

## Vabljeni predavanja

**Kvantna kromodinamika:  
glavna igralka in njene stranske vloge**  
Svjetlana Fajfer, FMF, Oddelek za fiziko, Ljubljana  
svjetlana.fajfer@ijs.si

Kvantna kromodinamika je teorija močne interakcije med kvarki in gluoni. Eksperimenti merijo lastnosti in dinamiko hadronskih stanj, kot sta proton in nevtron. Ne morejo pa direktno opazovati kvarkov niti gluonov. Namesto kvantne kromodinamike kot točne teorije uporabljamo pogosto efektivne teorije, ki vsebujejo lastnosti kvantne kromodinamike in omogočajo opis hadronskih stanj. Pri tem imajo veliko uspeha in hkrati tudi omejitve pri obravnavi močnih, šibkih in elektromagnetnih interakcij hadronov.

**Problemi Hanojskega stolpa**  
Sandi Klavžar, FMF, Oddelek za matematiko  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
sandi.klavzar@fmf.uni-lj.si

Klasični problem Hanojskega stolpa je zelo dobro poznan in ga najdemo v skoraj vsakem dobrem učbeniku programiranja, ko je govora o rekurziji. Rešitev problema je preprosta in raziskana iz mnogih zornih kotov. V klasičnem problemu prenašamo obroč med tremi stolpi. Če število stolpov povečamo, problem postane izjemno težak in skriva mnoge pasti. (Nekateri četrtemu stolpu pravijo “Hudičev stolp”.) Predavanje bo pregledno predstavilo klasične in razširjene probleme Hanojskega stolpa, znane rezultate, pripadajoče grafe in odprte probleme.

## **Povzetki udeležencev**

### **Ocenjevanje in preverjanje znanja v programu mednarodne mature**

Olga Arnuš, Gimnazija Bežigrad  
olga@gimb.org

V prispevku bom predstavila strukturo ocenjevanja znanja v mednarodni maturi. Opisala bom zgradbo izpita, kriterije internega dela ocenjevanja in načine preverjanja znanja. Prikazala bom pozitivne in negativne plati le-teh v primerjavi z ocenjevanjem in preverjanjem znanja v našem nacionalnem programu.

### **Sestavljanje, izbiranje, prevajanje in ocenjevanje tekmovalnih nalog na mednarodnih fizikalnih olimpijadah**

Jure Bajc, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani  
jure.bajc@gmail.com

V prispevku bomo na kratko predstavili način izbiranja nalog na mednarodnih fizikalnih olimpijadah za srednješolce. Tekmuje se iz teoretičnega in eksperimentalnega dela, vsakemu je namenjeno 5 ur. Specifične značilnosti nalog so posledica mednarodnega tekmovanja: snov mora biti dovolj domača vsem tekmovalcem, odgovori naj ne bi temeljili predvsem na besedilu, temveč bolj na izračunih in slikah, tako skicah kot grafih. Tudi navodila za ocenjevanje so v veliki meri podrejena objektivnosti in majhni teži besedilnih odgovorov. Napisana so zelo podrobno, saj 10 točk, kolikor jih ima vsaka naloga, drobimo celo na 0,05 točke, kar je včasih zelo problematično z vidika objektivnosti. Na primeru ene naloge si bomo ogledali, kako celotni proces poteka.

### **Vrednotenje znanja pri pouku matematike v zadnjem triletju osnovne šole**

Mara Cotič, Darjo Felda, UP, Pedagoška fakulteta Koper  
mara.cotic@guest.arnes.si, darjo.felda@pef.upr.si

V prispevku bomo na konkretnem primeru preizkusa znanja za deveti razred pokazali, kako sestaviti preizkus znanja iz izbranih matematičnih vsebin, da dejansko vrednotimo znanja, ki jih želimo vrednotiti (preverjati oziroma ocenjevati). Predvsem moramo paziti, da bo vrednotenje znanja vsebovalo pravilno razmerje posameznih vsebin in ciljev, v katerih se bo odražal želeni razpon spoznavnih procesov oziroma taksonomskih stopenj glede na Gagnejevo taksonomsko lestvico.

Poleg pisnega vrednotenja znanja bomo predstavili tudi ustno vrednotenje znanja: s konkretno - miselnimi aktivnostmi, s seminarskimi nalogami, s samostojno narejenimi matematičnimi modeli, z raziskovanjem odprtih problemov, s portfoliemi . . . . Ustno vrednotenje znanja učitelju omogoča stvarnejšo sliko usvojenih matematičnih kompetenc pri učencu predvsem na področju problemskega znanja in uporabe matematičnega jezika, na primer:

- kako se odziva pri reševanju oziroma raziskovanju določenega problema (kako oblikuje hipoteze in kako jih razrešuje),
- na kakšen način uporablja svoje matematično znanje in kako ga "preoblikuje" glede na nove izkušnje ali na novo pridobljeno znanje,
- kako in kaj zmore ubesediti v odnosu z učiteljem in učenci v skupini.

## Ocenjevanje fizikalnih poskusov dijakov

Tine Golež, Škofijska klasična gimnazija

tine.golez@guest.arnes.si

Pri zaključku šolanja je stvar jasna. Maturiteni katalog nam naroča, da pri tistih, ki so si izbrali fiziko za maturo, ocenimo:

1. kako zna kandidat uporabljati eksperimentalno opremo;
2. kako podrobna navodila potrebuje za vaje;
3. kako zna zapisati in obdelati rezultate meritev;
4. kako zna interpretirati rezultate.

Vsako od meril se ocenjuje s 5 stopnjami. (Vir: Fizika, Predmetni izpitni katalog za splošno maturo, 2009) Za nižje letnike pa morajo biti merila drugačna. Oni se pravzaprav šele učijo in zato smejo biti pri uporabi opreme bolj nerodni, pri podrobnih navodilih pa kar zahtevni. Tudi zapis in obdelava rezultatov sta na drugačni stopnji. Ne smemo pozabiti, da so pač med njimi vsi gimnazijci, saj je fizika (zaenkrat) še obvezna za vse; vsaj do konca tretjega letnika. Sam zato bistveno izpostavim tretjo točko, ki predstavlja bolj obrtniško znanje. V prispevku bom tako prikazal uvod, ki ga naredim v fizikalne poskuse dijakov, spremljanje poskusov in predvsem ocenjevanje usvojenih veščin.

## Poklicna matura iz matematike

Gregor Dolinar, FMF, Ljubljana

gregor.dolinar@fe.uni-lj.si

Izobraževalni programi srednjega poklicnega in poklicno tehniškega izobraževanja so se prenovili. Predstavil bom, kakšen vpliv bodo imele spremembe na poklicno maturo iz matematike.

*Opomba:* Gregor Dolinar je predsednik državne predmetne komisije za poklicno maturo iz matematike

## Preverjanje znanja pri konceptualnem pouku fizike v osnovni šoli

Tilka Jakob, OŠ Vitanje

tilka.jakob@guest.arnes.si

Problemska zasnovanost, eksperimentalno delo in uporaba izobraževalne komunikacijske tehnologije (IKT) pri pouku fizike tvori konceptualni pouk fizike. Osnovno vodilo konceptualnega pristopa poučevanja in učenja fizike je izkustveno doživeti nek naravoslovni zakon pred njegovo teoretsko in matematično obravnavo. Konceptualni pristop ima vpliv na miselne procese učencev. Pri takšnem pouku moramo nadzorovati rast in razvoj učenčevih miselnih sposobnosti s strategijami presoje: analiza, primerjava, sklep in interpretacija ter ovrednotenje.

Glavni element konceptualnega pouka fizike je model, ki ustreza karakteristikam realnega sveta in služi za preverjanje teorije v praksi. Učitelj lahko model uporabi v vseh fazah pouka. Učitelj poišče (pripravi) čim bolj verodostojne modele za preverjanje in raziskovanje fizikalnih zakonitosti oz. problemov. Obenem pa določi postopke in metode za to aplikacijo. Učenec prehaja od uvodnih napotkov k problemu in vprašanjem, ki se pojavijo ob njem, do postavitve hipotez, prek glavnega dela (to je spoznavanja, raziskovanja določenega problema oz. zakonitosti ob ustreznem modelu -eksperiment, simulacija, fizlet, e-prosojnica . . .), na teorijsko in matematično obravnavo, do preverjanja odgovorov, uporabe znanj v novih primerih in nazadnje do utrjevanja (interaktivni delovni list . . .) ter preverjanja usvojenega (interaktivni test, spletni test . . .). Učenec po uspešno prehojeni učni poti z delom zaključí, ob morebitnem neuspehu pri preverjanju znanja pa se lahko

vrne nazaj na vajo oz. na preverjanje in po potrebi tudi na model. Učitelj preverja znanje učenca pred, med in ob koncu obravnave novih učnih vsebin. Učitelj si pripravi interaktivni test za preverjanje usvojenega znanja pri pouku fizike z naslednjo strukturo: naslov testa (ki napove, katero temo preverjamo), ustrezna navodila oz. napotki za delo s fizletom, izbrani fizlet, vprašanja, gumb za preverjanje rezultatov, ustrezne povezave (linki) na ponovitev testa oz. na naslednji test.

