Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

54. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Sežana, 9. 4. 2016

Skupina I

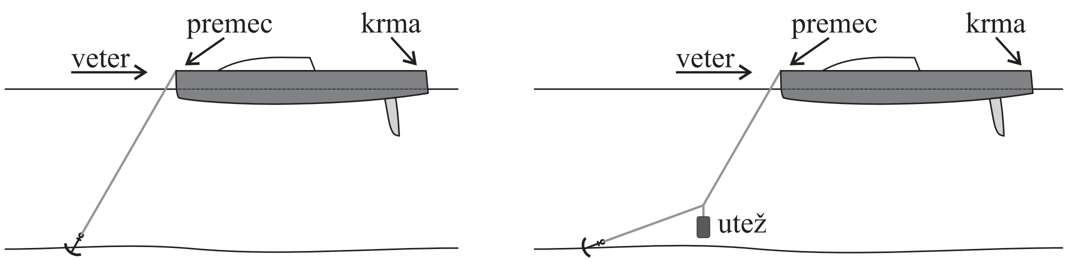
1. Na lahki tanki vrvici je 6,0 cm pod gladino jezera obešen aluminijast valj z višino 10 cm in maso 1 kg, tako da sta osnovni ploskvi valja vodoravni. Vrvico zelo počasi enakomerno vlečemo navpično navzgor in tako valj dvignemo za 20 cm nad začetno lego. Gostota aluminija je 2,7 kg/l.

   a) Prostoročno nariši graf, ki kaže odvisnost vlečne sile od spremembe višine osnovne ploskve valja za celotno dviganje.

   b) Poskus ponovimo tako, da je valj na začetku potopljen 6,0 cm pod gladino vode v valjasti posodi s presekom 50 cm^2. Za ta primer na isti graf kot v vprašanju a) prostoročno nariši graf, ki kaže odvisnost vlečne sile od spremembe višine osnovne ploskve valja za vseh 20 cm dviganja valja.

   c) Koliko dela opravimo med dviganjem v vprašanju b)?

2. Čoln z maso 2500 kg je zasidran v zalivu, v katerem piha veter s stalno hitrostjo in smerjo, zato na čoln deluje konstantna vodoravna sila 250 N. Sidrna vrv z zanemarljivo maso se napne od premca do sidra in oklepa kot 60° z vodoravnico (slika levo).



   a) S kolikšno silo je napeta sidrna vrv?

   Da bi zmanjšali silo na sidro, posadka dvigne sidro in na sidrno vrv 2,0 m od sidra priveže dodatno utež. Nato čoln zasidrajo tako, da del vrvi od premca do uteži ponovno oklepa kot 60° z vodoravnico, medtem ko je kot med 2 m dolgim delom vrvi od sidra do uteži in vodoravnico 20° (slika desno).

   b) S kolikšno silo je napeta vrv med sidrom in utežjo?

   Navodilo: V nalogi ni potrebno računati ravnovesja navorov.

3. Galeb naredi v zraku naslednji manever: Z višine 12 m nad gladino vode začne s krili, stisnjenimi k telesu, prosto padati proti gladini. Na neki višini nad gladino razpre krila in zato zavije po krožnem loku (četrtina krožnice) tako, da na koncu leti premo in enakomerno v vodoravni smeri tik nad gladino. Med zavijanjem ima v celotnem zavoju konstantno velikost hitrosti. Največja sila, ki jo še prenesejo krila, je enaka 5-kratniku galebove teže. Privzemi, da je za galeba, ko ima krila stisnjena k telesu, zračni upor zanemarljiv.

   a) Kolikšen je najmanjši polmer krožnega loka, po katerem lahko zavija galeb?

   b) Kolikšna je hitrost galeba na koncu takega manevra?

   c) Koliko več časa potrebuje, da pride do gladine z opisanim manevrom, v primerjavi s prostim padom do gladine?

4. Kolesar se pelje na kolesu, ki ima med sprednjo in zadnjo osjo razdaljo 99 cm. Sistem kolesarja in kolesa obravnavaj kot togo telo. Težišče sistema je na višini 110 cm na simetrali med obema osema. Kolesar lahko stisne zavoro za prednje ali zavoro za zadnje kolo neodvisno eno od druge. Učinek zaviranja na prednje ali zadnje kolo opišemo z ustreznim koeficientom trenja med posameznim kolesom in podlago.

a) Kolikšen sme biti največ koeficient trenja med prednjim kolesom in podlago, da se sistem ne začne prevračati preko prednjega kolesa?

b) Kolikšen je v vprašanju a) pojemek kolesarja?

