

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

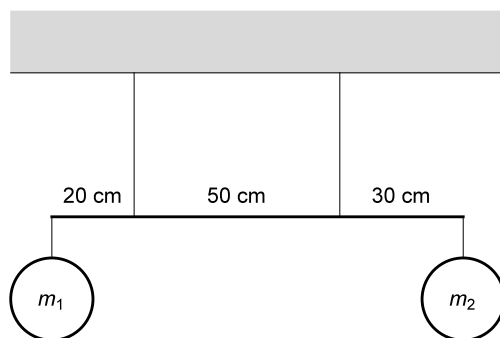
Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Skupina I

1. Na strop smo z dvema vrvicama pritrčili palico, kot je prikazano na sliki. Dolžina palice je 1 m, njena masa pa 1 kg. Na krajišči palice obesimo dve uteži, masa uteži m_1 je 2 kg.



- a) S kolikšno silo deluje vsaka od vrvic na strop, če je masa uteži m_2 enaka 3 kg?
b) Kolikšen razpon mas lahko zavzame utež m_2 , da ostane palica v vodoravnem položaju?
2. Luka z velike razdalje vrže žogo proti košu s hitrostjo 10 m/s pod kotom 60° glede na vodoravnico. Pri izmetu je žoga na višini 270 cm nad tlemi. Soigralec Žiga opazi, da žoga ne bo zadela koša, zato vrže kepo ilovice navpično navzgor proti žogi. Kepa zadane žogo in se sprime z njo, ko je ta na višini 270 cm in v vodoravni smeri 100 cm oddaljena od (sredine) obroča koša. Žoga nato ravno pade v koš.

Masa žoge je 600 g, masa kepe 300 g, obroč koša je na višini 305 cm.

- a) Kolikšni sta vodoravna in navpična komponenta hitrosti žoge tik pred trkom s kepo?
b) Kolikšna je vodoravna komponenta hitrosti žoge tik po trku? Koliko čas traja let žoge od trenutka trka do trenutka, ko doseže koš?
c) Kolikšna mora biti navpična komponenta hitrosti žoge po trku, da gre v času, izračunanem pri b), ravno skozi sredino obroča?
d) S kolikšno hitrostjo je Žiga vrgel kepo, če jo je izpustil na višini 150 cm nad tlemi?
3. Ema in Tim z masama po 60 kg se na avtodromu vozita v avtomobilčku A z maso 120 kg. V nekem trenutku s hitrostjo 6,0 m/s neprožno trčita v nasproti vozečega Roka z maso 60 kg, ki v enakem avtomobilčku B vozi s hitrostjo le 1,0 m/s. Gumijasta obroba amortizira trk tako, da ostaneta tudi po trku avtomobilčka skupaj. Tik pred trkom oba voznika izključita pogon, a se avtomobilčka prosto gibljeta. Trenje med podlago in kolesi je zanemarljivo.

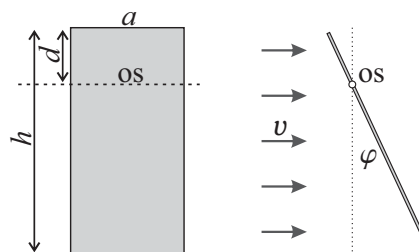
- a) Za koliko se pri trku zmanjša kinetična energija udeleženih teles?

Ana se v svojem avtomobilčku vozi s hitrostjo 2,0 m/s v isti smeri kot Ema in Tim. Zanja je hitrost Eme in Tima pred trkom manjša, hitrost Roka pa večja.

- b) Prostorčno nariši grafa hitrosti avtomobilčkov A in B pred in po trku v odvisnosti od časa, kot bi ju izmerila Ana. Pri risanju upoštevaj, da trk ni povsem trenuten. Jasno označi, kateri graf pripada kateremu avtomobilčku. Upoštevaj, da se pri gibanju v nasprotni smeri predznak hitrosti spremeni.
c) Kolikšno zmanjšanje kinetične energije izračuna Ana, če računa s hitrostmi, kot jih izmeri ona? Mora biti njen rezultat enak tistemu pri vprašanju a)?

OBRNI!

4. Barbara si naredi preprost vetromer. Ploščo s širino $a = 10$ cm, z višino $h = 20$ cm in z maso 50 g vrtljivo vpne $d = 5$ cm pod zgornjim robom, kot kaže leva slika. Os, okoli katere se plošča lahko vrtila, je vzporedna z zgornjim robom plošče. Hitrost vetra določa iz velikosti kota φ , za katerega je plošča nagnjena od navpičnice, ko je os vrtenja vodoravna in hkrati pravokotna na smer vetra, kot kaže desna slika. Vetromer uporablja samo za vetrove, ki piha v vodoravni smeri. Silo vetra na telo opišemo z enačbo $F = \frac{1}{2}c\rho v^2 S$, kjer je $\rho = 1,3$ kg/m³ gostota zraka, S prečni presek telesa pravokotno na smer vetra, v hitrost vetra in c konstanta, ki ima za pravokotno ploščo vrednost $c = 0,8$. Veter piha s hitrostjo 10 m/s.



- Barbara ploščo drži za spodnji rob, da je postavljena navpično. Kolikšen je navor vetra na ploščo okoli osi, na katero je vpeta?
- Barbara rob plošče spusti, da se plošča lahko prosto vrtila. Za kolikšen kot je plošča nagnjena, ko obmiruje? *Namig:* $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$.
- Za kolikšen kot je plošča nagnjena, če je hitrost vetra 1 m/s?

Skupina II

1. Žarnica je izdelana za napetost 3,00 V, pri kateri sveti z močjo 240 mW. Iz predpostavke, da je upor žarnice sorazmeren s temperaturo žarilne nitke, in predpostavke, da je moč žarnice, ki oddaja energijo s sevanjem, sorazmerna s četrto potenco absolutne temperature žarilne nitke, dobimo med uporom R in močjo P zvezo $P/P_0 = (R/R_0)^4$, kjer je P_0 moč žarnice, ko je upor žarnice enak R_0 . Na vir z gonilno napetostjo $U_g = 6,00$ V in z zanemarljivim notranjim uporom zaporedno vežemo žarnico in upornik R_1 . Moč, ki jo oddaja žarnica, je 200 mW.