Predlagani model predstavlja nov način organizacije vzgojno-izobraževalnega procesa fizike. Tako pripravljena učna gradiva pripomorejo k večji nazornosti in predvsem večji problemskosti. Z njimi dajemo (in preverjamo) učencem možnosti prehajanja z ravni poznavanja in razumevanja dejstev ter pojmov na višjo raven, ko znajo to znanje uporabiti pri reševanju konkretnih fizikalnih problemov. Interaktivni elementi so učencu v pomoč oz. ga vodijo k spoznanju in uporabi zahtevnejših miselnih procesov.

## **O zakonskih omejitvah pri preverjanju znanja**

Marjan Jerman, FMF, Oddelek za matematiko, Ljubljana  
Samo Repolusk, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Maribor  
marjan.jerman@fmf.uni-lj.si, samo.repolusk@uni-mb.si

Na krajšem predavanju bova predstavila nekaj zakonskih omejitev pri preverjanju znanja (na primer: prepoved delnih ocen, prepoved ocenjevanja domačih nalog, predpisano število ustnih ocen, obvezna predpriprava na teste in ponavljanja v primeru slabih rezultatov, ...). Poskusala bova najti argumente za njihovo obstoj, smisel morebitnih sprememb in posledične potencialne nevarnosti.

## **Kako je znanje preverjal prvi astronom med našimi šolniki, ljubljanski rektor Frischlin?**

Stanislav Južnič  
Stanislav.Juznic-1@ou.edu

Frischlin je bil dve leti rektor v Ljubljani: v tem času je med prvimi sprejel gregorijansko koledarsko reformo, zasnoval svoj astronomski učbenik in nehal verjeti v Kopernikov nauk. O tovrstnih zagatah je poučeval tudi študente na svoji ljubljanski stanovski protestantski šoli. Poznamo učne knjige, ki jih je uporabljal, in okvirni učni načrt. Za razliko od jezuitske šole, ki je izrinila njegovo, pa ne poznamo Frischlinovih izpitnih vprašanj iz fizikalnih in matematičnih ved. O njih bomo sklepali na osnovi Frischlinovih prepričanj.

Sprejem gregorijanske reforme koledarja v protestantskih deželah s Kranjsko vred ni bil le znanstveno-tehniška zagata, temveč je imel globoko politično podlago. Predlagatelj reformne bule, ki je bila v resnici ukaz, je bil namreč papež, protestanti pa so zatrdno sklenili, da njegovih ukazov nočejo več ubogati. Še več, v svojo ideologijo so zatrdno usidrali domnevo, da so papeževi ukazi napačni. Nihče ni dvomil, da je sprememba koledarja nujna, saj je julijanski postajal očitno vedno bolj skregan z letnimi časi. Vprašanje je bilo bolj, kdo naj reformo ukaže, čeravno se je ponujalo kar nekaj matematično-tehniških možnosti za njeno čim manj bolečo izvedbo.

Strah pred povampirjeno papeževo svetovno avtoriteto pa ni bil edina mora, ki je tlačila protestantske voditelje. Maestlinov odpor do papeževega in Claviusovega predloga je temeljito pretresal strah protestantskega astronoma pred rimsko kritiko astrologije in Kopernikovih novosti. Ob razmeroma šibkih možnostih za poklicne astronomske položaje na dvorih in univerzah je bilo ravno pisanje horoskopov vsakdanji priboljšek kruha za številne tedanje astronome vključno z Maestlinovim študentom Keplerjem.

V isti koš spada sprejem koledarske reforme ljubljanskega rektorja Frischlina z njegovo ostro

kritiko astrologije s Kopernikom vred. Trubarjev varovanec Frischlin je med sodobniki najjasnejše izrazil stališče, da je točen koledar osnovna naloga astronomije, medtem ko je astrologija in razmišljanje o resnični naravi vesolja lahko le uganjevanje brez prave podlage v resničnosti. Ker je zanikal resničnost vseh oblik astrologije, mu je reforma z boljšim astronomsko ustrežnejšim koledarjem prišla kar prav kot edina možna rešitev za Evropo komunikacij in potovanj. Precej zapletenejša pa je bilo Frischlinovo stališče do Kopernika: pred prihodom v Ljubljano ga je na vsa usta hvalil in pesnil slavospeve o njegovi sliki v strasbourški mestni uri (1575), po odhodu iz Ljubljane pa je ga je brez dlake na jeziku proglasil za "imbecilnega" (1586). Seveda je svojevrstno vlogo odigralo predvsem dejstvo, da je bil Frischlinov nekdanji študent Maestlin najpomembnejši kopernikanec in sta se oba potegovala za isto katedro profesorja astronomije na univerzi Tübingen. Frischlinova sprememba mnenja pa ni imela pravega haska, saj so bila njegova prizadevanja za tübigenško profesuro jalova. Leto dni pred smrtjo je znova vstopil na velika vrata astronomije kot prenašalec astronomskih novic iz razmeroma kopernikanskega observatorija v Kasslu v Tycho Brahejevo opazovalnico na tedaj danskem otoku Hven, vendar ni dovolj podatkov o njegovih tedanjih dojemanjih Kopernika.

Frischlin seveda ni bil edini, ki se je na tedanjem Kranjskem zanimal za koledarsko reformo in možnosti astrologije. Polhograjčan Martin Pegius je bil vodilni raziskovalec novih pota astrologije tistih let, mnenja tedanjih Kranjcev o novem koledarju so našla svoj odmev v knjigah o gregorijanski reformi v kranjskih knjižnicah. Maestlinovih del resda ni mogoče zaslediti v nobeni knjižnici v deželah poseljenih s Slovenci, saj je bil možakar "heretik" in so bile nekatere njegove knjige celo na papeškem indeksu. Zato pa je bilo na Kranjskem več knjig njegovega študenta Keplerja, še več objav Maestlinovega poglobitnega jezuitskega nasprotnika Claviusa in en sam, toda pomenljiv izvod Frischlinove astronomije.

## **Domače naloge in tehnologija**

Iztok Kavkler<sup>2</sup>, Matija Lokar<sup>1,2</sup>,

Alen Orbanič<sup>1,2</sup>, Aljoša Peperko<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> FMF Ljubljana, <sup>2</sup> Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

Domače naloge so ena od oblik preverjanja znanja, ki ga pri pouku matematike srečamo najbolj pogosto. Čeprav se vsi (z učenci vred) zavedamo, kako koristno je, če jih učenci rešujejo sami in da so rešitve preverjene, pa temu večkrat ni tako.

Učitelji si večkrat želimo, da bi imeli možnost zastaviti vsakemu učencu svojo domačo nalogo. Ta naj bi bila sestavljena tako, da bi utrjevala isto matematično znanje, le "številke naj bi bile drugačne". Vendar za tako "individualizacijo" potrebujemo (zelo) veliko časa. Če pa k temu prištejemo še to, da se s tem zagotovo podaljša tudi čas, ki je potreben, da učitelj rešitve domačih nalog preveri, je razumljivo, da se tega poslužujemo le redko.

Prav tako je zaželeno, da učenec dobi določeno povratno informacijo glede svoje naloge. Če že drugega ne, vsaj to, če je "končni rezultat" pravi. A prepogosto učitelj enostavno nima časa, da bi lahko preveril rešitve domačih nalog.

V tem prispevku si bomo pogledali, kako nam pri izpolnjevanju obeh želja lahko pomaga tehnologija. Sprehodili se bomo preko nekaj tehnik, od najbolj osnovnih kot npr. uporaba tehnike kopiraj in prilepi v urejevalniku besedil, preko uporabe določenih namenskih programov in vse do uporabe gradiv, ki so na voljo na spletnem mestu <http://am.fmf.uni-lj.si> in so nastala v okviru projekta *Aktivna matematika*. Predvsem se bomo zadržali pri Dinamično generiranih in avtomatsko preverjenih vprašanjih. Ta nam vsaj delno omogočajo doseganje obeh ciljev.

