



## Delo z matematično nadarjenimi učenci

Izobraževalni seminar DMFA Slovenije  
v sodelovanju s Centrom za raziskovanje in spodbujanje nadarjenosti CRSN UL PeF.

Petek in sobota, 5. in 6. februar 2016, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

<b>Petek, 5. februar 2016 (predavalnica 212)</b>		
08:30	<i>Registracija udeležencev</i>	
09:00	<i>Uvodne besede</i>	
09:15	<i>Matematični dokaz kot izziv za nadarjene osnovnošolce</i> Dr. Zlatan Magajna, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani	
10:30	<i>Metoda Lajosa Pósa in raziskovalno učenje za nadarjene (1. del)</i> Dr. Peter Juhász, Matematični inštitut A. Renyi, Budimpešta	
12:00	<i>Odmor</i> (možnost kosila v restavraciji Pedagoške fakultete)	
13:00	<i>Matematični triki in čarovnije</i> Katja Kmetec, OŠ Grosuplje	<i>Pitagorov izrek in dokazi v geometriji (112)</i> Mag. Milan Mitrović, OŠ Sava Kladnika Sevnica
14:00	<i>Pitagorov izrek in dokazi v geometriji (112)</i> Mag. Milan Mitrović, OŠ Sava Kladnika Sevnica	<i>Matematični triki in čarovnije</i> Katja Kmetec, OŠ Grosuplje
15:00	<i>Mladi talenti po poti matematike in računalništva</i> Dr. Marinka Žitnik, Fakulteta za računalništvo in informatiko UL, in Univerza Stanford, ZDA	
15:30	<i>O vzgoji nadarjenih otrok</i> Marko Juhant	
16:00	<i>Poliedrski izzivi (delavnica v avli fakultete),</i> Dr. Izidor Hafner, DMFA Slovenije	
<b>Sobota, 6. februar 2016 (predavalnica 212)</b>		
09:00	<i>Tlakovanje s kvadrati</i> Dr. Milan Hladnik, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani	
10:45	<i>Metoda Lajosa Pósa in raziskovalno učenje za nadarjene (2. del)</i> Dr. Peter Juhász, Matematični inštitut A. Renyi, Budimpešta	
12:15	<i>Odmor</i> (možnost tople malice v restavraciji PeF, obvezna predprijava v petek)	
13:00	<i>Izkušnje z akceleracijo matematično nadarjenih osnovnošolcev</i> Dr. Lucija Željko, OŠ Sostro	
13:45	<i>Ustvarjalnost in sodelovanje tlakujeta pot do raziskovalne naloge</i> Vesna Harej, OŠ Dravlje	
14:30	<i>Nerešeni matematični problemi za osnovnošolce</i> Dr. Boštjan Kuzman, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani	
16:00	<i>Evalvacija seminarja</i>	

# Povzetki predavanj in delavnic

PETEK, 5. FEBRUAR 2016

## Matematični dokaz kot izziv za nadarjene osnovnošolce

Dr. Zlatan Magajna, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

Čeprav je dokazovanje srž matematike in matematičnega razmišljanja, se v naši osnovni šoli učenci le redko srečajo z dokazi in dokazovanjem. Razlogov za to je več in so eni bolj, eni pa manj utemeljeni. Vsekakor je dokazovanje povezano z zahtevnejšimi miselnimi procesi, pa vendar to ne opravičuje tega, da se matematično zmožnejši učenci, a ne le oni, v osnovni šoli ne srečujejo z izzivi dokazovanja. Uvajanje učencev v matematično dokazovanje mora temeljiti na premišljeni strategiji, o kateri bomo razmišljali na predstavitvi. Posvetili se bomo predvsem trem vidikom uvajanja dokazovanja. Prvi vidik je priprava učencev, da začutijo potrebo po strogem in prepričljivem utemeljevanju pri pouku matematike. Drugi vidik je nujnost, da se učitelj pri uvajanju dokazovanja poslužuje bolj in manj zahtevnih in strogih načinov utemeljevanja in dokazovanja. Tretji vidik pa so učne vsebine in zgledi, ki so primerni za uvajanje učencev v matematično dokazovanje.