- a) Kolikšna je napetost na žarnici in kolikšen je upor upornika R_1 ?
- b) Z upornikom R želimo vezje spremeniti tako, da bo žarnica svetila z močjo 240 mW. Nariši shemo električnega kroga z virom, žarnico, upornikom R_1 in ustrezno vezanim upornikom R . Kolikšen mora biti upor upornika R ?

2. V sobi želimo imeti temperaturo 22°C . Površina sten je $S_s = 30$ m², debelina 20 cm, toplotna prevodnost $\lambda = 1,0$ W/mK. Prevajanje skozi tla in strop zanemarimo.

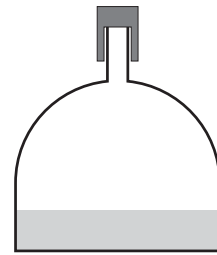
- a) Kolikšna mora biti moč električne peči, če je zunanja temperatura 10°C ?
- b) Namesto peči uporabimo toplotno črpalko. To je naprava, ki prečrpava toploto z mesta z nižjo temperaturo, T_n , na mesto z višjo temperaturo, T_v . Če označimo toplotni tok v črpalko pri T_n s P_n in toplotni tok iz črpalke pri T_v s P_v , velja $P = P_v - P_n$, pri čemer je P električna moč, ki jo dovajamo črpalci. V idealni toplotni črpalci je razmerje med vloženo električno močjo in prečrpano močjo odvisno od (absolutnih) temperatur in enako

$$\frac{P}{P_v} = 1 - \frac{T_n}{T_v}.$$

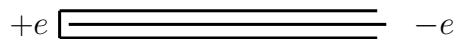
Kolikšna je potrebna dovedena električna moč za črpalko, pri kateri je razmerje P/P_v trikrat večje od idealnega, da doseže enak učinek kot peč pri a)?

- c) Kolikšna je lahko najmanjša zunanja temperatura, če je največja električna moč toplotne črpalke iz vprašanja b) 1 kW?
- d) Poleti delovanje toplotne črpalke iz vprašanja b) obrnemo, da prečrpava toploto iz hladnejše sobe v toplejšo okolico. Črpalka deluje kot klimatska naprava. Kolikšno temperaturo dosežemo v sobi, če je zunanja temperatura 35°C in črpalka deluje s konstantno električno močjo 200 W?

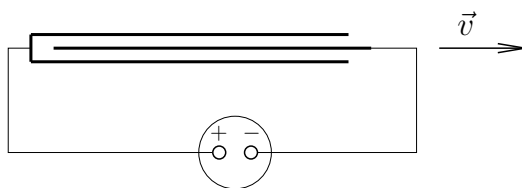
3. Velik čajnik s prostornino $4,0 \text{ dm}^3$ ima na vrhu dolg navpičen vrat s polmerom $r = 1,0 \text{ cm}$. V čajniku, ki ga postavimo na grelno ploščo, segrevamo $0,50 \text{ dm}^3$ vode. Tik preden voda zavre, je v čajniku nad vodo samo vodna para in nič zraka. Preko vratu poveznemo kovinski pokrov z maso 100 g , ki zaradi relativno velike mase dobro tesni, a se ne dotika navpičnih sten vratu. Ko voda v čajniku pri $T_0 = 100^\circ\text{C}$ zavre, sta tudi pokrov in čajnik segreti na T_0 , tlak zunaj in znotraj čajnika je takrat $p_0 = 100 \text{ kPa}$.



- Privzemi, da se temperatura vodne pare med vrenjem ne spreminja, povečuje se le tlak vodne pare. Koliko vode mora izpareti, da se pokrov dvigne z vratu? Kilomolska masa vode je 18 kg/kmol .
 - Pri temperaturi blizu T_0 je celoten toplotni tok, ki ga čajnik prejema, ko odštejemo toplotni tok, ki ga segret čajnik oddaja v okolico, 25 W . Specifična izparilna toplota vode je $2,26 \text{ MJ/kg}$. Koliko časa traja, da voda iz vprašanja a) izpari?
 - V resnici je temperatura vrelišča odvisna od tlaka in se v bližini T_0 poveča za $0,25 \text{ K}$ za vsakih $1,0 \text{ kPa}$ povečanja tlaka. Skupna toplotna kapaciteta čajnika in zamaška je 300 J/K . Koliko časa od takrat, ko voda zavre, v tem primeru traja, da se pokrov dvigne? (Dovedena toplota, potrebna za segretje telesa s toplotno kapaciteto C za temperaturno razliko ΔT , je $Q = C\Delta T$.)
4. Kondenzator je sestavljen iz treh kovinskih plošč v obliki kvadrata s stranico 10 cm , postavljenih v enakomernih razmikih, kot kaže slika. Razmik med sosednjima ploščama je $0,1 \text{ mm}$.



- Na plošče naneseemo naboj 10 nAs ($+10 \text{ nAs}$ na zunanji dve in -10 nAs na notranjo). Kolikšna je jakost električnega polja med ploščami?
Namig: Poznaš enačbo za električno polje ene plošče. Upoštevaj, da k električnem polju v prostoru med poljubnima ploščama prispevajo v enaki meri vse plošče.
- Kolikšna je napetost med notranjo in zunanjima ploščama? Kolikšna je kapaciteta takšnega kondenzatorja? Plošče se maksimalno prekrivajo, a tako, da ne pride do stika.



- Kondenzator priključimo na napetost 12 V in počakamo, da se napetost na kondenzatorju ustali. Negativno ploščo pričnemo s konstantno hitrostjo 50 cm/s vleči iz kondenzatorja, tako da se razmik med ploščami ohranja. Kolikšen tok teče v vezju? Teče tok od pozitivne plošče proti negativni ali obratno?

Skupina III

1. **Ema, Ana, Rok** in **Tim** gredo v lunapark na vožnjo z avtomobilčki. Masa avtomobilčka z voznikom je 200 kg, največja možna hitrost pa 6 m/s. **Tim** in **Ana** vozita drug poleg drugega z največjo možno hitrostjo. **Rok** se nenadoma čelno zaleti v **Tima**, tako da oba avtomobilčka obmirujeta na mestu, **Ana** pa z nezmanjšano hitrostjo nadaljuje vožnjo. Gumijasta obroba amortizira trk, tako da se avtomobilčka pri trku ustavita po 0,4 s.