## Kako oceniti opazovanje (dogajanje v naravi)?

Boris Kham, Gimnazija Jožeta Plečnika  
astroboris@khamikaze.net

Pri poučevanju se vedno znova sprašujemo, kako dijaka oceniti? Morda je bolj vmesno vprašanje, kako dijaka nagraditi. Ali še boljše kako dijake motivirati za fiziko, naravoslovje nasploh? Prepričan sem, da mora biti skupna ocena dijaka sestavljena iz kombinacije njegovega znanja in motivacije. Ideja je dobra, a to udejanjiti je malo težje. Oglejmo si nekaj primerov:

### 1) Opazovanje meteorskih rojev

#### a) Geminidi

Dijake povabim na skupno opazovanje meteorskega roja Geminidi, ki so decembra (v noči z 12. na 13.). Pripravim jih na opazovanje in če izdelajo poročilo, v katerega morajo vnesti svoj komentar, potem to ocenim z dobro oceno (prav dobro ali odlično). Če pa kakšen dijak sam opazuje in pripravi poročilo, potem mora to poročilo tudi zagovarjati. Ob ugodnem poročilu, ga ocenim.

#### b) Perzeidi

Ta roj je okoli 12. avgusta in je zelo bogat. Dijakom razdelim navodila za opazovanje in jim priporočim, naj pripravijo poročilo o opazovanju, ki naj ga oplemenitijo z izsledki iz literature ali interneta in ga v začetku naslednjega šolskega leta oddajo. Poročila skrbno pregledam, jih povprašam, kako in kaj, in nato ocenim.

**2) Opazovanje mrkov** Podobno kot pri meteorskih rojih jih povabim na opazovanje Sončevega ali Luninega mrka. Če so v času šolskega leta, organiziram skupno šolsko opazovanje in dijake povabim, da skupaj opazujemo. Če pa niso jih poskušam navdušiti, da bi sami opazovali. Potem je postopek isti kot pod 1. Podobno ravnam, ko jih povabim na opazovalni vikend.

### 3) Štetje zvezd

To je naloga, ki jo dam v prvem letniku v začetku pouka in zahtevam, da jo izpeljejo do konca aprila, ker želim, da ocenijo število zvezd jeseni, pozimi in spomladi. Te pa ocenim v sklopu laboratorijskega dela pri fiziki.

### 4) Raziskovalne naloge

Če dijak izpelje kvalitetno raziskovalno nalogo iz področja fizike in se tudi dobro odreže npr. na srečanju Zaupaj v lastno ustvarjalnost, lahko dobi dobro oceno. Tako pridobljeno oceno vnesem v redovalnico in ta je enakovredna ostalim.

### KOMENTAR

Ali je to početje smiselno? Po mojem mnenju zelo. Morda se ne zdi to vsakomur, jaz pa menim, da je to priložnost, da se dijak potruži in naredi dober vtis. Na tak način dijakom ponudim, da opazujejo okoli sebe, da jih opozorim na dogajanje v naravi. Kakšen je odziv? Odziv je "vremenski": za dogodke zunaj šolskega leta dobim pet do deset kvalitetnih poročil, za tiste med letom pa od dvajset do trideset, pri tem, da učim približno tristo dijakov. Pomembno je tudi to, da nekateri odreagirajo na moje spodbude, da opazujejo, a ne naredijo poročil in samo v debati povedo kako so opazovali. Takih dijakov je do 20%. Včasih dobim tako dobra poročila, da jih z dijaki pripravimo za objavo v reviji Spika. Skratka, splača se.

## Preverjanje, vrednotenje, merjenje ali ocenjevanje znanja

Damjan Kobal, FMF, Oddelek za matematiko, Ljubljana  
dmajan.kobal@fmf.uni-lj.si

Zakaj potrebujemo vedno nove besede, ki se nanašajo na 'ocenjevanje'? Gre res za special-

izacijo pomenov in vlog ali le za izogibanje odgovornosti in formalizacijo, ki naj bi prinesla objektivnost. Kakšno naj bo preverjanje, vrednotenje, merjenje, ocenjevanje ali evalviranje znanja, da se zapiše s pomenom v človeško zavest in kakšno, da se zapiše s črnilom na papir?

## Še o učenju fizike

Tomaž Kranjc, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani  
tomaz.kranjc@guest.arnes.si

Pri pouku fizike in naravoslovja nasploh se vedno znova poudarja pomen razumevanja v nasprotju z učenjem na pamet ("piflanjem"). Hkrati smo vedno znova soočeni z ugotovitvijo, da se dijaki raje učijo "formule" in uporabe nekaj postopkov, ki jim omogočajo, da uspešno rešujejo nekatere "tipizirane" naloge pri preizkusih znanja. Ker je dobra pozitivna ocena (ali vsaj pozitivna ocena) pogosto edini zaželeni cilj, dijakom in njihovim staršem tak način učenja zadošča. Ima pa (vsaj) dve slabi posledici: i) tako "naučena" snov je nezanimiva, in ii) "znanje", ki ne vključuje razumevanja, ni znanje. Nepovezano in brez razumevanja naučeno "znanje" se seveda tudi mnogo hitreje pozabi. Pri pouku je zato potrebno fizikalne probleme, ki so bistveni sestavni del pouka, vedno znova obravnavati po temeljni shemi: problem-fizikalni pojav? fizikalni zakon(i), ki o pojavu kaj pove(do)? uporaba fizikalnega zakona (fizikalnih zakonov) za konkretni primer. Ta postopek (ki se zdi pri preprostih primerih odvečen, je pri težjih primerih odločilen) je potrebno najprej opisati z besedami (verbalizacija); kvalitativni opis je pomembnejši kakor kvantitativni, saj se v njem skriva glavnina razumevanja. Izhodišče za kvantitativno obravnavo je ob kvalitativnem razumevanju razmeroma preprosto. Ob tem je nujno potrebno dijakom dopovedovati, da je treba pri fiziki uporabljati navadno "vsakdanjo" zdravo pamet in ne neko drugo, nerazumljivo logiko, ki da velja le za fiziko in je za vsakdanjo pamet nerazumljiva. "Fizikalna pamet", kakor si jo pogosto predstavljajo dijaki, ko brez razumevanja iščejo in uporabljajo le "formule" kot začetek in konec reševanja problemov, je seveda brezvreden oz. škodljiv nadomestek za razumevanje. Ni znanje, marveč je zaradi implicitnih napačnih predstav o naravoslovnih pojmi in pojavih ovira na poti k znanju. Eden od razlogov, da je fizika "težka", je učenje, kjer dijaki kosov znanja ne povezujejo z zdravo pametjo, ampak po memoriziranih postopkih. Pogoste ovire, ki že v temelju otežujejo razumevanje, izvirajo tudi iz "predfizikalnih" osnov znanja: nerazlikovanje količin in njihovih sprememb, neločevanje definicij in izrekov oz. zakonov, nezmožnost uporabe matematike zunaj matematičnega konteksta (posebej - morda presenetljivo - nerazumevanje funkcij) itn. Seveda je eden velikih problemov pouka premalo časa za preveč snovi. Zdi se smiselno dajati prednost pridobivanju razumevanja pred pokrivanjem obsega snovi. V pričujočem prispevku bomo predstavili nekaj primerov učenja od pridobivanja fizikalnih osnov do reševanja problemov.

## MateMaturaWiki

Matija Lokar, FMF, Ljubljana  
matija.lokar@fmf.uni-lj.si

Razvoj tehnologije je vedno imel določen vpliv na preverjanje znanja. Predvsem pri zunanjih oblikah preverjanja, kot je na primer matura, pa je te spremembe pogosto zelo težko upoštevati ali uveljaviti. Razvoj različnih računalniških orodij ima vsekakor velik potencial glede vpliva na poučevanje matematike. Kaj pa glede mature? V prispevku si bomo ogledali enega od možnih delčkov, ki lahko prispevajo k boljšemu vpogledu na vpliv, ki ga te spremembe v tehnologiji lahko imajo na maturo. Tako bo predstavljen wiki, namenjen evalvaciji maturitetnih nalog iz matematike v luči uporabe različnih tehnoloških orodij

(<http://penelope.fmf.uni-lj.si/MateMaturaWiki>).