*O PREDAVATELJU: Dr. Zlatan Magajna je docent za didaktiko matematike in elementarno matematiko na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Doktoriral je na Univerzi v Leedsu s tezo Geometrijsko razmišljanje v izvenšolskih kontekstih. Že vrsto let plodno sodeluje z različnimi slovenskimi ustanovami pri uvajanju novih tehnologij, učnih načrtov, evalvacijah znanja in podobno, v mednarodni skupnosti pa je znan tudi po izvirnem računalniškem programu OK Geometry.*

## Metoda Lajosa Pósa in raziskovalno učenje za matematično nadarjene (1. del)\*

Dr. Péter Juhász, Inštitut za matematiko A. Rényi in Srednja šola Szent Istvan, Budimpešta

\* Delavnica bo potekala v angleškem jeziku.

Predstavljena bo metoda poučevanja nadarjenih mladostnikov, ki jo je razvil ugledni madžarski matematik in pedagog Lajos Pósa. Zanj je značilno samostojno odkrivanje matematičnih konceptov in razvijanje matematičnega razmišljanja ob ustrezno načrtovanih nalogah. Metoda je bila prvotno namenjena nadarjenim učencem v matematičnih taborih, uspešno pa jo uporabljajo tudi v nekaterih šolah. Udeleženci seminarja bodo igrali vlogo učencev in reševali probleme iz Pósajevih matematičnih taborov. Analizirali bodo svojo izkušnjo in razpravljali o možnostih vpeljave podobnih metod v lastno prakso.

*O PREDAVATELJU: Dr. Péter Juhász je raziskovalni sodelavec na Inštitutu za matematiko A. Rényi in poučuje matematiko (razredi 7-12) na šoli Sz. István v Budimpešti. Sodeluje tudi pri izobraževanju učiteljev na Univerzi Eötvös Loránd in v mednarodnem programu Budapest semesters in Mathematics Education. Je glavni organizator več matematičnih taborov, tudi tistih, ki jih je ustanovil Lajos Pósa, in vodi fundacijo Joy of Thinking, ki si prizadeva za razvoj matematično nadarjenih mladostnikov.*



## Matematični triki in čarovnije

Katja Kmetec, OŠ Brinje Grosuplje

Triki so zanimivi vsem učencem, hkrati pa nudijo možnost velike diferenciacije; nadarjenim učencem njihovo »razkrinkanje« predstavlja izziv. Če želijo biti pri tem uspešni, morajo uporabiti svoje matematično znanje, reševati probleme, opazovati vzorce, raziskovati, ustvarjalno razmišljati, hipotetično predvidevati ... Vsi predstavljeni triki imajo skupni imenovalac: brez težav jih pojasnimo z osnovnošolsko matematiko in pri tem »odkljukamo« nekaj ciljev, ki so zapisani v učnem načrtu.

Pri delavnici bodo učitelji dobili nekaj idej, kako vključiti matematične trike in čarovnije v redni pouk, lahko pa tudi v dodatni pouk ali druge oblike dela z nadarjenimi učenci. Učitelji pogosto tarnamo, da nam zmanjkuje časa. Delavnica bo vse takšne skušala prepričati, naj nikaner ne zmanjka časa za zabavne stvari. Za njeno kredibilnost bo poskrbelo nekaj nadarjenih učencev, ki bodo pri delavnici aktivno sodelovali.

