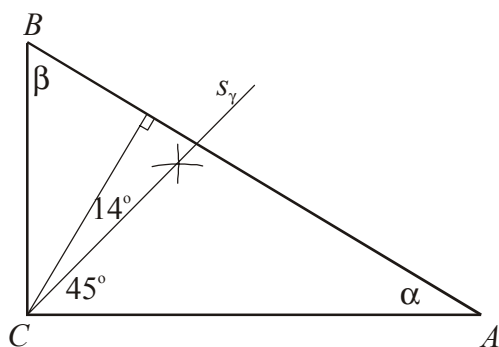
**1. naloga**

- $2,5 : \frac{-0,5}{-5} = 25$  ..... 1t
  - $0,09 : \frac{-0,03}{-3} = 9$  ..... 1t
  - $0,4^2 : \frac{0,2^2}{4} = 16$  ..... 1t
  - $\sqrt{25-9} \cdot x = 16$   
 $4x = 16$  ..... 1t  
 $x = 4$  ..... 1t  
 Rešitev enačbe je  $x = 4$ .
- 
- 5t

**2.naloga**

- $\frac{20000}{2000000} \text{ km}^2 = \frac{1}{100} \text{ km}^2 = 10000 \text{ m}^2$  ..... 1t  
 Enemu prebivalcu Slovenije pripada povprečno 10000 m<sup>2</sup> ozemlja.
  - 18 % od 20000 km<sup>2</sup> = 3600 km<sup>2</sup> ..... 1t  
 3600 km<sup>2</sup> ozemlja pripada prebivalcem, mlajšim od 15 let.
  - Stranica kvadrata meri 60 km. .... 1t
  - Prebivalcev, mlajših od 15 let, je 360000, ..... 1t  
 Starejših od 15 let je 1640000.
  - Obroč starejših od 15 let bi bil dolg 1640000 m = 1640 km, obseg kvadrata pa je le 240 km. Obroč bi bil sklenjen. .... 1t
- 
- 5t

**3. naloga**



Ostra kota merita 31° in 59°

- Pravilno izračunana velikost enega od kotov, ..... 3t
- drugega pa ..... 2t

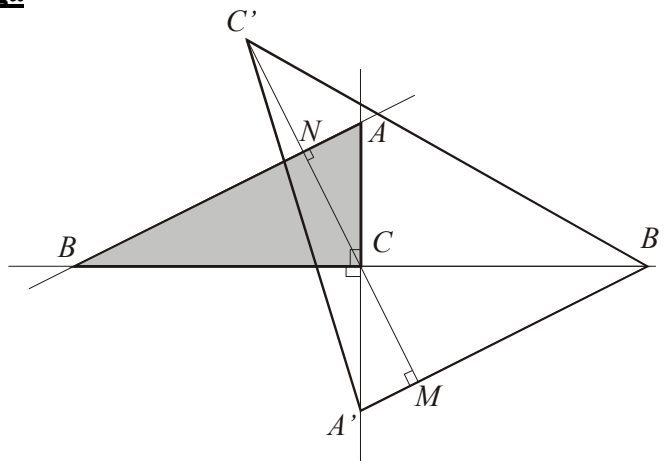
5t

**4.naloga**

Npr.: Označimo iskana števila z  $a, b, c,$  in  $d,$  enak rezultat pa s  $t.$

- $\left. \begin{array}{l} a = t - 4 \\ b = t + 4 \\ c = \frac{t}{4} \\ d = 4t \end{array} \right\} \dots\dots\dots 2t$
  - $a + b + c + d = 1000$
  - $t - 4 + t + 4 + \frac{t}{4} + 4t = 1000 \dots\dots\dots 1t$
  - $t = 160 \dots\dots\dots 1t$
  - $a = 156, b = 164, c = 40, d = 640 \dots\dots\dots 1t$
- To so števila 40, 156, 164 in 640.
- 
- 5t

**5. naloga**



- slika ..... 2t
- ploščina trikotnika  $\Delta A' B' C'$  :  

$$p = \frac{\overline{A' B'} \cdot \overline{MC'}}{2}$$

- $\overline{A' B'} = \overline{AB}$  (lastnost zrcaljenja) ..... 1t
  - $\overline{MC'} = 3 \cdot \overline{CN}$  (lastnost zrcaljenja) ..... 1t
  - Ploščina trikotnika  $\Delta A' B' C'$  je trikrat večja od ploščine trikotnika  $\Delta ABC$ , torej meri  $3 \text{ m}^2$ . ..... 1t
- 
- 5t

# 37. TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

## 8. razred

19. maj 2001

**Navodila za šifriranje:**

Na mizi imaš prijavni list, tekmovalno polo formata A3 in pritožni list. Nadzorni učitelj ti bo ponudil komplet treh šifer. Eno nalepi na prijavni list, kjer preveri svoje podatke in ga podpiši, drugo na tekmovalno polo, tretjo pa na pritožni list.

List z nalogami in pritožni list po tekmovanju odnesi s seboj. V primeru ugovora na vrednotenje izdelka uporabi pritožni list.

**Čas za reševanje je 120 minut.**

**Izdelek piši s črnim čitljivo in pregledno na tekmovalno polo, priloženi papir pa služi za razmišljanje.**

**DRŽAVNA TEKMOVALNA KOMISIJA TI ŽELI VELIKO USPEHA .**

Dosežki bodo najhitreje (26.5.) vidni na internet naslovu <http://www.dmfa.si>, naloge in rešitve pa že danes.