## **Avtomatsko preverjanje matematičnega znanja**

Matija Lokar<sup>1,2</sup>, Primož Lukšič<sup>2</sup>, Aljoša Peperko<sup>1,2</sup>, Mojca Preložnik<sup>1</sup>

<sup>1</sup> FMF Ljubljana, <sup>2</sup> Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

V prispevku je opisan način, kako v učnem okolju *Moodle* izboljšati pripravo kvizov, ki vsebujejo matematične naloge. Podpora za izdelavo le-teh je namreč precej omejena, saj ni mogoče zastaviti vprašanja, ki bi kot odgovor predvidevalo prost vnos matematičnih struktur (npr. izrazov, funkcij, matrik, množic in podobno). V ta namen je bilo že več poskusov razširitve sistema Moodle. Po naših izkušnjah je med najboljšimi integracija s sistemom za dinamično generiranje nalog - Stack, ki obsega sestavljanje vprašanj in povratnih informacij z uporabo algebralnega jedra. Tako je možno sestavljanje vprašanj z uporabo parametrov z naključnimi števili in tolmačenje algebrainih izrazov. Največja prednost integracije pa je zagotovo v možnosti pri obravnavi učenčevega odgovora. Sistem Moodle le primerja predvideni odgovor in odgovor študenta kot niz znakov, v sistemu Stack pa je zaradi sodelovanja z algebrainim jedrom možno primerjati algebrasko ekvivalenco odgovorov. To omogoča zapise precej bolj kompleksnih vprašanj in sestavo kvalitetnejših povratnih informacij in avtomatskih načinov preverjanja odgovorov.

## **O smislu in nesmislu ocenjevanja**

Zlatan Magajna, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani

zlatan.magajna@pef.uni-lj.si

Pri merjenju in vrednotenju znanja pri pouku matematike se učitelji pogosto srečujejo z novostmi (novotarijami?), ob katerih se porajajo številna vprašanja in pomisleki. Je smiselno prizadevanje za objektivnost merjenja znanja? Naj merimo znanje analitično, holistično ali drugače? Ali celo tako banalna vprašanja kot: Je pri ustnem spraševanju dovoljeno pisati? Namen prispevka je prikazati, da z razmišljanjem na ravni tehnike ugotavljanja znanja težko odgovorimo na gornja vprašanja in težko osmislimo dogajanje na področju ocenjevanja. Povprašati se je potrebno o namenu ocenjevanja: Kaj pravzaprav ocenjujemo pri pouku matematike in s kakšnim namenom ocenjujemo? Jasen odgovor na ti vprašanja omogoča utemeljen razmislek o smiselnosti novosti pri ocenjevanju in o smiselnosti posameznih tehnik ocenjevanja v danem kontekstu. Razlogi uvažanja novosti pri ocenjevanju matematičnega znanja so namreč številni, nekateri so odkriti, npr. spreminjanje koncepta matematičnega znanja in spremembe v družbi, so pa tudi prikriti vzroki.

## **Preverjanje vstopnega znanja študentov fizike**

Ales Mohorič, FMF, Ljubljana

ales.mohoric@fmf.uni-lj.si

Na Oddelku za fiziko vsako leto preverjamo znanje študentov z nultim kolokvijem, pri katerem rešujejo nekaj preprostih nalog, ki pokrivajo vsa področja srednješolske fizike. Obenem zaznamo tudi njihovo matematično predznanje in občutek za reševanje problemov. Ker preverjanje poteka že kar nekaj let, lahko opazujemo trende v znanju.

## **Preverjanje znanja fizike na terenu**

Jože Pernar, Šolski center Krško - Sevnica

joze.pernar@guest.arnes.si

Eksperimentalno delo je lahko zelo koristna in uspešna oblika preverjanja znanja pri predmetu fizika. Vaje na terenu, v naravi pa imajo še nekaj dodatnih pozitivnih učinkov za uspešno in sproščeno preverjanje znanja. Pogosto se dogaja, da je preverjanje prikrita metoda učenja. Opazil



sem, da ravno specifično okolje in metoda dela lahko prispeva k boljšim rezultatom.

Običajno grede dijaki na izvedbo eksperimentalne vaje v naravi s predznanjem ali vsaj poznavanjem vsebine, ki jo je potrebno uporabiti za izvedbo konkretne naloge. Poizkus ali eksperimentalna vaja praktično preverja znanje določene vsebine. V kolikor tega ni, nastopajo težave in napake pri sami izvedbi vaje. Tudi, če pride do rezultatov so ti nepravilni. Torej vaja pokaže vrzeli ali pa utrdi naučeno pred izvedbo le te. Ravno nova spoznanja in utrjevanje v tako specifičnem okolju dajo boljše rezultate. Pestrost situacije v kateri se dijak nahaja mu omogoča veliko manj zavor, večjo sproščenost in ogromno asociacijskih možnosti. Vsak kamen, rastlina ali val vode omogočajo neko specifično pomnenje in ohranjanje informacije. Spletanje miselnih vzorcev in povezav dogodkov, dejstev in rezultatov omogočajo udeležencu naravno znanje, ki je zagotovo trajnejše, razumljivo in bolj uporabno.

Razveseljuje dejstvo, da sta pri tej obliki preverjanja izstopali dve skupini dijakov. Bolj motivirani in sproščeni so bili dijaki, ki imajo v povprečju nižje ocene in kreativni dijaki, katere dobesedno ponese raziskovalna strast. V svojem prispevku predstavljam nekaj konkretnih vaj in nalog s katerimi dijaki v naravi praktično preverjajo svoje znanje fizike. Pri tem skušam bolj poudariti oblike in metode preverjanja, kot vsebine in vrsto nalog.

### **Alternativne predstave študentov**

Gorazd Planinšič, FMF, Ljubljana  
gorazd.planinsic@fmf.uni-lj.si

Kitajski pregovor pravi: "modri se več nauči od neumnega, kot se neumni nauči od modrega". Čeprav študenti niso neumni, pa so njihove predstave o osnovnih fizikalnih pojavih pogosto napačne tudi po obravnavi snovi (namesto o napačnih raje govorimo o alternativnih predstavah). Iz analize alternativnih predstav se lahko učitelj veliko nauči o tem, kako študenti razmišljajo, kateri miselni koraki jim predstavljajo največje težave, pa tudi o učinkovitosti lastnega poučevanja. Predstavil bom nekatere alternativne predstave študentov v primerih, ki slonijo na uporabi preprostega poskusa in zahtevajo uporabo pridobljenega znanja v novih okoliščinah.

### **Izračunajte, dokažite, povejte, ...**

Marko Razpet, Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani  
marko.razpet@guest.arnes.si

Znanje matematične analize študentk in študentov matematike z vezavami preverjamo sproti s pisnimi testi (kolokviji), na koncu pa s pisnimi in ustnimi izpiti. Rezultate pisnih preverjanj izrazimo številsko, s točkami. Za kvalitetnejši in sprotni študij, zlasti v prvem letniku, priporočamo primerne učbenike in zbirke nalog, dajemo pa tudi domače naloge ter priporočamo uporabo ustreznih matematičnih kvizov na svetovnem spletu.

Pri pisnih preverjanjih znanja je zelo pomembno besedilo vsake naloge. Zato temu posvečamo precejšno pozornost. Pogosto je usoden že prvi glagol v nalogi.

V primeru rutinske naloge, ko je treba samo nekaj izračunati, pričnejo takoj z reševanjem in na koncu dobijo rezultat, ki je pravilen ali pa tudi ne. Točkovanje običajno ni sporno. Poskušamo jih navajati na kritičnost glede dobljenih rezultatov.

Nekoliko obotavljajoče se lotijo nalog, pri katerih je treba kaj preveriti, denimo neko enakost ali neenakost. Zgodi se marsikaj: nekateri grede po pravi poti, drugi dokažejo, toda po napačni poti, tretji pa se naloge sploh ne lotijo. Uspeh je veliko boljši, če taka naloga s podvprašanji sama vodi do cilja, kar pomaga tudi pri razdelitvi točk.

Strah in trepet pa vzbujajo naloge, pri katerih je treba kaj dokazati. Tedaj le redki uspejo.

Marsikdo se naloge sploh ne loti, najbolj pogumni pa vendar vsaj poskusijo. Zgodi se, da nekaj napišejo, kar pa nima z nalogo prave povezave, ali pa se jim samo zdi, da so prišli do cilja. Točkovanje je lahko včasih precej težavno, kar se izraža tudi v številu pritožb po objavi rezultatov. Tudi v takem primeru je pomembno besedilo naloge.

Na ustnih izpitih pa se znanje navadno pokaže že po prvih izrečenih stavkih. Pri določenih vprašanih uporabljamo tudi geometrijske modele, ki pa smo jih v živo predstavili že na predavanjih. Tedaj se mnogi le razgovorijo.

### **To je pa še stara snov**

Nada Razpet, Pedagoška fakulteta Koper in Ljubljana  
nada.razpet@guest.arnes.si

Preverjanje znanja je gotovo eno izmed zahtevnejših učiteljevih opravil, ne glede na to, na kateri stopnji šolanja poučuje. Posvetili se bomo tistim primerom, ki zahtevajo kompleksnejša znanja, zahtevajo povezovanje snovi, ki jo v šoli obravnavamo v daljšem obdobju, ali pa celo v različnih letnikih oziroma razredih. Le tako lahko preverimo, kako dobro so učenci oziroma dijaki osvojili nekatere pojme in kako uspešni so pri uporabi pridobljenega znanja v novih situacijah. Izkušnje namreč kažejo, da se učenci vse pogosteje "učijo" z reševanjem nalog, zato se le slabo znajdejo pri nalogah, ki jih še "niso videli."