*O PREDAVATELJICI: Katja Kmetec je diplomirala iz matematike in fizike na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Poučuje na OŠ Brinje Grosuplje, kjer ustvarjalno in uspešno vodi matematične krožke. Večkrat je izvajala delavnice za udeležence poletnih šol matematike pri DMFA Slovenije, svoje delo pa je predstavila na različnih strokovnih srečanjih v Sloveniji.*

## Pitagorov izrek in dokazi v geometriji

Mag. Milan Mitrović, OŠ Sava Kladnika Sevnica

Elementarna evklidska geometrija je lahko idealno okolje za prve korake pri dokazovanju v matematiki. V tem smislu Pitagorov izrek ponuja veliko možnosti. Za učence je hkrati izjemna priložnost, da na ta način začnejo s spoznavanjem evklidske geometrije kot sistematično urejene deduktivne teorije. Predstavili bomo nekaj dokazov Pitagorovega izreka, primernih za delo z nadarjenimi učenci. Prav tako bomo ponudili nekaj idej njegove uporabe pri dokazovanju drugih geometrijskih lastnosti.

*O PREDAVATELJU: Mag. Milan Mitrović poučuje matematiko na osnovni šoli v Sevnici, več let pa je poučeval geometrijo tudi na Matematični gimnaziji v Beogradu. V zadnjih letih je kot predavatelj sodeloval na matematičnih poletnih taborih MARS in Matematika je kul ter na pripravah slovenskih dijakov na mednarodno olimpijado. Napisal je knjigi Projektivna geometrija (DMFA Založništvo, 2009) in Skozi evklidsko ravnino (samozaložba, 2014), kot soavtor ali recenzent pa je sodeloval tudi pri več učbenikih s področja geometrije.*

## Mladi talenti po poti matematike in računalništva

Dr. Marinka Žitnik, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani in Department of Computer Science, Stanford University, ZDA

Ali smo dovolj uspešni pri navduševanju mladih učencev nad znanostjo, tehnologijo, inženirstvom in matematiko (t.i. področja STEM)? Kako to dejavnost v času vse večje potrebe po odličnih matematično-računalniških znanjih spodbujajo velika podjetja, kot je Google? Kako pomembna je matematična ustvarjalnost v računalništvu, še posebej pri razvoju sodobnih tehnik odkrivanja znanj iz velikega podatkovja? Slednje si bomo ogledali na konkretnem primeru. Predstavila bom tudi svoje



izkušnje s študijem matematike in računalništva in pri tem izpostavila vlogo odličnih mentorjev za posameznikov učni, študijski in raziskovalni napredek.

*O PREDAVATELJICI: Dr. Marinka Žitnik je izjemno uspešna predstavnica mlade generacije slovenskih znanstvenikov. Po interdisciplinarni diplomi iz matematike in računalništva se je raziskovalno usposabljala v Laboratoriju za bioinformatiko UL FRI in na najuglednejših tujih univerzah, za kar je prejela številne nagrade in štipendije.*

## O vzgoji nadarjenih otrok

*Marko Juhant, spec. ped. MVO*

Ali naj bi bila vzgoja nadarjenih otrok kaj drugačna? Ali obstoja? Mogoče celo vzgoja za nadarjenost? Kako je mogoče, da se nadarjenost v ravnanju (ne v obetih) včasih pokaže šele sorazmerno pozno in se pravzaprav razvija šele v odrasli dobi? Ali lahko za otroka pomembni odrasli vplivamo na to dogajanje? Je dejanje smiselno? Pogoste so napake staršev in učiteljev nadarjenih otrok glede na motivacijo nadarjenega otroka. Tako napake v tolmačenju otrokovega stanja in hotenj, kot tudi dopuščanje lastnih napačnih čustev. Predalčkanje in podobno! Na osnovi gornjega oblikujejo svoje odzive in načrte ZA otroka. In si lažejo, da načrtujejo z njim, v resnici pa si delijo le iste geografske koordinate. Mogoče štirideset minut. Kaj zdaj? Predlogi v premislek, izbiro in uporabo!