Ema stoji ob robu avtodroma in komentira: „Med trkom je šlo kar nekaj kinetične energije v izgubo.“ Malo poročuna: „Aha, že imam rezultat“.

Tim pravi: „Jaz to izračunam precej hitreje, saj zadostuje, da upoštevam le **Roka**, ki se zaleti vame. Zame je moja hitrost nič in torej nimam kinetične energije.“ Računa. „**Ema** se je očitno zmotila; jaz dobim precej drugačen rezultat.“

Ema: „Nisem se zmotila, dobiva pač različen rezultat zato, ker si se ti gibal, jaz pa sem mirovala.“

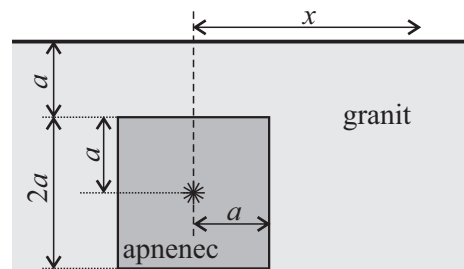
Tim: „Mirovala? Saj si kar z nekaj km/s skupaj z avtodromom drvela skozi vesolje.“

Oglasi se **Ana**: „Različne hitrosti ne morejo biti razlog za različne rezultate, saj je že Galilej vedel, da morajo vsi opazovalci, ki se gibljejo premo enakomerno, dobiti enak rezultat. Bom še jaz izračunala izgube.“

V vprašanjih a), c) in e) boš vsakič prostoročno narisal graf hitrosti v odvisnosti od časa $v(t)$ za različne osebe, kot jih vidi ena od oseb. Na vsakem grafu označi, za katero osebo je narisal graf. Upoštevaj, da se pri gibanju v nasprotni smeri predznak hitrosti spremeni.

- Prostoročno nariši graf $v(t)$ za Roka, Tima in Ano, kot jih vidi Ema.
 - Kolikšne izgube je izračunala Ema?
 - Prostoročno nariši graf $v(t)$ za Roka in Ano, kot ju vidi Tim.
 - Kolikšne izgube je izračunal Tim?
 - Prostoročno nariši graf $v(t)$ za Roka in Tima, kot ju vidi Ana.
 - Je Anin izračun izgub enak Eminemu ali Timovemu?
 - Kateri od udeležencev je (so) torej dobil(i) napačen rezultat; kako to pojasniš glede na Galilejevo trditev?
2. Žarnica je izdelana za napetost 3,00 V, pri kateri sveti z močjo 240 mW. Iz predpostavke, da je upor žarnice sorazmeren s temperaturo žarilne nitke, in predpostavke, da je moč žarnice, ki oddaja energijo s sevanjem, sorazmerna s četrto potenco absolutne temperature žarilne nitke, dobimo med uporom R in močjo P zvezo $P/P_0 = (R/R_0)^4$, kjer je P_0 moč žarnice, ko je upor žarnice enak R_0 . Na vir z gonilno napetostjo $U_g = 6,00$ V in z zanemarljivim notranjim uporom zaporedno vezemo žarnico in upornik R_1 . Moč, ki jo oddaja žarnica, je 200 mW.
- Kolikšna je napetost na žarnici?
 - Kolikšen je upor upornika R_1 ?
 - Z upornikom R želimo vezje spremeniti tako, da bo žarnica svetila z močjo 240 mW. Nariši shemo električnega kroga z virom, žarnico, upornikom R_1 in ustrezno vezanim upornikom R . Kolikšen mora biti upor upornika R ?
 - Če tok skozi žarnico preseže 90,0 mA, žarnica pregori. Kolikšna je največja moč, s katero žarnica sveti, preden pregori?

3. Potresi ali podzemne eksplozije generirajo valovanje, ki se širi skozi Zemljo v obliki longitudinalnega in transverzalnega valovanja. Na meji dveh sredstev se valovanje lomi. V debeli granitni plasti je apnenčasta tvorba v obliki valja s polmerom $a = 0,500$ km in višino $2a$ kot kaže v prečnem prerezu slika. Zgornja ploskev apnenčastega valja je a pod vodoravnim površjem. Iz žarišča šibke eksplozije v središču valja se skozi apnenec v vse smeri širi le longitudinalno valovanje



s hitrostjo $c = 4,50$ km/s. Površje Zemlje valovanje doseže tako, da valj zapusti bodisi skozi zgornjo osnovno ploskev bodisi skozi plašč valja. Pri lomu iz apnenca v granit se del valovanja pretvori v transverzalno valovanje. Hitrost longitudinalnih valov v granitu je $c_L = 5,50$ km/s, hitrost transverzalnih valov pa $c_T = 3,30$ km/s. Kje opazovano valovanje doseže površje, opišemo z razdaljo x , ki jo merimo od točke na površju Zemlje navpično nad žariščem eksplozije.

Lahko se zgodi, da pri nekaterih razdaljah x površje doseže longitudinalno ali transverzalno valovanje na dva načina: valj zapusti skozi zgornjo osnovno ploskev ali skozi plašč. Take točke na površju imenujmo *dvojne*. Zgodi pa se lahko tudi, da pri nekaterih razdaljah x površja transverzalno ali longitudinalno valovanje sploh ne doseže. Take točke na površju imenujmo *senčne*.