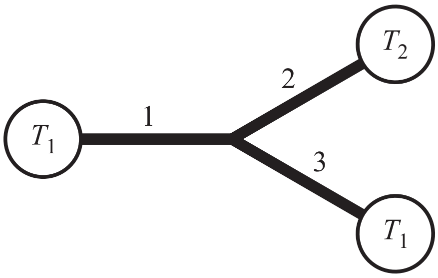
c) Kolesar je pri zaviranju previden. Na zadnjo zavoro pritisne močneje, tako da je koeficient trenja med zadnjim kolesom in podlago dvakrat večji kot med prednjim kolesom in podlago. Zavori stiska tako, da je pravokotna komponenta sile podlage na zadnjem kolesu enaka polovici pravokotne komponente sile podlage na prednjem kolesu. Kolikšen je koeficient trenja med prvim kolesom in podlago?

Navodilo: Vsota sil na sistem je različna od nič, zato pri računanju navorov postavi os v težišče sistema.

54. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Sežana, 9. 4. 2016

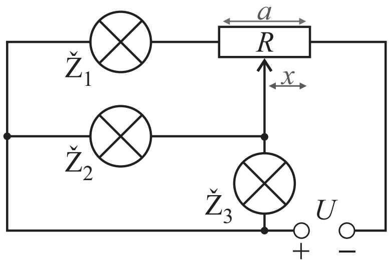
Skupina II

1. Zanima nas prevajanje toplote v sistemu enakih železnih palic, ki med seboj povezujejo toplotne rezervoarje z različnimi temperaturami $T_1 = 0\,^\circ$C in $T_2 = 300\,^\circ$C. Palice so ovite s toplotno izolacijo in prevajajo toploto samo v vzdolžni smeri. Dolžina vsake palice je 1,0 m in presek 1,0 cm^2. Toplotna prevodnost železa je 80 W/(m · K).



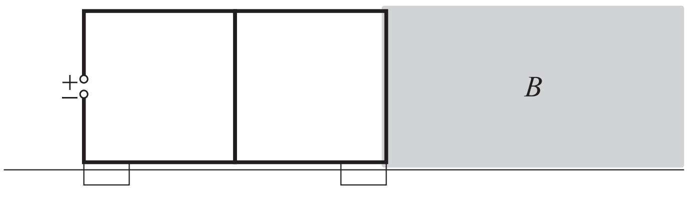
   a) Kolikšna je temperatura na stičišču vseh treh palic?
   b) Kolikšen toplotni tok teče vzdolž palice 1?
   c) Kolikšne so po vrsti temperature na stičišču vseh treh palic, če posamezno palico 1 ali 2 ali 3 zamenjamo z enako dolgo železno palico s presekom 2,0 cm^2?

2. Tri žarnice so vezane v vezje na sliki. Upori žarnic $\check{Z}_1$, $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$ so po vrsti $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ in $R_3 = 50\ \Omega$, medtem ko je celotni upor drsnega upornika $R = 200\ \Omega$. Vezje je priključeno na izvir z napetostjo $U = 12$ V. V običajnem delovanju vezja je drsnik drsnega upornika na sredini ($x = 0{,}50\,a$).



   a) Kolikšni tokovi tečejo skozi žarnice $\check{Z}_1$, $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$?
   b) Žarnica $\check{Z}_1$ pregori. Kako moramo nastaviti razmerje x/a na drsnem uporniku, da bo skozi žarnici $\check{Z}_2$ in $\check{Z}_3$ tekel enak tok kot prej?

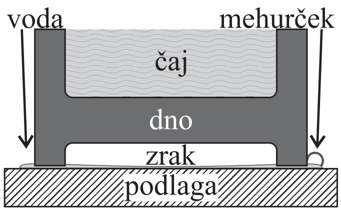
3. Na vodoravno zračno drčo postavimo voziček, na katerem je iz žic narejen električni krog v obliki okvirov na sliki. Dimenzije večjega okvira so 20 cm × 10 cm, manjša okvira sta enaka med seboj. Celotna masa vozička z okviri je 100 g. Voziček se po drči giblje brez trenja. Upor žice z dolžino 10 cm je 0,1 Ω. Na začetku, ko desna navpična stranica ravno sega v homogeno magnetno polje z gostoto $B = 0{,}1$ T, voziček miruje. Med priključka v levi stranici okvira priključimo napetost 12 V, razdalja med priključkoma je zanemarljivo majhna.



Navodilo: V tej nalogi je vpliv indukcije na rezultate zanemarljiv.

   a) Določi smer polja (levo, desno, gor, dol, v list, iz lista), da se bo voziček pričel premikati v desno.
   b) Nariši graf pospeška v odvisnosti od lege vozička, vse do trenutka, ko je ves voziček v polju. Območje s homogenim magnetnim polje je dovolj dolgo, da je lahko ves voziček v polju.
   c) Kolikšna je hitrost vozička v trenutku, ko vstopi srednja navpična prečka v polje?
   d) Kolikšna je končna hitrost vozička.

4. Valjasto skodelico postavimo na mokro podlago in s tem pod njo ujamemo valjast žep zunanjega zraka s premerom 4,0 cm in višino 1,0 mm. Vode na podlagi in na stiku med skodelico in podlago je ravno dovolj, da preprečuje vstop zunanjega zraka. Ko v skodelico nalijemo čaj s temperaturo 80 °C, opazimo uhajanje mehurčkov izpod skodelice. Mehurčki imajo premer 2,0 mm.