*O PREDAVATELJU: Marko Juhant je spec. pedagog s 35 let izkušenj, od tega prvih deset let v Dijaškem domu v Kranju (vzgojitelj, vodja enote, pomočnik ravnatelja), drugih deset v Mladinskem domu Malči Beličeve v Ljubljani (ravnatelj). Petnajst let samostojnega pedagoškega dela spremlja enako število let seminarjev za učitelje, predavanj za starše in ustvarjanje uporabnih priročnikov za vzgojo, samostojno in s sodelavko Simono Levč. Vprašanje, ki ga najbolj zaznamuje je: »Tule smo, tjale hočemo - kaj zdaj?«*

## Poliedrski izzivi

*Dr. Izidor Hafner, DMFA Slovenije*

Ali lahko iz iste mreže naredimo dva različna poliedra? Koliko različnih teles iz 12 skladnih trikotnih stranskih ploskev obstaja? Koliko pravih 5-kotnikov potrebujemo, če želimo sestaviti telo le iz pravih 5-kotnikov in 6-kotnikov? Kakšna so videti telesa, ki imajo le rotacijsko, nimajo pa zrcalne simetrije? Takšne in podobne izzive bodo lahko udeleženci rešili, sestavili, videli ali otipali na delavnici v avli fakultete.

*O PREDAVATELJU: Dr. Izidor Hafner je opravil pionirsko delo pri uvajanju tekmovanj iz logike, razvedrilne matematike in računalništva v Sloveniji, za kar je leta 2009 prejel državno nagrado za šolstvo, od leta 2014 pa je tudi častni član DMFA Slovenije. V zadnjih letih se veliko posveča uvajanju poliedrskih delavnic v šole.*



SOBOTA, 6. FEBRUAR 2016

## Tlakovanja s kvadrati

*Dr. Milan Hladnik, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani*

Pravokotnike so poskušali tlakovati s samimi kvadrati že pred več kot sto leti. Razmeroma hitro so ugotovili, kdaj je to mogoče. Pred 90 leti so našli prvi pravokotnik, tlakovan s samimi različnimi kvadrati. Problem tlakovanja kvadratov z manjšimi različnimi kvadrati so rešili pred 75 leti, čeprav je še vedno neodgovorjenih precej zanimivih sorodnih vprašanj. Ogleдали si bomo nekaj malega zgodovine problema in nekaj malega metod za njegovo reševanje. Omenili bomo nekatere očitne posplošitve, ki tudi niso prav lahko rešljive. Podoben problem tlakovanja ravnine z različno velikimi kvadrati (s celoštevilskimi stranicami) je dosti mlajši, eleganten dokaz o eksistenci takega tlakovanja je bil objavljen šele pred sedmimi leti. Tudi tu so še možnosti za dodatne raziskave.

*O PREDAVATELJU: Prof. dr. Milan Hladnik je vrsto let predaval različne matematične predmete na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani. Ob tem je izjemno skrb namenjal tudi izobraževanju in strokovnemu izpopolnjevanju študentov in diplomantov pedagoške smeri. Je avtor vrste znanstvenih, strokovnih in poljudnih del s področja matematike. Od leta 2006 do 2008 je bil predsednik DMFA Slovenije, od leta 2012 pa je tudi njegov častni član.*

## Metoda Lajosa Pósa in raziskovalno učenje za matematično nadarjene (2. del)

*Dr. Péter Juhász, Inštitut za matematiko A. Renyi in Srednja šola Szent Istvan, Budimpešta*

## Izkušnje z akceleracijo matematično nadarjenih osnovnošolcev

*Dr. Lucija Željko, Osnovna šola Sostro*

Matematična nadarjenost se pogosto pojavlja v zelo zgodnjih starostnih obdobjih, zato potrebujejo ti otroci posebno skrb že v vrtcu in začetnih letih šolanja. Ker si matematično nadarjeni učenci želijo zahtevnejše informacije, je naloga šole, da jim omogoči učiti se s hitrejšim tempom. Zato se matematično nadarjene učence pogosto akcelerira. Akceleracija pomeni pospešeno napredovanje in lahko poteka v obliki preskakovanja razredov ali kot vključevanje v zahtevnejše oblike izobraževanja na posameznih področjih (npr. učenec 4. razreda obiskuje ure matematike v 5. razredu). Kot merilo akceleracije ne sme biti zgolj matematična nadarjenost ampak tudi socialni, čustveni in fizični razvoj otroka. Na predavanju želim predstaviti konkretne izkušnje pri delu z matematično nadarjenimi učenci na razredni stopnji, posebej pa z učencem, ki je preskočil razred.