### **Kaj smo se naučili pri eksperimentiranju?**

Nada Razpet, Pedagoška fakulteta Koper in Ljubljana

Pri pouku fizike učenci poskuse ne le opazujejo, ampak jih tudi izvajajo samostojno ali v manjših skupinah. Vedno pa nas zanima, kaj so se pri takem delu tudi naučili. Predstavili bomo nekaj preprostih poskusov, pri katerih lahko preverimo, ne le kako znajo učenci rokovati z instrumenti, ampak tudi, kaj pri tem opazijo, kako meritve interpretirajo in kako zapišejo povezave med opazovanimi spremenljivkami. Tak način preverjanja pogosto pokaže, kje imajo učenci in dijake težave in česa ne razumejo.

### **Nekaj domislic za zanimive in vzpodbudne teste iz fizike**

Mitja Rosina, Ljubljana  
mitja.rosina@ijs.si

Predstavil bom nekaj testov v duhu "lepo je biti milijonar", nekaj zgledov iz fizike športa ali iz fizike vsakdanjih pojavov, nekaj preprostih poskusov s priročnimi sredstvi (seveda kot oporo standardnemu šolskemu vprašanju) in zgled za razvijanje fantazije o preprosti temi.

### **Nacionalni preizkus je proces, ne dejanje**

Jožef Senekovič, OŠ Bojana Iliča, Maribor  
jozef.senekovic@guest.arnes.si

Prav gotovo lahko z ustreznimi načini preverjanja znanja pri učencih spodbujamo in razvijamo trajnost znanja, kompetence in spoznavne procese. V prispevku želim predstaviti pomen nacionalnega preizkusa znanja matematike kot ene izmed možnosti preverjanja znanja. Pri tem ne mislim toliko s stališča zakonodajalca, temveč s stališča učitelja in učencev. Nacionalno preverjanje znanja je v slovenski osnovni šoli dobro usidrano. Predvsem na področju matematike in slovenskega jezika. Mnogo let je že od vpeljave skupinskega preverjanja, veliko sprememb smo doživeli in še

več jih verjetno bo. Osnovni namen NPZ pa je še vedno enak. Preveriti znanje vsake generacije na državnem nivoju in hkrati omogočiti posameznemu učitelju, da primerja znanje “svojih” učencev z dosežki populacije. Prav vsak učitelj lahko opravi kratek premislek o lastnem doživljanju NPZ, o lastnem pristopu do priprav, zahtev in pričakovanj. To sem opravil tudi sam, ko predstavljam NPZ kot večletni proces, ne kot izjemno dejanje, ki ga izvedemo dvakrat v osnovnošolskem obdobju, v 6. in 9. razredu. Ugotavljam, da le proces, ki vodi v oblikovanje kulture preverjanja, omogoča dovolj kvalitetno znanje na NPZ.

### **Po Galilejevih in Huygensovih stopinjah**

Janez Strnad, FMF, Ljubljana  
janez.strnad@fmf.uni-lj.si

Lahko rečemo, da se je mehanika začela pred dobrimi štiristo leti, ko so podrobneje obravnavali gibanje teles pod vplivom teže. Galilejeve približne ugotovitve je izpopolnil Ch. Huygens. Razprava o brahistohroni in tавтоhroni je pripeljala do variacijskega računa. Fizikalna vprašanja so prispevala k razvoju matematike. Tedaj matematika in fizika nista bili tako ločeni, kot sta danes.

### **Preverjanje in ocenjevanje znanja matematično nadarjenih učencev**

Majda Švagan, OŠ Ljudski vrt Ptuj  
majda.svagan@gmail.com

Postindustrijska družba potrebuje nadarjene posameznike, da bo dosegla svoje razvojne cilje. Zakon o osnovni šoli ureja osnovnošolsko izobraževanje in predpisuje tudi aktivnosti za nadarjene učence (Zakon o OŠ, 2006, 11. in 12. člen). Za preživetje in razvoj človeške vrste se lahko v veliki meri zahvalimo sposobnosti ustvarjalnega reševanja problemov. Zagotovo odigra matematika pri tem pomembno, če že ne vodilno vlogo, saj se z matematiko učimo specifičnih načinov mišljenja (Učni načrt za matematiko, 2002).

Naloga in dolžnost šole je, da odkrije nadarjene učence (Koncept: Odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci, 1999). Kako pa odkrijemo matematično nadarjene učence? Po raznolikih značilnih znakih, ki jih kažejo nadarjeni za matematiko (Identifying gifted pupils: Mathematics) in z nalogami za preverjanje sposobnosti reševanja matematičnih problemov.

Ko odkrijemo matematično nadarjenega učenca, pripravimo načrt individualizacije vzgojno-izobraževalnega dela (Operacionalizacija koncepta, 2000). V načrtu individualizacije opredelimo vsebinske prilagoditve, prilagojene oblike in metode dela ter prilagoditve na področju preverjanja in ocenjevanja znanja (Pravilnik o preverjanju in ocenjevanju, 2008).

Nadarjeni učenec se po obravnavi vsebin, ki so predpisane z učnim načrtom, uči samostojno po dogovorjenem programu. Učitelj in nadarjeni učenec se dogovorita, kako bodo potekala sprotna vrednotenja (kaj je že naredil, kje je naletel na težave, kaj mora še narediti, ...) in končna vrednotenja (katera nova znanja je osvojil, kako bo prikazal naučeno znanje, kako je sam zadovoljen z načinom dela, ...). Pri predstavitvi naučenega znanja pred razredom/učno skupino učitelj upošteva učenčevo izvirnost in domiselnost.

Matematično nadarjeni učenci imajo pravico do učenja, ki je izziv njihovim sposobnostim, saj je novo zmeraj dvomljivo in pomeni nekaj, kar je treba preizkusiti. Za svoj razvoj potrebujejo oblikovalno okolje, ki ga označuje spodbudna, raznovrstna in razvejano bogata struktura vzgojno-izobraževalne dejavnosti.

## Matematični problemi s preveč in premalo podatki

Iris Valantič, UP, Pedagoška fakulteta Koper

V osnovni šoli naj bi bili predmeti in znanja povezani, pri pouku naj bi bilo veliko projektnega učnega dela, problemskega učenja, skupinskega dela. Razvijali naj bi samostojno ustvarjalno in kritično mišljenje ter presojanje, da bi bili dovolj usposobljeni za samozavestno srečevanje z življenjskimi problemi in njihovim reševanjem. Prav zaradi omenjenega naj bi se učenci srečevali s problemskimi situacijami, ki zahtevajo višje kognitivne sposobnosti oziroma nerutinska znanja.

Zanimalo me je, ali učenci 4. razreda osnovne šole uspešno rešujejo določene matematične probleme. V ta namen sem pripravila preverjanje znanja, ki je obsegalo naloge z matematičnimi problemi s preveč podatkov in matematičnimi problemi s premalo podatkov. V raziskavi je sodelovalo 111 učencev iz treh različnih osnovnih šol.

Analiza rešitev nalog je pokazala, da večina učencev nima težav pri reševanju nalog s problemi, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev, in pri reševanju nalog s problemi, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev.

## Optimalnost Strählejeve postavitve prijemov pri kitari

Marija Vencelj

marija.vencelj@fmf.uni-lj.si

Leta 1743 je izdelovalec kitar Daniel Strähle, mož brez matematične izobrazbe, v članku, ki ga je objavila švedska akademija, predložil zelo preprosto geometrijsko konstrukcijo prijemov pri kitari.

Konstrukcija je doživela prav neverjetno usodo. Da je izjemno uporabna, je bilo sicer očitno na prvi pogled. Kaj pa natančnost? Ekonomist in geometer Jacob Faggot, član švedske akademije, je opravil ustrezne račune z uporabo trigonometrije in ugotovil, da doseže konstrukcija na najslabšem mestu napako 1,7 %, kar je petkrat več, kot bi bili muziki pripravljene sprejeti. Izračune je priložil k Strählejevemu članku in konstrukciji zapečatil usodo, pa naj so Strählejeve kitare še tako lepo zvene.

Faggotova ocena je obveljala več kot 200 let, vse do leta 1957, ko je matematik J. M. Barbour z michiganske državne univerze odkril, da se je Faggot v računih zmotil. Pri popravljenih računih se je največje odstopanje z 1,7 % zmanjšalo na vsega 0,15 %.