### 1. naloga

Določi števila  $x$ ,  $y$  in  $z$ , za katera velja  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1999$ ,  $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2000$  in  $\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 2001$ .

### 2. naloga

Andrej, Bine in Cene preživljajo praznike pri babici. Da bi jih razveselila, jim prinese škatlo bonbonov. Najprej vzame Andrej iz škatle enega več kot polovico vseh bonbonov, potem Bine polovico preostalih in še enega, Cene polovico preostalih in še tri. Tako so si razdelili vse bonbone. Izračunaj, koliko bonbonov je bilo v škatli.

### 3. naloga

Določi ulomek, ki je enak ulomku  $\frac{73}{95}$ , vsota njegovega števca in imenovalca pa je najmanjši možni kvadrat nekega števila.

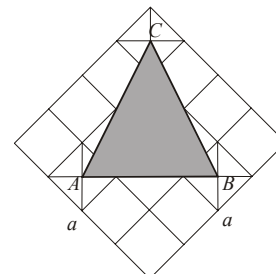
### 4. naloga

Pravokotni trikotnik  $\triangle ABC$  ima kateti dolgi 4 cm in 3 cm. Nosilka daljše katete je tangenta kroga, ki ima središče na hipotenuzi tega trikotnika in gre skozi krajišče krajše katete. Izračunaj ploščino kroga.

### 5. naloga

Iz lesene kocke z robom  $a$  izrežemo tristrano prizmo, kot kaže slika tlorisa.

- Koliko odstotkov je odpadkov?
  - Kolikokrat je površina kocke večja od ploščine osnovne ploskve tristrane prizme?
- Potrebne podatke poišči na sliki.



**1. naloga**

Npr.:

- Če seštejemo  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1999$ ,  $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2000$  in  $\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 2001$ ,  
dobimo  $2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 6000$  in  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3000$  ..... 2t
  - Vstavimo  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1999$   
in dobimo  $\frac{1}{z} = 3000 - 1999 = 1001$ ,  
nato pa  $z = \frac{1}{1001}$  ..... 1t
  - Podobno je  $y = \frac{1}{999}$  ..... 1t
  - in  $x = \frac{1}{1000}$  ..... 1t
- 
- 5t

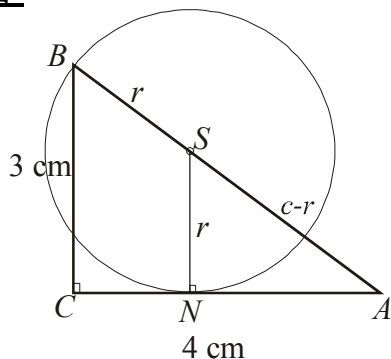
**2. naloga**Npr.: Označimo število bonbonov v škatli z  $x$ .

- Andrej:  $\frac{x}{2} + 1$  ..... 1t
  - Bine:  $\frac{x}{4} + \frac{1}{2}$  ..... 1t
  - Cene:  $\frac{x}{8} + \frac{9}{4}$  ..... 1t
  - $\left(\frac{x}{2} + 1\right) + \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{x}{8} + \frac{9}{4}\right) = x$   
 $x = 30$  ..... 1t
  - Odg.: V škatli je bilo 30 bonbonov. .... 1t
- 
- 5t

**3. naloga**

- Označimo število, s katerim moramo pomnožiti števec in imenovalec ul.  $\frac{73}{95}$  z  $n$ .  
 $\frac{73 \cdot n}{95 \cdot n}$  ..... 1t
  - $73 \cdot n + 95 \cdot n = 168 \cdot n$  ..... 1t
  - $168 \cdot n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 7)$  ..... 1t
  - $n = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$  ..... 1t
  - $\frac{73}{95} = \frac{73 \cdot 42}{95 \cdot 42} = \frac{3066}{3990}$   
Iskani ulomek je  $\frac{3066}{3990}$ . .... 1t
- 
- 5t

**4. naloga**



- $\overline{AB} = 5 \text{ cm} = c$  ..... 1t
- Iz podobnih trikotnikov  $\triangle ABC \sim \triangle ASN$  sledi  
 $c : a = (c - r) : r$   
 $5 : 3 = (5 - r) : r$  ..... 2t
- ..... 1t
- $r = \frac{15}{8} \text{ cm} (\approx 1,875 \text{ cm})$  ..... 1t

- Ploščina kroga:  $p = \frac{225\pi}{64} \text{ cm}^2 (\approx 11,04 \text{ cm}^2)$  ..... 1t

5t

**5. naloga**

- Kocka z robom  $a$ :  
 $V_K = a^3$
- Tristrana prizma:  
 Osnovna ploskev:  
 $O_P = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}$   
 $O_P = \frac{a^2}{4}$  ..... 2t
- Prostornina:  
 $V_P = \frac{a^3}{4}$  ..... 1t
- Odpadki:  
 $V_K - V_P = \frac{3}{4}a^3 = 75\% a^3$   
 Odpadkov je 75 %. ..... 1t
- $P_K : O_P = 6a^2 : \frac{a^2}{4} = 24$   
 Površina kocke je 24-krat večja od ploščine osnovne ploskve tristrane prizme. .... 1t

5t