- Preveri obstoj dvojnih in senčnih točk za longitudinalno valovanje. Če ene ali druge obstajajo, določi ustrezen interval razdalj x in zapiši, za katere točke gre.
 - Preveri obstoj dvojnih in senčnih točk za transverzalno valovanje. Če ene ali druge obstajajo, določi ustrezen interval razdalj x in zapiši, za katere točke gre.
 - Za oddaljene točke ($x \gg a$) izrazi razdaljo x z razliko v času Δt potovanja transverzalnih in longitudinalnih valov. Kolikšna je razdalja x za $\Delta t = 6,00$ s?
4. Pri nalogi računamo magnetno polje krožečega naboja v zanki in cevi. V središču krožne zanke s polmerom r , po kateri teče tok I , je $B = \mu_0 I / 2r$.
- Naboj e , ki kroži po krožnici s polmerom r in frekvenco ν , predstavlja tokovno zanko. Izrazi tok v zanki in magnetno polje v središču krožnice z e , ν in r .
 - Tanka cev iz izolatorja v obliki votlega valja s polmerom $0,524$ cm, višino $9,32$ cm in maso $11,53$ g je homogeno nabita z nabojem $0,34$ As. Cev se po ravni podlagi kotili s hitrostjo $6,1$ m/s. Kolikšna je magnetno polje v cevi? Kolikšna je magnetna energija cevi?
Namig: Cev obravnavaj kot dolgo ravno tuljavo.
 - Cev pride do klanca in se zakotali po njem navzdol. Fizik, ki ne ve, da je cev nabita, meri višino klanca tako, da izmeri hitrost cevi pred klancom in po njem. Kolikšna bo relativna napaka njegove meritve? Cev se kotili brez spodsavanja.

1. Podatki: $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $m_p = 1 \text{ kg}$, $l = 1 \text{ m}$, $a = 20 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$.

a) Ravnovesje navorov; os v levem obesišču:

$$-am_1g + \left(\frac{1}{2}l - a\right) m_p g - \frac{1}{2}lF_D + \left(\frac{1}{2}l + b\right) m_2g = 0$$

in

$$F_D = \frac{\left(\frac{1}{2}l + b\right) m_2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right) m_p - am_1}{\frac{1}{2}l} g = 45,1 \text{ N};$$

[2 t.]

os v desnem obesišču:

$$-\left(\frac{1}{2}l + a\right) m_1g - \left(\frac{1}{2}l - b\right) m_p g + \frac{1}{2}lF_L + bm_2g = 0$$

in

$$F_L = \frac{\left(\frac{1}{2}l + a\right) m_1 + \left(\frac{1}{2}l - b\right) m_p - bm_2}{\frac{1}{2}l} g = 13,7 \text{ N}.$$

[2 t.]

b) Pri dovolj majhnem m_2 postane F_D negativna, pri dovolj velikem pa F_L .

$$F_D \geq 0 \implies m_2 \geq \frac{am_1 - \left(\frac{1}{2}l - a\right) m_p}{\left(\frac{1}{2}l + b\right)} = 0,125 \text{ kg},$$

[3 t.]

$$F_L \geq 0 \implies m_2 \leq \frac{\left(\frac{1}{2}l + a\right) m_1 + \left(\frac{1}{2}l - b\right) m_p}{b} = 5,33 \text{ kg},$$

[3 t.]

torej

$$0,125 \text{ kg} \leq m_2 \leq 5,33 \text{ kg}.$$

2. Podatki: $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $\alpha = 60^\circ$, $h = 270 \text{ cm}$, $s = 100 \text{ cm}$, $h_k = 305 \text{ cm}$, $h_0 = 150 \text{ cm}$, $M = 600 \text{ g}$, $m = 300 \text{ g}$.

a)

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 5,00 \text{ m/s}.$$

[1 t.]

Ker je končna točka na enaki višini kot začetna, je čas potovanja enak dvakratnemu dvižnemu času $t = v_0 \sin \alpha / g$ in velja

$$v_y = v_0 \sin \alpha - 2gt = -v_0 \sin \alpha = -8,66 \text{ m/s}.$$

[1 t.]

b) Vodoravno komponento hitrosti po trku dobimo iz ohranitve vodoravne komponente gibalne količine: $Mv_x = (M + m)v'_x$:

$$v'_x = \frac{M}{M + m} v_x = 3,33 \text{ m/s}$$

[1 t.]

in čas potovanja do koša

$$t' = \frac{s}{v'_x} = 0,300 \text{ s}.$$

[1 t.]

c) V navpični smeri mora žoga s kepo premagati višino $h_k - h$: $h_k - h = v'_y t' - \frac{1}{2}gt'^2$, od koder dobimo potrebno hitrost v navpični smeri:

$$v'_y = \frac{h_k - h + \frac{1}{2}gt'^2}{t'} = 2,64 \text{ m/s}.$$

[2 t.]

d) Hitrost kepe tik pred trkom dobimo iz ohranitve navpične komponente gibalne količine: $mv_i + Mv_y = (m + M)v'_y$:

$$v_i = \frac{(m + M)v'_y - Mv_y}{m} = 25,2 \text{ m/s}.$$

[2 t.]

Začetna hitrost kepe pa mora biti še nekoliko večja, da premaga višinsko razliko $h - h_0$:

$$v_{0i}^2 = v_i^2 + 2g(h - h_0), \quad v_{0i} = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - h_0)} = 25,7 \text{ m/s}.$$

[2 t.]

3. Podatki: $m = 60 \text{ kg}$, $M = 120 \text{ kg}$, $v_A = 6 \text{ m/s}$, $v_B = -1 \text{ m/s}$, $v_0 = 2 \text{ m/s}$.

a) Pri trku se ohranja gibalna količina; če označimo skupno hitrost obeh avtomobilčkov po trku z v_S , velja

$$v_S = \frac{(2m + M)v_A + (m + M)v_B}{3m + 2M} = 3,0 \text{ m/s}.$$

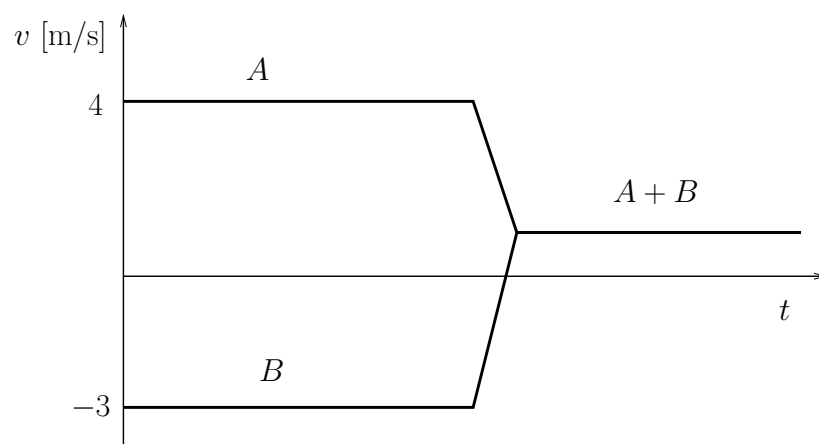
[2 t.]