Za veliko natančnostjo Strählejeve metode tiči tudi matematični razlog. V sebi namreč skriva dobro aproksimacijo funkcije  $y = 2^x$  s funkcijo oblike  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  na intervalu  $[0, 1]$ , vpleteni so tudi verižni ulomki. Ker sta Strähleja pri konstrukciji vodila zgolj dobra intuicija in glasbeni posluš, se lahko samo vprašamo: "Le kako mu je konstrukcija sploh padla na pamet?"

## Poster

### Fizika v naravi

Jože Pernar, Šolski center Krško - Sevnica

joze.pernar@guest.arnes.si

Izdelani plakat se navezuje na prispevek Preverjanje znanja fizike na terenu. Slikovno in aplikativno predstavlja različne vaje s katerimi se izvaja preverjanje znanja v naravi. Celovitost miselnega vzorca izdelka skuša pokazati povezanost vsebin in navezovanje znanja v odvisnosti od določene oblike preverjanja.

## Razstava

### Majhna razstava matematičnih skulptur

Franc Savnik,  
franc.savnik@guest.arnes.si

Na ogled bo postavljenih osem kipcev, ki so zasnovani na matematičnih objektih. Izdelani so bili po računalniško oblikovanem virtualnem modelu in s tehnologijo rokodelcev iz prve polovice prejšnjega stoletja.

### **2. slovensko srečanje matematikov – raziskovalcev** **Strokovni prispevki**

#### **Uporaba tehnologije pri preverjanju znanja** v matematiki

Iztok Kavkler(\*), Matija Lokar(+), Primož Lukšič(\*), Aljoša Peperko

+: UL, FMF in Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

\*: Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

V prispevku si bomo ogledali nekaj primerov uporabe tehnologije na področju preverjanja znanja v matematiki. Tako bo predstavljen wiki, namenjen evalvaciji maturitetnih nalog iz matematike v luči uporabe različnih tehnoloških orodij. Omenili bomo pripravo kvizov v učilnici Moodle. Opisali bomo način povezave spletne učilnice Moodle s sistemom za dinamično generiranje nalog, ki omogoča sestavo različnih oblik naključno generiranih testov z avtomatsko podporo evalvaciji odgovorov.

(<http://penelope.fmf.uni-lj.si/MateMaturaWiki>).

#### **Projekt Aktivna matematika**

Tomaž Kosem, Matija Lokar, Alen Orbanič, Aljoša Peperko  
UL, FMF in Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

V sklopu projektov Evropskega socialnega sklada, ki so potekali v letu 2008, smo na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko v sodelovanju z Oddelkom za matematiko Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani izvajali projekt z naslovom Aktivno učenje matematike v obliki učnih listov in resnično interaktivnih kvizov. Pri pripravi projekta smo izhajali iz izkušenj, ki smo jih dobili ob sodelovanju pri različnih EU projektih o repozitorijih učnih gradiv in pri našem slovenskem SIO. Pri vseh je bilo več ali manj ugotovljeno, da učitelji želijo majhna, fleksibilna gradiva, ki jih po možnosti lahko sami spreminjajo in potem združujejo (skupaj s svojimi ali drugje pridobljenimi) v smiselne celote. Sposobnosti učitelja, da se prilagaja didaktični situaciji, po našem prepričanju ni smotno (oz. je celo nemogoče) implementirati v neko formalizirano, avtomatsko podprto monolitno računalniško obliko, zato nismo naredili elektronskega učenika ali cesa podobnega. Naredili smo množico gradiv (nikakor ne kompletno), ki jo učitelj na kar se da enostaven način kombinira in prilagaja svojim potrebam in svojemu slogu poučevanja. Projekt sta sofinancirala Evropska unija (Evropski socialni sklad) in Ministrstvo za šolstvo in šport.

#### **Eulerjeva števila v analizi**

Marko Razpet, UL, Pedagoška fakulteta

Eulerjeva števila  $E_n$  so definirana s preprosto rodovno funkcijo, ki se izraža z eksponentno funkcijo. Eulerjeva števila imajo prav tako preprosto rekurzivno relacijo, v kateri nastopajo binomski koeficienti. Z Eulerjevimi števili lahko izrazimo tudi nekatere integrale in vsote, ki jih srečamo v matematični analizi.

## Matematika in volilni sistemi - mandatni pragovi

Primož Lukšič, UL, FMF

Kot nadaljevanje lanskoletnega pregleda uporabnosti matematike v teoriji volilnih sistemov, si bomo letos pogledali mandatne pragove proporcionalnih volilnih metod, tj. potrebne in zadostne pogoje za pridobitev določenega števila mandatov. Število mandatov, ki jih prejme posamezna stranka, je namreč poleg njenega volilnega rezultata (števila pridobljenih glasov v odstotkih), volilne metode ter števila vseh mandatov na voljo, odvisno tudi od rezultatov ostalih strank. Na primeru volitev v državni zbor Republike Slovenije bomo prikazali pogoje za pridobitev mandata (v kolikor ne bi imeli umetnega volilnega praga) ter pogoje za pridobitev absolutne večine. Ovrgli bomo tudi trditev, da stranka, ki pride v parlament, vedno dobi vsaj štiri mandate.

### Predstavitve grafov z enotsko razdaljo

Boris Horvat, Inštitut za matematiko in fiziko

Nekatere grafe je mogoče predstaviti tako, da vozlišča preslikamo v točke v ravnini (v  $k$  dimenzionalnem Evklidskem prostoru), povezave pa v daljice z dolžinami ena. Take grafe imenujemo ( $k$  dimenzionalni) grafi z enotsko razdaljo (unit distance graphs), predstavitev pa pravimo ( $k$  dimenzionalne) predstavitve z enotsko razdaljo. Predstavitvi, ki ni injektivna na vozliščih grafa, pravimo degenerirana. Predstavljeni bodo problemi in nekateri novi rezultati, ki so povezani s problemom obstoja predstavitve z enotsko razdaljo danega grafa in problemom obstoja degenerirane predstavitve z enotsko razdaljo danega grafa.

### Matrične algebre, določene z ničelnim produktom

Mateja Grašič, Inštitut za matematiko in fiziko

Naj bo  $C$  komutativen kolobar z enoto in  $A$  algebra nad  $C$ . Pravimo, da je  $A$  določena z ničelnim produktom, če za vsak  $C$ -modul  $X$  in vsako bilinearno preslikavo  $\{.,.\} : A \times A \rightarrow X$  z lastnostjo

$$xy = 0 \Rightarrow \{x, y\} = 0$$

velja  $\{x, y\} = T(xy)$  za nek linearen operator  $T$ . Če v tej definiciji običajni produkt zamenjamo z Liejevim (oz. Jordanskim) produktom, tedaj pravimo, da je algebra  $A$  določena z ničelnim Liejevim (oz. Jordanskim) produktom. Obravnavamo pogoje, ki jim mora zadoščati algebra z enoto  $B$ , da bo matrična algebra  $M_n(B)$ ,  $n \geq 2$ , algebra, določena z ničelnim (Liejevim, Jordanskim) produktom.

### Predstavitve novih doktorskih del

H kratki predstavitvi svojega raziskovalnega dela smo povabili raziskovalce z matematično izobrazbo, ki so leta 2006 ali kasneje doktorirali s področja matematike ali sorodnih ved. Ob naslovu in povzetku predstavitve zato objavljamo tudi informacijo o mentorju in ustanovi, kjer je delo nastalo.