Zunanji zrak ima temperaturo 20 °C. Dno skodelice je debelo 4,0 mm in ima toplotno prevodnost 0,60 W/(m · K). Zaradi vročega čaja v skodelici se poleg zraka pod skodelico segreva tudi voda pod skodelico, dno skodelice in zgornja plast podlage. Skupna toplotna kapaciteta vseh teles in delov teles, ki se segrevajo, je $C = 6{,}0$ J/K. Velja $Q = C\Delta T$. Uhajanje mehurčkov traja tako kratek čas, da je temperatura čaja ves čas opazovanja konstantna.

a) Za koliko se mora segreti zrak pod skodelico, da uide izpod skodelice prvi mehurček?

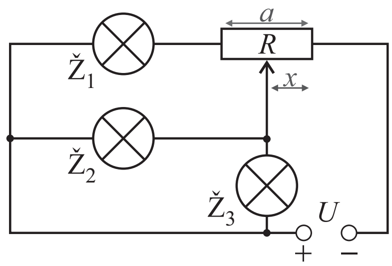
b) Koliko časa traja, da uide prvi mehurček, od takrat, ko skodelico postavimo na podlago?

c) Določi celotno število mehurčkov, ki uidejo izpod skodelice.

54. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE
Državno tekmovanje, Sežana, 9. 4. 2016

Skupina III

1. Tri žarnice so vezane v vezje na sliki. Upori žarnic Ž$_1$, Ž$_2$ in Ž$_3$ so po vrsti $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ in $R_3 = 50\ \Omega$, medtem ko je celotni upor drsnega upornika $R = 200\ \Omega$. Vezje je priključeno na izvir z napetostjo $U = 12$ V. V običajnem delovanju vezja je drsnik drsnega upornika na sredini ($x = 0{,}50\,a$).



   a) Kolikšni tokovi tečejo skozi žarnice Ž$_1$, Ž$_2$ in Ž$_3$?

   b) Žarnica Ž$_1$ pregori. Kako moramo nastaviti razmerje x/a na drsnem uporniku, da bo skozi žarnici Ž$_2$ in Ž$_3$ tekel enak tok kot prej?

2. Na treh neraztegljivih nitih z dolžino L in z zanemarljivo maso s stropa visi v vodoravni legi disk s polmerom R in z maso m. Niti so veliko daljše od polmera diska, $L \gg R$. Tako na obod diska kot z drugim krajiščem na strop so niti pritrjene v treh točkah, ki so oglišča enakostraničnega trikotnika. Ko disk miruje v ravnovesni legi, so niti navpične. Disk iz ravnovesne lege zasučemo okoli navpične simetrijske osi za majhen kot in ga spustimo. Disk se prične ponavljajoče se sukati (vrteti) levo-desno okoli simetrijske osi — pravimo, da torzijsko niha.

   a) Kolikšen je nihajni čas tega torzijskega nihala?

   b) Z razmislekom ugotovi in zapiši, kolikšen bi bil za majhne zasuke nihajni čas torzijskega nihanja diska, če bi na stropu vse niti pritrdil v eno samo točko. Odgovor utemelji v nekaj stavkih.

3. Za železo velja, da se v njem gostota magnetnega polja poveča za faktor μ v primerjavi s poljem v vakuumu. *Permeabilnost* μ je konstantna, dokler gostota magnetnega polja v železu ne doseže maksimalne vrednosti B_0. To pomeni, da gostota magnetnega polja v železu narašča sorazmerno z zunanjim magnetnim poljem B_z, dokler magnetno polje v železu ne doseže mejne vrednosti B_0. Do takrat velja $B = \mu B_z$, pri večjem zunanjem polju pa ostaja polje v železu enako B_0 in se ne spreminja. Ko tako železo uporabimo kot jedro v tuljavi, lahko s tokom skozi tuljavo kontrolirano spreminjamo magnetno polje, v katerem je železno jedro. Magnetno polje v jedru narašča premo sorazmerno s tokom v tuljavi, dokler ne doseže vrednosti B_0, nato pa se z naraščanjem toka več ne spreminja. Ko se tok zmanjšuje, se gostota magnetnega polja v jedru začne premo sorazmerno zmanjševati šele, ko tok doseže vrednost, pri kateri je gostota magnetnega polja v jedru enaka B_0.

   Vse opisano enako velja tudi, če se tuljava z železnim jedrom nahaja v zunanjem magnetnem polju z gostoto B_z.