Sprememba skupne kinetične energije je enaka

$$\Delta W = \frac{1}{2}(2m + M)v_A^2 + \frac{1}{2}(m + M)v_B^2 - \frac{1}{2}(2M + 3m)v_S^2 = 2,52 \text{ kJ}.$$

[2 t.]

b) Relativne hitrosti glede na Ano: $v'_A = v_A - v_0 = 4,0 \text{ m/s}$, $v'_B = v_B - v_0 = -3,0 \text{ m/s}$, $v'_S = v_S - v_0 = 1,0 \text{ m/s}$.



[4 t.]

c) Preverimo, da se gibalna količina ohranja tudi s hitrostmi, kot jih izmeri Ana:

$$(2m + M)v'_A + (m + M)v'_B = 1260 \text{ kgm/s}, \quad (3m + 2M)v'_S = 1260 \text{ kgm/s}.$$

Sprememba skupne kinetične energije se tudi ne spremeni:

$$\Delta W' = \frac{1}{2}(2m + M)v'_A{}^2 + \frac{1}{2}(m + M)v'_B{}^2 - \frac{1}{2}(2M + 3m)v'_S{}^2 = 2,52 \text{ kJ}.$$

[2 t.]

4. Podatki: $a = 10 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$, $m = 50 \text{ g}$, $d = 5 \text{ cm}$, $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$, $v = 10 \text{ m/s}$.

a)

$$M = \frac{1}{4}c\rho v^2 S(h - 2d) = 0,052 \text{ Nm},$$

kjer je $S = ah$.

[3 t.]

b) Dobimo enačbo oblike $x^2 + 2\beta x - 1 = 0$, kjer je $\beta = (v_0/v)^2$ in $x = \sin \varphi$

$$\beta = \frac{mg}{c\rho S v^2} = \frac{v_0^2}{v^2} \quad ; \quad v_0 = \sqrt{\frac{mg}{c\rho S}}$$

in končno $v_0 = 4,854 \text{ m/s}$ in $\beta = 0,2356$

$$\varphi = \arcsin \left(\sqrt{1 + \beta^2} - \beta \right) = 52^\circ.$$

[6 t.]

c) Desetkrat manjša hitrost da stokrat večjo vrednost $\beta = 23,56$.

Od tu dobimo $\varphi = 1,2^\circ$.

[1 t.]

1. Podatki: $U_0 = 3,00 \text{ V}$, $P_0 = 240 \text{ mW}$, $U_g = 6,00 \text{ V}$

a) Nazivni upor žarnice je $R_0 = U_0/I_0 = 37,5 \Omega$.

[1 t.]

Od tu dobimo $R = R_0(P/P_0)^{1/4} = 35,83 \Omega$.

[1 t.]

Iz $U = IR = (P/U)R$ sledi za napetost na žarnici

$U = \sqrt{PR} = 2,677 \text{ V} = 2,68 \text{ V}$.

[1 t.]

Upor R_1 izračunamo iz napetosti na uporu $U_1 = U_g - U = 3,323 \text{ V}$ in iz toka skozi upornik, ki je hkrati tok skozi celoten električni krog in je zato enak toku skozi žarnico, $I = U/R = P/U = 74,71 \text{ mA}$.

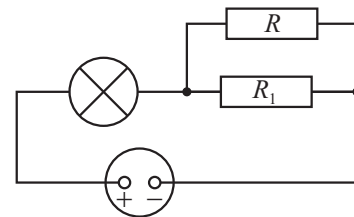
[1 t.]

Dobimo

$$R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{(U_g - U)U}{P} = \frac{U_g U}{P} - R = 44,48 \Omega = 44,5 \Omega.$$

[1 t.]

b) Žarnica, vir in upornik R_1 so vezani zaporedno, upornik R moramo vezati vzporedno k uporniku R_1 .



Narisana shema:

[1 t.]

Iz podatka o žarnici vemo, da mora biti tok skozi vir in žarnico $I' = I_0 = 80,0 \text{ mA}$.

[1 t.]

in napetost U' na vzporedno vezanih R in R_1 enaka $U' = U_g - U_0 = 3,00 \text{ V}$.

[1 t.]

Od tu dobimo za nadomestni upor R' vzporedno vezanih R in R_1 vrednost $R' = U'/I' = U_0/I_0 = R_0 = 37,5 \Omega$, saj je $U_g = 2U_0$. Končno dobimo

$$R = \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = \frac{R_1 R_0}{R_1 - R_0} = 239,0 \Omega = 239 \Omega.$$

[2 t.]

2. Podatki: $T_v = 22^\circ\text{C}$, $S_s = 30\text{ m}^2$, $d = 20\text{ cm}$, $\lambda = 1,0\text{ W/mK}$, $T_a = 10^\circ\text{C}$, $P_c = 1\text{ kW}$, $P_d = 200\text{ W}$, $T_d = 35^\circ\text{C}$.

a)

$$P_a = P_Q = S\lambda \frac{(T_v - T_a)}{d} = 1800\text{ W}.$$

[2 t.]

b) $P_v = P_a$, $T_n = T_a$

Moče je trikrat večja kot pri idealni črpalki:

$$P_{\text{el}} = 3P_v \frac{(T_v - T_n)}{T_v} = 220\text{ W}.$$

[2 t.]

c) $P_{\text{el}} = P_c$

Toplotni tok, ki ga mora črpalka črpati iz sobe pri višji temperaturi, je enak toplotnemu toku zaradi prevajanja skozi stene.

$$P_Q = S\lambda \frac{(T_v - T_n)}{d}, \quad P_v = P_{\text{el}} \frac{T_v}{3(T_v - T_n)} = P_Q$$

[1 t.]

$$(T_v - T_n)^2 = \frac{P_{\text{el}} T_v d}{3S\lambda}, \quad T_v - T_n = 25,6\text{ K}, \quad T_n = -3,6^\circ\text{C}.$$

[2 t.]