Seznam predstavljenih del:

- Jernej Barbič: *Real-time Reduced Large-Deformation Models and Distributed Contact for Computer Graphics and Haptics*, mentor Doug James, Carnegie Mellon University, USA 2007. \*

- Melita Hajdinjak: *Predstavitev znanja in vrednotenje učinkovitosti sodelujočih samodejnih sistemov za dialog*, mentor France Mihelič, somentor Andrej Bauer, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, 2006.
- Matjaž Konvalinka: *Combinatorics of determinantal identities*, mentor Igor Pak, Massachusetts Institute of Technology, USA, 2008.\*
- Matjaž Kovše: *Delne kocke in njihovi izpeljani grafi*, mentor Sandi Klavžar, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, 2008.
- Marjeta Krajnc: *Geometrijska interpolacija z ravninskimi parametričnimi polinomskimi krivuljami*, mentor Jernej Kozak, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, 2008.
- Klavdija Kutnar: *Strukturne lastnosti simetričnih grafov*, mentor Dragan Marušič, Univerza na Primorskem, Fakulteta za matematiko, naravoslovje in inf. tehnologije, 2008.\*
- Janko Marovt: *Ohranjevalci na komutativnih efektnih algebrah*, mentor Gregor Dolinar, somentor Peter Šemrl, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, 2006.
- Martin Milanič: *Algorithmic Developments and Complexity Results for Finding Maximum and Exact Independent Sets in Graphs*, mentor Vadim V. Lozin, Rutgers University, New Jersey, USA, 2007.\*
- Polona Oblak: *Orbite parov komutirajočih nilpotentnih matrik*, mentor Tomaž Košir, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, 2008.
- Mitja Pirc: *Determinants, contexts and measurement of customer loyalty*, mentorja prof. Robin Hogarth in prof. Antonio Ladron, Universitat Pompeu Fabra, Barcelona, 2008.\*

## Dialog človek - stroj

Melita Hajdinjak, Laboratorij za uporabno matematiko,  
UL, Fakulteta za elektrotehniko

Avtomatizacija sporazumevanja z govorom je eden izmed največjih raziskovalnih izzivov današnjega časa. Računalniške sisteme, prek katerih z govorom dostopamo do določenih aplikacij, imenujemo sistemi za dialog ali govorni vmesniki. Doktorska disertacija se osredotoca na zbiranje podatkov z eksperimentom Čarovnik iz Oza, v katerem simuliramo delovanje še nezgrajenega sistema za dialog, načrtovanje sistema, s poudarkom na modulu za vodenje dialoga in z njim povezani predstavitvi znanja, ter vrednotenje učinkovitosti celotnega sistema in posameznih modulov.

Potencialna splošna metodologija vrednotenja učinkovitosti sistemov za dialog, imenovana ogrodje PARADISE (PARAdigm for DIalogue System Evaluation), omogoča izpeljavo ocene učinkovitosti sistema kot uteženo linearno kombinacijo od domene odvisnih parametrov uspešnosti naloge in cen dialoga, zajema pa model učinkovitosti sistema, katerega osnovni cilj je maksimirati zadovoljstvo uporabnikov. Funkcija učinkovitosti tedaj omogoča napovedovanje zadovoljstva uporabnikov, vrednotenje učinkovitosti in izboljševanje sistema, primerjavo sistemov z istimi ali različnimi domenami, samodejno iskanje problematičnih dialogov in spreminjanje strategije vodenja dialoga že med samo interakcijo. Vrednotenje učinkovitosti dveh sistemov Čarovnik iz Oza nas vodi do nekaterih zanimivih spoznanj, od katerih izpostavimo izjemen vpliv sodelujočega načina odgovaranja (in s tem primerne predstavitve znanja) na zadovoljstvo uporabnikov.

Sodelujoči podatkovni sistemi so informacijski sistemi, ki se na poizvedbo ne odzivajo le z odgovorom, ki poizvedbi strogo zadošča, temveč tudi z dodatnimi informacijami, katerih namen je odpraviti nejasnosti, razčistiti dvoumnosti in pozitivno vplivati na doseganje uporabnikovih ciljev in namer. Uveljavile so se različne tehnike sodelujočega odgovaranja, ki jih delimo na tehnike

upoštevanja uporabnikovih prepričanj, želja in namer, na tehnike vrednotenja domnev, vsebovanih v poizvedbah, na tehnike odkrivanja in odpravljanja nesporazumov, na tehnike oblikovanja intenzionalnih odgovorov ter na tehnike posploševanja poizvedb in odgovorov. Nazadnje omenjena tehnika, ki jo imenujemo tudi relaksacija poizvedb, je izmed vseh najbolj odvisna od predstavitve znanja.

Relacijska algebra in ostali modeli relacijskih podatkovnih zbirk ne podpirajo nobene izmed tehnik sodelujočega odgovarjanja. Eden od glavnih ciljev doktorske disertacije in nadaljnjega dela je zato relacijsko algebro kot najbolj znan model relacijskih podatkovnih zbirk (matematično) naravno posplošiti na teorijo kategorij z namenom dobiti močan formalizem, ki bi že v osnovi dovoljeval relaksacijo poizvedb. Predstavimo primer tovrstne kategorije, ki jo imenujemo kategorija podobnosti, in njeni podkategoriji, imenovani kategorija refleksivnih množic in kategorija kompaktnih metričnih prostorov.



## **Delne kocke in njihovi izpeljani grafi**

Matjaž Kovše, UM, Fakulteta za naravoslovje in matematiko

V disertaciji so obravnavani različni problemi na izometričnih podgrafih hiperkock - delnih kockah. Obravnavani so štiri različni izpeljani grafi in povezave med njimi. Dokazano je, da so poleg križnih grafov tudi grafi semikock in  $\tau$ -grafi univerzalni. Uvedene so terminalne semikocke in terminalne ekspanzije, ki posplošujejo periferne podgrafe in periferne ekspanzije medianskih grafov. Obravnavani in med seboj primerjani so trije različni tipi dimenzij delnih kock: izometrična, mrežna in drevesna dimenzija. Podanih je več karakterizacij delnih kock z enakimi vsemi tremi dimenzijami. Mrežna dimenzija benzenoidnih sistemov je opisana s pomočjo izometričnih vložitev benzenoidnih sistemov v kartezični produkt treh dreves. Obravnavano je vprašanje Fukude in Hande o tem, ali je vsaka uravnorežena delna kocka  $G$  tudi harmonično-uravnorežena. Pokazano je, da je odgovor na vprašanje pozitiven, če je izometrična dimenzija  $G$  enaka diametru  $G$ , kar drži za delne kocke izometrične dimenzije kvečjemu 6. Dokazano je tudi, da so uravnorežene delne kocke globine 1.

## **Geometrijska interpolacija z ravninskimi parametričnimi polinomskimi krivuljami**

Marjeta Krajnc, UL, FMF

Predstavljena bo geometrijska interpolacija z ravninskimi parametričnimi polinomskimi krivuljami, njene glavne lastnosti in prednosti. Problemi so nelinearni, zato so vprašanja o obstoju rešitve, enoličnosti in učinkoviti implementaciji precej težka. Podrobneje si bomo ogledali Lagrangeev problem interpolacije  $2n$  ravninskih točk s polinomsko krivuljo stopnje  $n$ . Podani bodo geometrijski pogoji, ki zagotavljajo obstoj kubične krivulje, ki interpolira šest točk v ravnini. Izpeljani bodo s pomočjo rezultatov, Gröbnerjevih baz in Brouwerjeve stopnje. Rezultati bodo posplošeni tudi na Hermitovo interpolacijo s kubičnimi  $G_1$  zlepkami. Za splošne stopnje polinomov bodo predstavljeni rezultati dobljeni s pomočjo asimptotične analize.

## O komutirajočih nilpotentnih matrikah

Polona Oblak

UL, Fakulteta za računalništvo in informatiko

Ogledali si bomo problem iskanja Jordanovih kanoničnih form parov komutirajočih nilpotentnih matrik. Vprašanje je še vedno odprto, zato bomo predstavili nekaj doslej znanih rezultatov. Med drugim bomo opisali natančno zgornjo mejo za indeks nilpotentnosti matrike, ki komutira z dano nilpotentno matriko  $B$  v odvisnosti od Jordanove kanonične forme matrike  $B$ . Navedli bomo tudi sezname vseh možnih Jordanovih kanoničnih form nilpotentnih matrik, ki komutirajo z  $B$  za nekaj posebnih razredov matrik  $B$ .

## Strukturne lastnosti simetričnih grafov

Klavdija Kutnar, UP, Fakulteta za matematiko,  
naravoslovje in inf. tehnologije

Delo obravnava vprašanje hamiltonskih poti in ciklov v točkovno tranzitivnih grafih in vsebuje prispevek k delni rešitvi še vedno odprtega problema obstoja hamiltonskih poti v povezanih točkovno tranzitivnih grafih, ki ga je leta 1969 postavil Lovasz. V prvem delu je podana popolna klasifikacija kubičnih simetričnih grafov ožine 6. S pomočjo te klasifikacije je v drugem delu dokazan obstoj hamiltonskega cikla v kubičnih Cayleyevih grafih končnih grup  $z(2, s, 3)$  prezentacijo za vse vrednosti  $s$ , deljive s 4. Dokazan je tudi obstoj hamiltonskih ciklov v točkovno tranzitivnih grafih reda  $4p$ , kjer je  $p$  praštevilo, z izjemo Coxeterjevega grafa, za katerega je znano, da hamiltonskega cikla nima. Zadnji del disertacije pa se dotika področja matematične kemije. Podana je klasifikacija fulerenov, ki premorejo netrivialni ciklicni 5-prerez.