   Magnetno polje v okolici planetov merimo z magnetometrom *fluxgate*: okoli železnega jedra sta naviti primarna in sekundarna tuljava. Permeabilnost železnega jedra v magnetometru je μ =5000. Največja možna gostota magnetnega polja v železnem jedru je $B_0 = 5$ T. Po primarni tuljavi s 500 ovoji steče sunek toka trikotne oblike: tok najprej od vrednosti 0 linearno naraste na vrednost 100 mA v času 1 s, nato v času 1 s linearno pade nazaj na 0. S sekundarno tuljavo z 800 ovoji merimo inducirano napetost. Presek magnetnega jedra je enak 1 cm^2, dolžini obeh tuljav sta 5 cm.

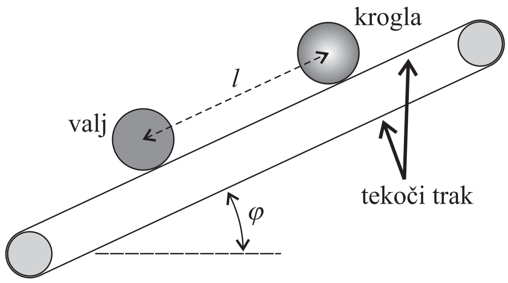
   a) Kolikšna je inducirana napetost v sekundarni tuljavi, ko tok v primarni tuljavi narašča in je magnetno polje v jedru manjše od B_0?

   b) Skiciraj graf odvisnosti inducirane napetosti od časa v času trajanja tokovnega sunka trikotne oblike.

   c) Kolikšna je velikost komponente gostote magnetnega polja planeta v smeri osi jedra, če je v času trajanja tokovnega sunka trikotne oblike skozi primarno tuljavo mrtvi čas, ko na sekundarni tuljavi ne izmerimo inducirane napetosti, enak 1,1 s?

4. Obrni list, 4. naloga je na drugi strani.

4. Tekoči trak je nagnjen, da oklepa z vodoravnico kot $\varphi = 15{,}0°$. Na tekoči trak postavimo homogen valj z maso 1,0 kg in s polmerom 10 cm. Lepenje je dovolj veliko, da na traku telesa ne podrsavajo.



   a) V kateri smeri (urinega kazalca ali nasprotni) in s kolikšnim pospeškom se mora premikati tekoči trak, da težišče valja miruje?

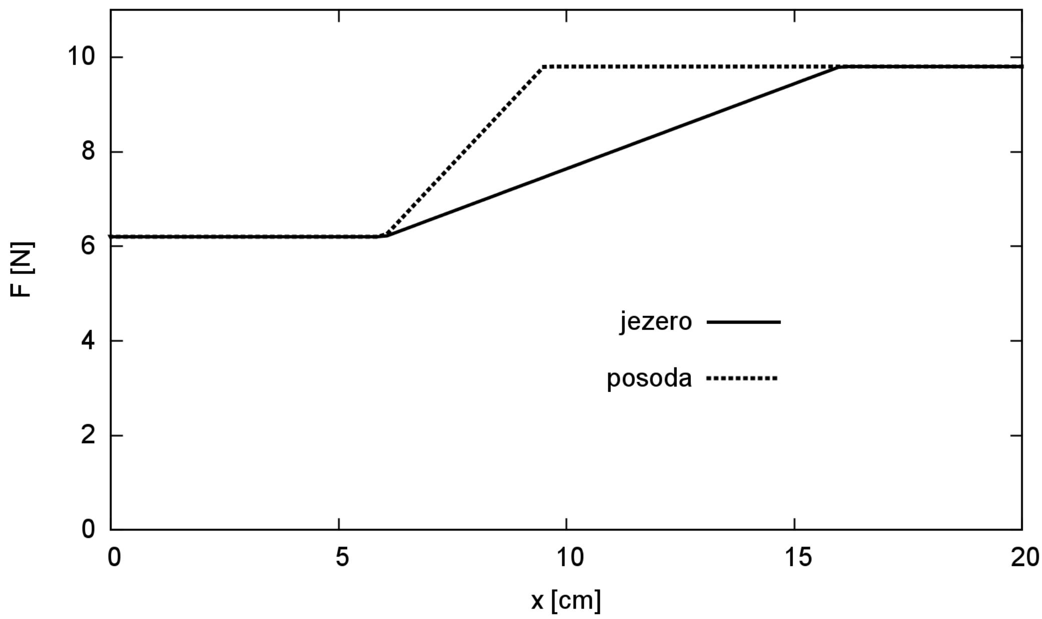
   b) Sedaj nastavimo trak tako, da se giblje v isto smer kot v vprašanju a), vendar s pospeškom $3{,}0\ \mathrm{m/s^2}$. Na tekoči trak sočasno postavimo valj in nad valj kroglo z enakim polmerom in enako maso, tako da je razdalja med njunima središčema $l = 1{,}0$ m. Čez koliko časa telesi trčita?

   Namig za b): Poveži tangentni pospešek na obodu pri vrtenju valja okoli težiščne osi s pospeškom težišča in s pospeškom traku.