d) $P_{\text{el}} = P_d$, $T_v = T_d$

Toplotni tok, ki ga mora črpalka črpati iz sobe pri nižji temperaturi, je enak toplotnemu toku zaradi prevajanja skozi stene.

$$P_n = P_Q = S\lambda \frac{(T_v - T_n)}{d}, \quad [1\text{ t.}]$$

Toplotni tok, ki teče iz črpalke pa je večji za električno moč črpalke:

$$P_v = P_n + P_d = \frac{P_d T_v d}{3(T_v - T_n)}.$$

Izraz za P_n vstavimo iz prve enačbe v drugo in po preureditvi dobimo kvadratno enačbo za razliko temperatur.

$$(T_v - T_n)^2 + 2\beta(T_v - T_n) - \gamma = 0,$$

$$\beta = \frac{P_d d}{2S\lambda} = 0,67\text{ K}, \quad \gamma = \frac{P_d T_v d}{3S\lambda} = 136,9\text{ K}^2. \quad [1\text{ t.}]$$

$$T_v - T_n = \sqrt{\beta^2 + \gamma} - \beta = 11,0\text{ K}, \quad T_n = 24^\circ\text{C}. \quad [1\text{ t.}]$$

3. Podatki: $V = 4,0 \text{ dm}^3$, $r = 1,0 \text{ cm}$, $V_v = 0,50 \text{ dm}^3$, $m = 100 \text{ g}$, $T_0 = 100^\circ\text{C}$, $p_0 = 100 \text{ kPa}$, $P = 25 \text{ W}$, $C = 300 \text{ J/K}$.

a) Dodatni tlak je posledica dodatne mase vodne pare. Prostornino vodne pare označimo V_0 , $V_0 = V - V_v$. Iz plinske enačbe

$$V_0 (p_0 + \Delta p) = \frac{(m_0 + \Delta m)RT_0}{M}$$

dobimo

$$\Delta m = \frac{V_0 \Delta p M}{RT_0} = 63,5 \text{ mg},$$

ker je $\Delta p = mg/S = mg/\pi r^2 = 3,12 \text{ kPa}$ in je m masa pokrovčka.
[4 t.]

b) Potrebujemo toploto $Q = \Delta m q_i = P t_b$ od koder sledi

$$t_b = \frac{\Delta m q_i}{P} = 5,7 \text{ s}.$$

[2 t.]

c) Iz povečanja tlaka za $\Delta p = 3,12 \text{ kPa}$ sledi sprememba temperature vrelišča $\Delta T_v = k \Delta p = 0,78 \text{ K}$. Tu je $k = 0,25 \text{ K/kPa}$. Zaradi povišanja temperature je potrebno poleg izparevanja segreti še vodo in čajnik s pokrovom. Celoten čas je

$$t = t_b + \frac{(m_v c_v + C)k \Delta p}{P} = 80,6 \text{ s}.$$

Vidimo, da bistveno več energije kot za večanje količine pare potrebujemo za segrevanje vode in čajnika.

[4 t.]

4. Podatki: $a = 10 \text{ cm}$, $d = 0,1 \text{ mm}$, $e = 10 \text{ nAs}$, $V = 12 \text{ V}$, $v = 50 \text{ cm/s}$.

a) V prostoru med zgornjo in notranjo ploščo dobimo ($S = a^2$):

$$E = \frac{\frac{1}{2}e}{2\varepsilon_0 S} - \frac{e}{2\varepsilon_0 S} - \frac{\frac{1}{2}e}{2\varepsilon_0 S} = -\frac{e}{2\varepsilon_0 a^2} = -5,6 \cdot 10^4 \text{ V/m}.$$

Enako jakost električnega polja v smeri navzgor dobimo za polje med notranjo in spodnjo ploščo.

[3 t.]

b)

$$U = -dE = 5,6 \text{ V}, \quad C = \frac{e}{U} = \frac{2\varepsilon_0 a^2}{d} = 1,77 \text{ nF}.$$

[3 t.]

c) Naboj na kondenzatorju se zmanjšuje, ker se manjša površina dela, kjer se plošče kondenzatorja prekrivajo.

$$I = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{U 2\varepsilon_0 a \Delta s}{d \Delta t} = \frac{2\varepsilon_0 a U v}{d} = 0,106 \mu\text{A}.$$

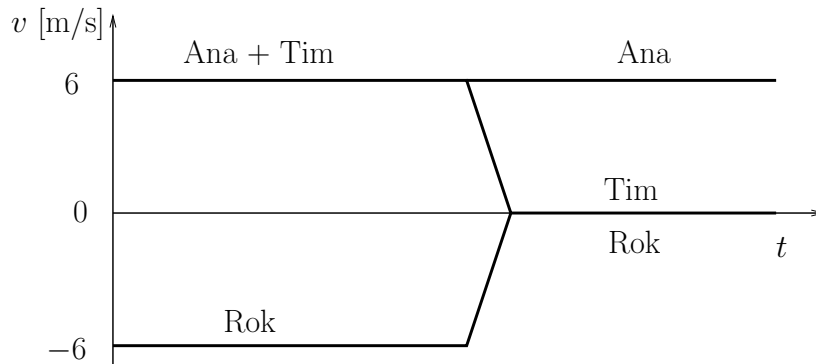
[3 t.]

Naboj teče od pozitivne plošče na negativno.

[1 t.]

1. Podatki: $v_T = 6 \text{ m/s}$, $v_R = -6 \text{ m/s}$, $m_T = m_R = 200 \text{ kg}$.

a) Hitrosti, kot jih meri Ema:



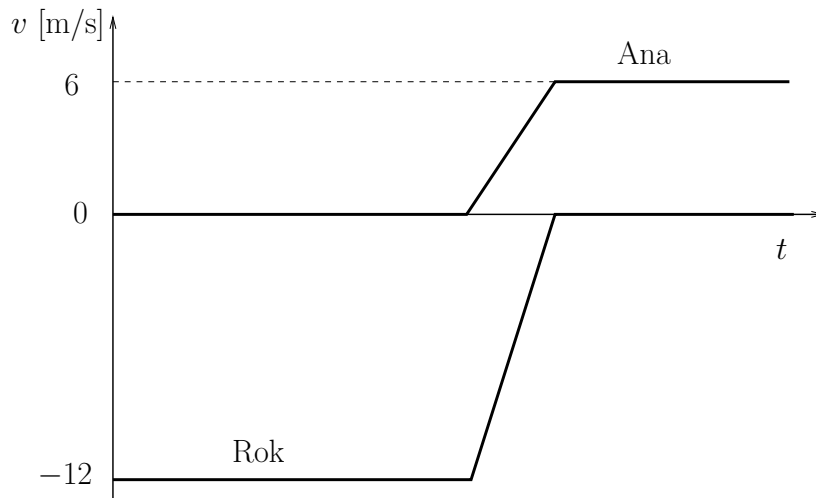
[2 t.]