*O PREDAVATELJICI: Dr. Lucija Željko je diplomirala iz matematike in fizike na Pedagoški fakulteti v Ljubljani in doktorirala iz razvojne psihologije na Filozofski fakulteti. V osnovni šoli poučuje skoraj 20 let in posebej jo veseli delo z nadarjenimi učenci. Predavala je na strokovnih srečanjih ob občnih zborih DMFA Slovenije ter različnih konferencah na državnem in mednarodnem nivoju.*



## Ustvarjalnost in sodelovanje tlakujeta pot do raziskovalne naloge

Vesna Harej, OŠ Dravlje

Mladinsko raziskovalno delo je oblika obšolskih in izvenšolskih dejavnosti, s katero mladi nadgrajujejo in dopolnjujejo v šoli pridobljeno znanje, mu dodajajo praktično vrednost ter se interesno usmerjajo v različna področja znanosti. S tem si mladi utrdijo zaupanje vase, v svoje delo in razmišljanje, ocenijo svoja predvidevanja in spoznanja, naučijo se jasno in javno izražati svoja mnenja. Poleg tega se navajajo na učinkovito predstavitev svojega znanja. Raziskovanje je zadnje čase ob podpori tehnike postalo veliko bolj privlačno, enostavno in zanimivo. Dobrega raziskovalca oblikujemo s skupnim sodelovanjem med mentorjem in učencem. Oba soustvarjata, zato je dober medsebojni odnos zelo pomemben. Največji delež pri nastajanju nalog pa imajo vsekakor mladi raziskovalci, ki odkrivajo novo pot, pot raziskovanja in ustvarjalnosti.

*O PREDAVATELJICI: Vesna Harej poučuje matematiko in fiziko na OŠ Dravlje. Vrsto let je vodila tudi poletne šole iz fizike za osnovnošolce pri DMFA Slovenije in sodelovala v državnih tekmovalnih komisijah, številni njeni učenci pa so dosegli lepe uspehe na matematičnih in fizikalnih tekmovanjih in na srečanjih mladih raziskovalcev. Za delo pri DMFA Slovenije je leta 2005 prejela tudi društveno priznanje.*

## Nerešeni matematični problemi za osnovnošolce

Dr. Boštjan Kuzman, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

V strokovni javnosti se občasno pojavljajo kritike, da šolski pouk matematike temelji na poučevanju in reprodukciji standardiziranih postopkov in tako zanemarja bistvo matematike kot umetnosti ustvarjalnega reševanja problemov. V duhu tega nastajajo pobude, da bi morali že osnovnošolci spoznavati tudi matematične probleme, ki veljajo za nerešene. Med takšne sodi seznam *K-12 Unsolved*, ki ga je sestavila mednarodna skupina matematikov. Nanj so na podlagi različnih kriterijev uvrstili po en znani nerešen matematični problem za vsak razred od vrtca do srednje šole. Pobljže si bomo ogledali nekaj problemov s tega seznama in še kakšen nerešen problem, ki je dovolj razumljiv, da ga lahko kot raziskovalni izziv predstavimo tudi osnovnošolcem.

*O PREDAVATELJU: Doc. dr. Boštjan Kuzman je zaposlen na Pedagoški fakulteti UL ter na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko. Raziskovalno se ukvarja s teorijo grafov, iz katere je doktoriral na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, aktiven pa je tudi na področju promocije matematike, pri raziskovalnem taboru MARS za srednješolce in različnih dejavnostih DMFA Slovenije.*





***Delo z matematično nadarjenimi učenci***

*Izobraževalni seminar DMFA Slovenije, 5. in 6. februar 2016.*

*Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani.*

*Za DMFA Slovenije zbral in uredil B. Kuzman, Ljubljana, februar 2016.*