1. *Podatki:* $l = 6$ cm, $h = 10$ cm, $s = 20$ cm, $\rho_{\mathrm{Al}} = 2{,}7$ kg/l.

   a) Velja

$$F_g = mg = 9{,}8\,\mathrm{N}\,, \qquad F_{\mathrm{vzgon}} = mg\,\frac{\rho_v}{\rho_{\mathrm{Al}}} = 3{,}7\,\mathrm{N}\,, \qquad F_{\mathrm{vrv0}} = mg\,\frac{\rho_v}{\rho_{\mathrm{Al}}} = 6{,}2\,\mathrm{N}\,.$$



[3 t.]

b) Presek valja in presek vode okoli valja sta

$$S_{\mathrm{valj}} = \frac{m}{\rho_{\mathrm{Al}} h} = 37\,\mathrm{cm}^2\,, \qquad S_{\mathrm{vode}} = S_0 - S_{\mathrm{valj}} = 13\,\mathrm{cm}^2\,.$$

Če je h_1 dvig valja, ko pride ves iz vode, velja:

$$S_{\mathrm{valj}} h_1 = S_{\mathrm{vode}} h\,, \qquad h_1 = \frac{S_{\mathrm{vode}}}{S_{\mathrm{valj}}}\,h = 3{,}5\,\mathrm{cm}\,.$$

[5 t.]

c) Delo je kar enako ploščini pod grafom $F(x)$:

$$A = lF_{\mathrm{vrv0}} + h_1 \frac{F_{\mathrm{vrv0}} + F_g}{2} + (s - h_1 - l)F_g = 1{,}7\,\mathrm{J}\,.$$

[2 t.]

2. *Podatki:* $m = 2500$ kg, $F_v = 250$ N, $\varphi = 60°$, $\varphi_u = 20°$.

   a) Vodoravna komponenta sile vrvi uravnovesi silo vetra:

$$F\cos\varphi = F_v\,, \qquad F = \frac{F_v}{\cos\varphi} = 2F_v = 500\ \mathrm{N}\,.$$

   [5 t.]

   b) Za vodoravni komponenti sil vrvic v pritrdišču uteži velja:

$$F\cos\varphi = F_u\cos\varphi_u\,, \qquad F_u = F\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi_u} = \frac{F_v}{\cos\varphi_u} = 266\ \mathrm{N}\,.$$

   [5 t.]

3. *Podatki:* $h = 12$ m, $a = 5\,g$.

a) Ko se spusti z višine h do višine r, ima hitrost v:

$$v^2 = 2(h-r)g\,.$$

[1 t.]

Za centripetalni pospešek v spodnji točki, ko na galeba deluje tudi teža v radialni smeri, velja

$$\frac{v^2}{r} = a - g = 4\,g\,, \qquad r = \frac{v^2}{4g} = \frac{2(h-r)}{4}\,, \qquad r = \frac{1}{3}\,h = 4{,}0\text{ m}\,.$$

[3 t.]

b)

$$v = \sqrt{2(h-r)g} = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = 12{,}5\text{ m/s}\,.$$

[2 t.]

c) Za čas postega pada velja

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

[1 t.]

Za čas z manevrom pa

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h-r)}{g}} + \frac{\pi r}{2v}\,.$$

[2 t.]

$$\Delta t = t_1 - t_0 = 0{,}22\text{ s}\,.$$

[1 t.]

4. *Podatki:* $l = 99$ cm, $h = 110$ cm.

a) Če je φ kot med navpičnico in zveznico med težiščem in dotikališčem prednjega kolesa s tlemi v mejnem primeru, ko je sila podlage v zadnjem kolesu enaka 0, zapišemo ravnovesje navorov kot

$$F_{\mathrm{tr}} r \cos\varphi = F_g r \sin\varphi \,, \qquad k_{\mathrm{tr}} \cos\varphi = \sin\varphi$$

torej

$$k_{\mathrm{tr}} = \tan\varphi = \frac{l}{2h} = 0{,}45 \,.$$

[3 t.]

b) Pojemek

$$a = \frac{F_{\mathrm{tr}}}{m} = k_{\mathrm{tr}} g = 0{,}44 \mathrm{~m/s^2} \,.$$

[3 t.]

c) V tem primeru pravokotna sila podlage in trenje v zadnjem kolesu sučeta kolo v istem smislu kot trenje v prvem kolesu. V mejnem primeru velja

$$\frac{2}{3} F_g r \sin\varphi = k_{\mathrm{tr}} \frac{2}{3} r F_g \cos\varphi + \frac{1}{3} F_g r \sin\varphi + 2k_{\mathrm{tr}} \frac{1}{3} r F_g \cos\varphi$$

Dobimo

$$k_{\mathrm{tr}} = \frac{\tan\varphi}{4} = \frac{l}{8h} = 0{,}11 \,.$$

[4 t.]