b) Po trku oba obmirujeta, vsa začetna energija gre v izgube:

$$\Delta W_E = \frac{1}{2}m_T v_T^2 + \frac{1}{2}m_R v_R^2 = 7,2 \text{ kJ}.$$

[1 t.]

c) Hitrosti, kot jih meri Tim:



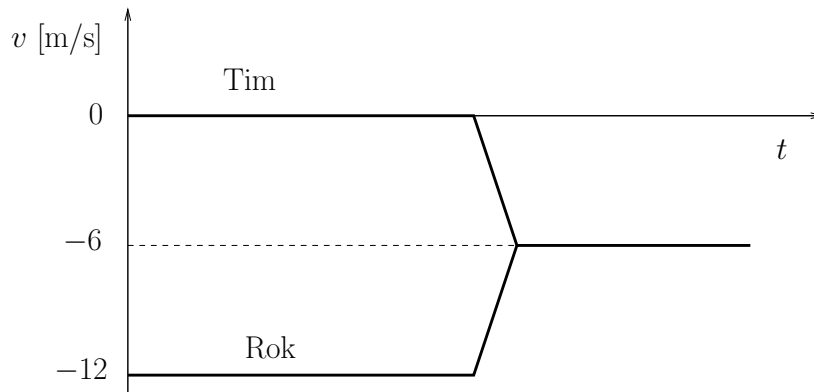
[1 t.]

d) Pred trkom se glede na Tima giblje le Rok s hitrostjo $v'_R = v_R - v_T = -12 \text{ m/s}$, po trku glede na Tima oba, Rok in Tim, obmirujeta. Za izgube Tim izračuna:

$$\Delta W_T = \frac{1}{2}m_R v'^2_R = 14,4 \text{ kJ}.$$

[1 t.]

e) Hitrosti, kot jih meri Ana:



[1 t.]

f) Za Ano se pred trkom giblje le Rok s hitrostjo $v'_A = v_R - v_T = -12$ m/s. Pri trku se ohrani skupna gibalna količina: $m_R v'_A = (m_R + m_T) v'_S$, $v'_S = -6$ m/s. Za Ano kinetična energija na koncu ni enaka 0, temveč $\frac{1}{2}(m_R + m_T) v'_S{}^2$. Izračuna:

$$\Delta W_T = \frac{1}{2} m_R v'_R{}^2 - \frac{1}{2} (m_R + m_T) v'_S{}^2 = 7,2 \text{ kJ}.$$

Dobi torej enak rezultat kot Ema.

[2 t.]

g) Napačen rezultat je dobil Tim, ker se *ni ves čas gibal enakomerno*, temveč se je v času trka gibal pojemajoče. Različni rezultati torej niso v nasprotju z Galilejevo trditvijo, saj se rezultat razlikuje le za opazovalca, ki se ni gibal premo enakomerno.

[2 t.]

2. Podatki: $U_0 = 3,00 \text{ V}$, $P_0 = 240 \text{ mW}$, $U_g = 6,00 \text{ V}$, $P = 200 \text{ mW}$, $I = 90 \text{ mA}$.

a) Nazivni upor žarnice je $R_0 = U_0/I_0 = 37,5 \Omega$.

[1 t.]

Od tu dobimo $R = R_0(P/P_0)^{1/4} = 35,83 \Omega$.

[1 t.]

Iz $U = IR = (P/U)R$ sledi za napetost na žarnici

$$U = \sqrt{PR} = 2,677 \text{ V} = 2,68 \text{ V}.$$

[1 t.]

b) Upor R_1 izračunamo iz napetosti na uporu $U_1 = U_g - U = 3,323 \text{ V}$ in iz toka skozi upornik, ki je hkrati tok skozi celoten električni krog in je zato enak toku skozi žarnico, $I = U/R = P/U = 74,71 \text{ mA}$.

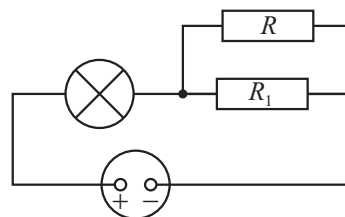
[1 t.]

Dobimo

$$R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{(U_g - U)U}{P} = \frac{U_g U}{P} - R = 44,48 \Omega = 44,5 \Omega.$$

[1 t.]

c) Žarnica, vir in upornik R_1 so vezani zaporedno, upornik R moramo vezati vzporedno k uporniku R_1 .



Narisana shema:

[1 t.]

Iz podatka o žarnici vemo, da mora biti tok skozi vir in žarnico

$I' = I_0 = 80,0 \text{ mA}$ in napetost U' na vzporedno vezanih R in R_1 enaka $U' = U_g - U_0 = 3,00 \text{ V}$.

[1 t.]

Od tu dobimo za nadomestni upor R' vzporedno vezanih R in R_1 vrednost $R' = U'/I' = U_0/I_0 = R_0 = 37,5 \Omega$, saj je $U_g = 2U_0$. Končno dobimo

$$R = \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = \frac{R_1 R_0}{R_1 - R_0} = 239,0 \Omega = 239 \Omega.$$

[1 t.]

d) Iz zveze med R in P preko zveze $P = RI^2$ izpeljemo povezavo med P in I

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^4 = \frac{P^4 I_0^8}{I^8 P_0^4} \implies P = P_0 \left(\frac{I}{I_0} \right)^{\frac{8}{3}} = 328,6 \text{ mW} = 329 \text{ mW}.$$

[2 t.]