## Ohranjevalci na komutativnih efektnih algebrah

Janko Marovt

UM, Fakulteta za naravoslovje in matematiko

Preslikave, ki ohranjajo neko količino, lastnost, operacijo ali relacijo, so v literaturi najpogosteje imenovane ohranjevalci. Naj bo  $X$  kompakten Hausdorffov prostor, ki zadošča prvemu aksiomu števnosti. Predstavili bomo obliko nekaterih ohranjevalcev na množici  $C(X, I)$ , to je množici vseh zveznih funkcij iz  $X$  v enotski interval  $I$ .

## O iskanju maksimalnih neodvisnih množic grafa

Martin Milanič

Univerza Bielefeld, Fakulteta za tehnologijo, Nemčija

V doktorskem delu najprej obravnavamo problem največje neodvisne množice grafa, ki je eden izmed osnovnih NP-težkih problemov. Zanima nas časovna zahtevnost problema v hereditarnih grafovskih razredih. Vsakemu takemu razredu priredimo parameter, s pomočjo katerega podamo splošen rezultat o zahtevnosti problema v podrazredih ravninskih grafov maksimalne stopnje največ 3. Posplošimo metodo naraščajočih grafov in pokažemo, da uporaba te posplošene metode vodi do polinomskega algoritma za problem neodvisne množice grafa v razredu, definiranim z dvema prepovedanima induciranim podgrafoma. S tem posplošimo rezultat Mintyja in Sbihijeve o polinomski rešljivosti problema za grafe, ki ne vsebujejo inducirane podgrafa izomorfne grafa  $K_{1,3}$ . Na več primerih pokažemo, kako študij strukture grafov v hereditarnih razredih in kombinacija različnih obstoječih metod za problem neodvisne množice vodijo do novih polinom-

skih algoritmov. Mednje sodijo npr. polinomski algoritem za uteženo različico problema v grafih, ki ne vsebujejo inducirane podgrafa izomorfne grafa  $F$  (pri čemer  $F$  označuje graf, ki ga dobimo s subdivizijo ene od povezav grafa  $K_{1,3}$ ), ter polinomski algoritmi za nekatere podrazrede ravninskih grafov in grafov omejene maksimalne stopnje. V zadnjem delu disertacije obravnavamo časovno zahtevnost in (psevdo-)polinomske rešitve na hereditarnih grafovskih razredih za naslednji problem: Dan je utežen graf  $G$  in naravno število  $b$ ; določi, ali  $G$  vsebuje neodvisno množico skupne teže natanko  $b$ . Pokažemo, da je problem NP-poln v strogem smislu na dvodelnih grafih stopnje največ 3, in zanj razvijemo rešitve na nekaterih drugih razredih, tako da posplošimo algoritme za uteženo neodvisno množico, ki temeljijo na dinamičnem programiranju.

## Matematika v industriji

### **Konstrukcija progresivne leče**

Jernej Krmelj, Bojan Orel in Boris Turk  
UL, Fakulteta za računalništvo in informatiko

Progresivna leča je posebne vrste leča, za katero je značilno, da je razdeljena na več območij z različnimi dioptrijami. V prispevku prikažemo postopek modeliranja takšne leče. V uvodu najprej opišemo najbolj pogoste očesne napake: kratkovidnost, daljnovidnost, starostna slabovidnost in astigmatizem. Nato se osredotočimo na problem starostne slabovidnosti in predstavimo osnovno idejo za konstrukcijo progresivne leče ter težave, na katere naletimo pri konstrukciji takšne leče. Sledi matematična predstavitev problema. Osnovna naloga je zgraditi lečo, ki bo imela željeno dioptrijo, hkrati pa čimmanjši astigmatizem. Lečo predstavimo kot graf funkcije dveh parametrov. Problem diskretiziramo tako, da funkcijo podamo kot matriko vrednosti, definicijsko območje razdelimo na mrežo ekvidistančnih točk, odvode pa nadomestimo s končnimi diferencami.

Konstrukcija leče je razdeljena na dva dela. Najprej s tako imenovano direktno metodo izračunamo začetni približek leče. Pri tem si pomagamo z dejstvom, da vnaprej podana dioptrija leče določa njeno ukrivljenost. Nato začetni približek iterativno izboljšujemo, dokler nismo s kvaliteto leče zadovoljni. Na posameznem koraku izboljšave uporabimo postopek, ki spominja na indirektno metodo. Osnova tega postopka je kriterijska funkcija, s katero si pomagamo pri lokalnem popravljanju rešitve. V kriterijski funkciji nastopajo odvodi do drugega reda. Ko odvode nadomestimo s končnimi diferencami, dobimo devet-točkovno shemo. To shemo uporabimo pri enem koraku izboljšave tako, da za vsak nabor devetih točk popravimo sredinsko točko. Popravimo jo tako, da ima kriterijska funkcija minimalno vrednost.

Na koncu prikažemo primere konstruiranih progresivnih leč in možne izboljšave algoritma.

## **Simulacija hidrodinamičnih lastnosti plovil**

Damjan Vrenčur, Gregor Dolinar, Melita Hajdinjak, Jure Lakovič,  
 Kristjan Cafuta, Neža Mramor-Kosta  
 UL, Fakulteta za računalništvo in informatiko

Namen prispevka je predstaviti aplikacijo, razvito v sodelovanju s podjetjem Seaway, za simulacijo plovbe in analizo plovnih lastnosti plovil z uporabo metod CFD (computational fluid dynamics). Osnova aplikacije je OpenFOAM, zbirka C++ knjižnic in programov za numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb z metodama končnih volumnov in končnih elementov. Obstoječi model za simuliranje plovbe plovila zajema reševanje RANS enačb z modeliranjem turbulence, rekonstrukcijo gladine in izračun celotnega upora plovila. Opisali bomo tudi pomanjkljivosti modela in načrtovane izboljšave, med katere sodi predvsem implementacija boljšega modela turbulence, prilagoditev solverja za hitrejše izračune, vpeljava odziva plovila v obliki nagiba, rotacij in premikov (predvsem dviga) zaradi sil pri plovbi in pa analiza napetostnih obremenitev trupa pri plovbi v valovih.

### **Predstavitve publikacij**

**Predstavitev nove znanstvene monografije Topics in Graph Theory**

Sandi Klavžar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

**Predstavitev nove znanstvene monografije Partner Choice and Cooperation in Networks**

Aljaž Ule, Fakulteta za ekonomijo in ekonometrijo, Univerza v Amsterdamu

**Ars Mathematica Contemporanea - a new Slovenian international math journal**

Ted Dobson, Missisipi State University, ZDA

## Razstava mednarodnih monografij slovenskih matematikov

V času od slovenske osamosvojitve dalje je več slovenskih matematikov v soavtorstvu s tujimi raziskovalci objavilo znanstvene monografije pri uglednih tujih založbah, kar kaže na vse večjo prepoznavnost slovenske matematike v svetu. Ob predstavitvenih plakatih bo mogoče prelistati naslednja dela:

- W. Imrich, D. F. Rall, Sandi Klavžar: *Topics in Graph Theory*, A K Peters, Wellesley, MA, 2008.
- Aljaž Ule: *Partner Choice and Cooperation in Networks, Theory and Experimental Evidencen*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- Matej Brešar, M. A. Chebotar, W. S. Martindale, *Functional Identities*, *Frontiers in Mathematics*, Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 2007.
- H. Zeitler, Dušan Pagon, *Kreisgeometrie gestern und heute*, *Wissenschaftliche Buchgesellschaft*, Darmstadt, 2007.
- P. Doreian, Vladimir Batagelj, Anuška Ferligoj, *Generalized Blockmodeling*, *Structural Analysis in the Social Sciences 25*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- W. de Nooy, Andrej Mrvar, Vladimir Batagelj, *Exploratory Social Network Analysis with Pajek*, *Structural Analysis in the Social Sciences 27*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- I. Moerdijk, Janez Mrčun, *Introduction to Foliations and Lie Groupoids*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- Bojan Mohar, C. Thomassen, *Graphs on Surfaces*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, London, 2001.
- W. Imrich, Sandi Klavžar, *Product Graphs: Structure and Recognition*, *Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization*, Wiley Interscience, New York, 2000.
- H. Zeitler, Dušan Pagon, *Fraktale geometrie: Eine Einführung*, Vieweg, Braunschweig in Wiesbaden, 2000.
- Dušan Repovš, P. V. Semenov, *Continuous Selections of Multivalued Mappings*, *Mathematics and Its Applications 455*, Kluwer, Dordrecht, 1998.
- Marko Petkovšek, H. S. Wilf, D. Zeilberger, *A = B*, A K Peters, Wellesley, Massachusetts, 1996.

Gradivo sta pripravila Maja Klavžar in Boštjan Kuzman