1. *Podatki:* $T_1 = 0$ °C, $T_2 = 300$ °C, $S = 1{,}0$ cm^2, $l = 1{,}0$ m, $\lambda = 80$ W/mK, $S' = 2S$.

   a) V ravnovesju je toplotni tok, ki priteče iz druge palice v razvejišče, enak vsoti tokov, ki odtečejo po prvi in tretji palici:

   $$\frac{S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = 2\,\frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1)\,, \qquad T_0 = \frac{T_2 + 2T_1}{3} = 100\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

   [4 t.]

   b) V prvi palici teče tok

   $$P_1 = \frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) = 0{,}8\ \mathrm{W}\,.$$

   [2 t.]

   c) Če zamenjamo prvo ali tretjo, dobimo

   $$\frac{S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = \frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) + \frac{2S\lambda}{d}(T_0 - T_1)\,, \qquad T_0 = \frac{T_2 + 3T_1}{4} = 75\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

   Če zamenjamo drugo pa

   $$\frac{2S\lambda}{d}(T_2 - T_0) = 2\,\frac{S\lambda}{d}(T_0 - T_1) \qquad T_0 = \frac{2T_2 + 2T_1}{4} = 150\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

   [4 t.]

2. *Podatki:* $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R = 200\ \Omega$, $U = 12$ V.

a) Tok skozi R_3 označimo z I_3 (navzgor), skozi R_2 z I_2 (v desno), skozi R_1 z I_1 (v desno) in skupni tok $I = I_1 + I_2 + I_3$.

Drsni upornik razdelimo v dva zaporedno vezana upornika z $R_x = (x/a)R$ in $R_4 = R - R_x$

Iz kroga z R_2 in R_3 dobimo $I_2 = I_3R_3/R_2 = I_3/2$

[1 t.]

Iz kroga z R_2, R_1 in R_4 dobimo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_4}\, I_2 = \frac{2}{5}\, I_2 = \frac{1}{5}\, I_3$$

[2 t.]

in kroga z virom

$$\begin{aligned} U &= R_3I_3 + R_x(I_1 + I_2 + I_3) = \left[R_3 + R_x\left(\frac{R_2}{R_1 + R_4} + \frac{R_3}{R_2} + 1\right)\right] I_3 \\ &= \left(R_3 + \frac{17}{10}\, R_x\right) I_3\,. \end{aligned}$$

[2 t.]

Končno:

$$I_3 = 55\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_2 = 27\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_1 = 11\ \mathrm{mA}\,.$$

[1 t.]

b) V tem primeru je $I_1 = 0$. Padec napetosti na (desnem) odseku drsnika mora biti enak kot prej:

$$R_x'(I_2 + I_3) = R_x(I_1 + I_2 + I_3)\,.$$

[3 t.]

Torej

$$R_x' = R_x\frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2 + I_3} = \frac{17}{15}\, R_x = \frac{17}{30}\, R\,.$$

$$x = \frac{17}{30}\, a = 0{,}57\, a\,.$$

[1 t.]

3. *Podatki:* $U_0 = 12$ V, $B = 0{,}1$ T, $R_1 = 0{,}1\ \Omega$, $l = 10$ cm, $m = 100$ g.

a) Smer polja je v list.

b) Če tok skozi izvir označimo z I, teče skozi srednjo prečko tok $I_2 = \frac{3}{4} I$ in skozi desno $I_1 = \frac{1}{4} I$.

[1 t.]

Če zapišemo 2. Kirchhoffov zakon za levi kvadrat, dobimo

$$U_0 = 3R_1 I + R_1 \frac{3}{4} I = \frac{15R_1 I}{4}\,, \qquad I = \frac{4U_0}{15R_1} = 32\ \mathrm{A}\,.$$

[2 t.]

Dokler je le desna prečka v polju, je pospešek enak

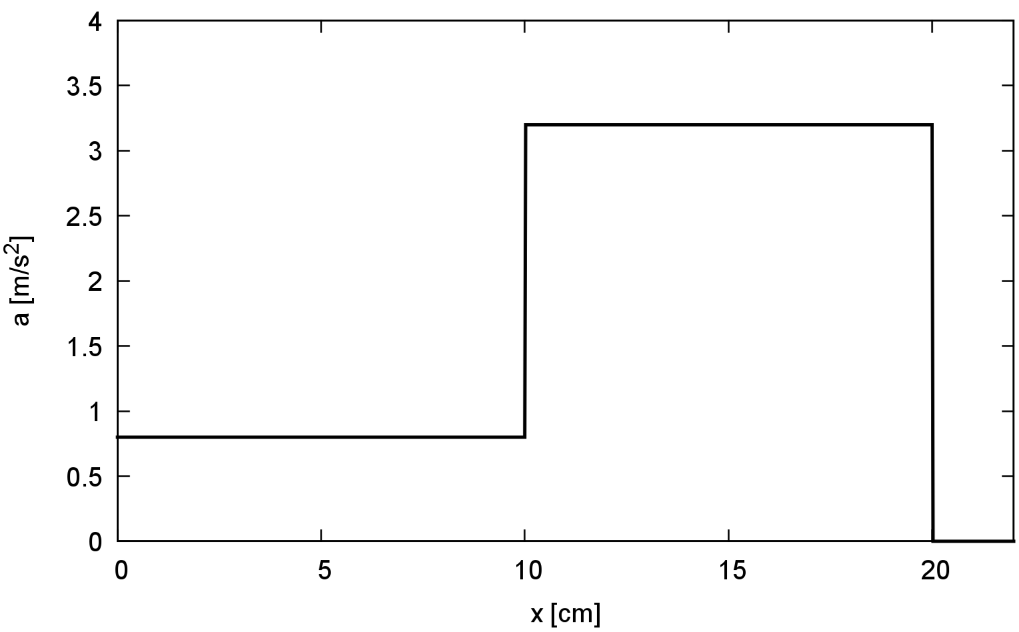
$$a_1 = \frac{I_1 l B}{m} = 0{,}8\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