3. Podatki: $a = 0,500$ km, $c = 4,50$ km/s, $c_L = 5,50$ km/s, $c_T = 3,30$ km/s.

a) Najmanjši $x = 0$ je za valovanje, ki gre navpično navzgor. Največji x ima valovanje, ki osnovno ploskev zapusti na robu, kjer je $\varphi_1 = \pi/4 = 45^\circ$.

[1 t.]

Lomni zakon

[1 t.]

da

$$\sin \varphi_2 = \frac{c_L}{c} \sin \varphi_1$$

in $\varphi_2 = 59,796^\circ = 59,8^\circ$. Iz geometrije hitro dobimo

$$x = a \tan \varphi_1 + a \tan \varphi_2 = a \sin \varphi_1 \left(\frac{1}{\cos \varphi_1} + \frac{c_L}{\sqrt{(c^2 - c_L^2 \sin^2 \varphi_1)}} \right)$$

in

$$x(\varphi_1 = \pi/4) = x_{\max} = a \left(1 + \frac{c_L}{\sqrt{2c^2 - c_L^2}} \right) = 2,72a = 1,36 \text{ km.}$$

Torej $0 \leq x \leq x_{\max} = 1,36$ km.

[1 t.]

Valovanje, ki gre skozi plašč in se širi v valju pod kotom blizu $\varphi_1 \approx \pi/2$, se na prehodu iz valja zanemarljivo malo lomi in doseže površje pri poljubno velikih x . Zgornja meja za x je torej ∞ .

Spodnjo mejo tudi tokrat določa valovanje, ki se lomi skozi plašč valja tik pod robom zgornje osnovne ploskve, torej pri $\varphi_1 = 45^\circ$. Ker se tokrat valovanje lomi na plašču, je rezultat lomnega zakona

$$\frac{\sin(\pi/2 - \varphi_1)}{c} = \frac{\sin(\pi/2 - \varphi_2)}{c_L} = \iff \frac{\cos \varphi_1}{c} = \frac{\cos \varphi_2}{c_L},$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{c_L}{c} \cos \varphi_1$$

in $\varphi_2 = 30,204^\circ = 30,2^\circ$. Z enakim računom kot prej dobimo

$$x_{\min} = a \tan \varphi_1 + a \tan \varphi_2 = a \left(1 + \frac{\sqrt{2c^2 - c_L^2}}{c_L} \right) = 1,5821a = 791 \text{ m} = 0,79 \text{ km.}$$

Torej $0,79 \text{ km} = x_{\min} \leq x \leq \infty$.

Senčnih točk torej ni,

[1 t.]

dvojne točke pa so v intervalu

$$0,79 \text{ km} \leq x \leq 1,36 \text{ km.}$$

[1 t.]

b) Ker je hitrost transverzalnih valov c_T v granitu manjša od hitrosti longitudinalnih valov v apnencu c , se za transverzalne valove območji iz vprašanj a) ne prekrivata. Za valovanje, ki gre skozi osnovno ploskev dobimo

$$x(\varphi_1 = \pi/4) = x_{\max} = a \left(1 + \frac{c_T}{\sqrt{2c^2 - c_T^2}} \right) = 1,60645a = 803 \text{ m} = 0,80 \text{ km.}$$

Za valovanje, ki gre skozi plašča analogno dobimo

$$x_{\min} = a \tan \varphi_1 + a \tan \varphi_2 = a \left(1 + \frac{\sqrt{2c^2 - c_T^2}}{c_T} \right) = 2,6489a = 1324 \text{ m} = 1,32 \text{ km.}$$

[1 t.]

Torej transverzalnih valov ni v intervalu

$$0,80 \text{ km} = x_{\max} \leq x \leq x_{\min} = 1,32 \text{ km.}$$

Obstajajo torej le senčne točke, dvojnih točk pa ni.

[2 t.]

c) Ko je točka opazovanja dovolj daleč, se valovanje do tja širi skoraj vzporedno s površino. Znotraj valja se v vsakem primeru širi s hitrostjo c , razdaljo $x - a$ pa prepotujejo longitudinalni valovi s hitrostjo c_L , transverzalni pa s hitrostjo c_T . Dobimo

$$x - a = c_T t_T = c_L t_L = c_T (t_L + \Delta t)$$

in od tu

$$x = a + \frac{c_L c_T}{(c_L - c_T)} \Delta t;$$

za $\Delta t = 6,00 \text{ s}$ dobimo razdaljo 50 km.

[2 t.]

4. Podatki: $r = 0,524$ cm, $l = 9,32$ cm, $m = 11,53$ g, $e = 0,34$ As, $v = 6,1$ m/s.

a)

$$I = \frac{e}{t_0} = ev = \frac{e\omega}{2\pi}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 ev}{2r}.$$

[2 t.]

b) Za dolgo ravno tuljavo velja $B = \mu_0 NI/l$; v našem primeru nadomestimo $NI \rightarrow ev = ev/2\pi r$ in dobimo

$$B = \frac{\mu_0 ev}{2\pi r l} = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Energijo dobimo iz izraza za energijo tuljave, $W = \frac{1}{2}LI^2$, za $L = \mu_0 S/l = \mu_0 \pi r^2/l$, ali kar iz izraza za gostoto energije magnetnega polja $w = W/V = \frac{1}{2}\mu_0 B^2$ za $V = \pi r^2 l$:

$$W = \frac{\mu_0 v^2 e^2}{8\pi l} = 2,3 \text{ } \mu\text{J}.$$

[3 t.]

c) Če ne upoštevamo magnetne energije, je sprememba potencialne energije, mgh , kar enaka spremembi kinetične translacijske in rotacijske energije:

$$\frac{1}{2}m(v'^2 - v^2) + \frac{1}{2}J(\omega'^2 - \omega^2) = mgh.$$

Za $J = mr^2$ in $\omega = v/r$ sledi

$$m(v'^2 - v^2) = mgh.$$

Prišteti bi moral še spremembo magnetne energije, ki je prav tako sorazmerna s kvadratom hitrosti:

$$m(v'^2 - v^2) + \frac{\mu_0 e^2}{8\pi l} (v'^2 - v^2) = mg(h + \Delta h).$$

Relativna napaka je torej

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\frac{\mu_0 e^2}{8\pi l}}{m} = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi l m} = 5,5 \cdot 10^{-6}.$$

[5 t.]