[1 t.]

Ko pa vstopi še srednja prečka, velja

$$a_2 = \frac{(I_1 + I_2) l B}{m} = 3{,}2\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

[1 t.]



[1 t.]

c) Velja

$$v_1 = a_1 t_1\,, \qquad l = \tfrac{1}{2} a_1 t_1^2\,, \qquad v_1 = \sqrt{2a_1 l} = 0{,}40\ \mathrm{m/s}\,.$$

[2 t.]

d)

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2\,, \qquad l = v_1 t_2 + \tfrac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{v_1(v_2 - v_1)}{a_2} + \frac{(v_s - v_1)^2}{2a_2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2}$$

in

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 l} = 0{,}89\ \mathrm{m/s}\,.$$

[2 t.]

4. *Podatki:* $R = 20$ mm, $r = 1$ mm, $h = 1$ mm, $d = 4$ mm, $T = 80$ °C,$T_0 = 20$ °C, $C = 6$ J/K, $\lambda = 0{,}6$ W/mK.

   a)
   $$\Delta T = \frac{\Delta V}{V} T = \frac{4\pi r^3}{3\pi R^2 h} T = 1{,}0\,\mathrm{K}\,.$$
   [3 t.]

   b)
   $$t = \frac{Q}{P} = \frac{C\Delta T d}{S\lambda(T - T_0)} = 0{,}53\,\mathrm{s}\,.$$
   [3 t.]

   c)
   $$T = T_0 \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^n$$
   $$n = \frac{\ln \frac{T}{T_0}}{\ln\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)} = 56\,.$$
   [4 t.]

1. *Podatki:* $R_1 = 150\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$, $R = 200\ \Omega$, $U = 12$ V.

   a) Tok skozi R_3 označimo z I_3 (navzgor), skozi R_2 z I_2 (v desno), skozi R_1 z I_1 (v desno) in skupni tok $I = I_1 + I_2 + I_3$.

   Drsni upornik razdelimo v dva zaporedno vezana upornika z $R_x = (x/a)R$ in $R_4 = R - R_x$

   Iz kroga z R_2 in R_3 dobimo $I_2 = I_3R_3/R_2 = I_3/2$

   [1 t.]

   Iz kroga z R_2, R_1 in R_4 dobimo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_4}\, I_2 = \frac{2}{5}\, I_2 = \frac{1}{5}\, I_3$$

   [2 t.]

   in kroga z virom

$$\begin{aligned} U &= R_3I_3 + R_x(I_1 + I_2 + I_3) = \left[R_3 + R_x\left(\frac{R_2}{R_1 + R_4} + \frac{R_3}{R_2} + 1\right)\right] I_3 \\ &= \left(R_3 + \frac{17}{10}\, R_x\right) I_3\,. \end{aligned}$$

   [2 t.]

   Končno:

$$I_3 = 55\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_2 = 27\ \mathrm{mA}\,, \qquad I_1 = 11\ \mathrm{mA}\,.$$

   [1 t.]

   b) V tem primeru je $I_1 = 0$. Padec napetosti na (desnem) odseku drsnika mora biti enak kot prej:

$$R'_x(I_2 + I_3) = R_x(I_1 + I_2 + I_3)\,.$$

   [3 t.]

   Torej

$$R'_x = R_x \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_2 + I_3} = \frac{17}{15}\, R_x = \frac{17}{30}\, R\,.$$

$$x = \frac{17}{30}\, a = 0{,}57\, a\,.$$

   [1 t.]

2. *Podatki:*

   a) Ko disk zasučemo, povzroča navor projekcija sile nitke na tangento na obod diska. Naj bo φ kot med navpičnico in odklonjeno nitko. Pri majhnem zasuku φ velja:

$$M = -3\,\frac{mg}{3}\,R\sin\varphi \approx -mgR\varphi = -mgR\frac{s}{L}\,,$$

   če je s dolžina loka, ki ga pri zasuku opiše točka na obodu.

   [4 t.]

   Iz Newtonovega zakona sledi

$$M = J\alpha = -\tfrac{1}{2}mR^2\omega^2\vartheta = -\tfrac{1}{2}mR^2\omega^2\,\frac{s}{R}$$

   [1 t.]

   in končno

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}\,.$$

   [2 t.]

   b) V tem primeru je nitka ves čas pravokotna na tangento na obodno točko, v kateri je nitka vpeta in navora ni. Nihajni čas je neskončen.

   [3 t.]

3. *Podatki:* $t_0 = 1{,}0$ s, $I_0 = 100$ mA,$\tau = 1{,}1$ s.

a) Velja

$$I = \frac{I_0}{t_0}\, t,\ \text{za } 0 \le t \le t_0 \qquad I = I_0 - \frac{I_0}{t_0}\,(t - t_0),\ \text{za } t_0 \le t \le 2t_0$$

$$U_i = N_2 S\,\frac{dB}{dt} = N_2 S\mu\frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{dI}{dt} = N_2 S\mu\frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0} = 0{,}50\ \mathrm{V}\,.$$

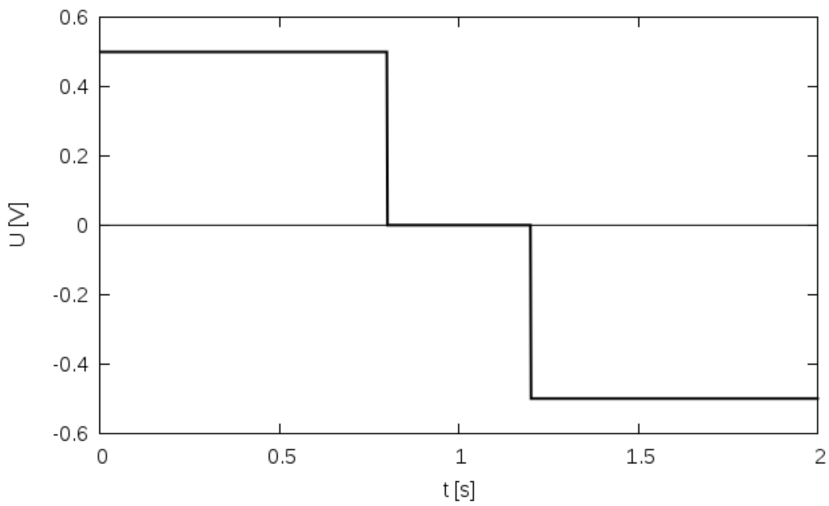
[3 t.]

b) Polje narašča le toliko časa, dokler vrednost polja ne doseže B_0. To se zgodi ob času t_1:

$$B_0 = \frac{N_1\mu\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0}\,t_1\,, \qquad t_1 = \frac{B_0 l}{N_1\mu\mu_0\, I_0}\,t_0 = 0{,}80\ \mathrm{s}\,.$$

[1 t.]

Po tem času je polje konstantno vse do časa $2t_0 - t_1$, ko se začne linearno zmanjševati. Znotraj intervala $[t_1, 2t_0 - t_1]$ je inducirana napetost 0.



[2 t.]

c) Ob prisotnosti zunanjega polja B_z doseže polje B kritično vrednost že po $t_2 = t_0 - \frac{1}{2}\tau$:

$$B_0 = \mu\left[B_z + \frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0}\,t_2\right]\,.$$

[2 t.]

Od tod

$$B_z = \frac{B_0}{\mu} - \frac{N_1\mu_0}{l}\,\frac{I_0}{t_0}\,t_2 = 4{,}3\cdot 10^{-4}\ \mathrm{T}\,.$$

[2 t.]

4. *Podatki:* $\varphi = 15^\circ$, $m = 1$ kg, $r = 10$ cm, $l = 1$ m, $a = 3\ \mathrm{m/s^2}$.

   a) Sila traku F uravnovesi dinamično komponento teže, in hkrati pospešeno vrti valj:

$$mg\sin\varphi = F\,, \qquad \tfrac{1}{2}mr^2\,\frac{a}{r} = Fr\,.$$

   Od tod

$$a = 2g\sin\varphi = 5{,}1\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

   [4 t.]

   b) Za pospešek težišča valja dobimo:

$$ma_v^* = mg\sin\varphi - F\,, \qquad \frac{1}{2}\,mr^2\,\frac{a + a_v^*}{r} = Fr\,,$$

$$a_v^* = \frac{2g\sin\varphi - a}{3}$$

   in podobno za kroglo

$$ma_k^* = mg\sin\varphi - F'\,, \qquad \frac{2}{5}\,mr^2\,\frac{a + a_k^*}{r} = F'r\,,$$

$$a_k^* = \frac{5g\sin\varphi - 2a}{7}\,.$$

   [4 t.]

   Za čas do trka velja

$$\tfrac{1}{2}a_v^* t^2 + (l - 2r) = \tfrac{1}{2}a_k^* t^2\,, \qquad a_k^* - a_k^* = \frac{g\sin\varphi + a}{21} = \frac{2(l-2r)}{t^2}$$

$$t = 2{,}46\ \mathrm{s}\,.$$

   [2 t.]